УДК 532.529: 532.517.4

Рохман Б. Б.

ОАО “Киевский институт “Энергопроект”

О ТРЕТЬИХ И ЧЕТВЕРТЫХ МОМЕНТАХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА СТАБИЛИЗИРОВАННОМ УЧАСТКЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО КАНАЛА

Побудовано систему рівнянь для третіх і четвертих моментів пульсацій швидкості й температури твердої фази. Замикання рівнянь для четвертих моментів провадиться на основі представлень п’ятих моментів у вигляді суми добутків других та третіх моментів, що дозволило одержати з рівнянь для четвертих моментів алгебраїчні співвідношення, що виражають четверті моменти через другі й треті кореляції і їхні похідні, тобто отриманий замкнутий опис руху й теплопереносу частинок на рівні рівнянь для третіх моментів.

Построена система уравнений для третьих и четвертых моментов пульсаций скорости и температуры твердой фазы. Замыкание уравнений для четвертых корреляций производилось на основе представлений пятых моментов в виде суммы произведений вторых и третьих моментов, что позволило получить из уравнений для четвертых моментов алгебраические соотношения, выражающие четвертые моменты через вторые и третьи корреляции и их производные, т.е. получено замкнутое описание движения и теплопереноса частиц на уровне уравнений для третьих моментов.

We constructed a system of the equations for the third and fourth moments of fluctuations of velocity and temperature of a solid phase. Closure of the equations was made for the fourth correlations on the basis of representations of the fifth moments as the sum of products of the second and third moments that has allowed to receive from the equations for the fourth moments the algebraic relations expressing the fourth moments through the second both third correlations and their derivatives, i.e. the closed description of the particles movement and heat transfer at a level of the equations for the third moments is received.

c – теплоемкость;
F – сила;
r, z, φ – радиальная, продольная и трансверсальная координаты;
t – температура;
u, v, w – осредненные составляющие вектора скорости;
α – суммарный коэффициент лучистого и конвективного теплообмена между газом и частицей;
β – истинная объемная концентрация частиц;
δ – диаметр частицы;
η – кинематическая вязкость;
ρ – плотность;
τ – время динамической релаксации;
ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 – коэффициенты.

Индексы нижние:
a – величина относится к силе аэродинамического сопротивления частицы;
g – величина относится к газу;
p – величина относится к частицам;
t – величина относится к пульсациям.

Индексы верхние:
$'$ – величина относится к пульсационной составляющей при временном осреднении;
$\langle\,\rangle$ – величина относится к осреднению по времени.

Основные трудности, возникающие при разработке методов расчета дисперсных неизотермических турбулентных течений, связаны с необходимостью решения двух теоретических проблем, состоящих в определении степени вовлечения частиц в пульсационное движение сплошной среды и в замыкании системы осредненных уравнений сохранения импульса и энергии твердой фазы. В отличие от ламинарного случая, система осредненных дифференциальных уравнений движения и теплообмена дисперсной фазы, полученная в результате применения процедуры Рейнольдса к актуальным уравнениям сохранения массы, импульса и энергии, незамкнута, так как кроме средних значений скорости, температуры и т.д. здесь присутствуют вторые корреляционные моменты пульсационных характеристик дисперсного потока ($<u'_p v'_p>$, $<t'_p v'_p>$ и т.д.), обусловленные вовлечением частиц в турбулентное движение среды. В настоящее время наиболее широкое распространение получили три подхода к определению вторых моментов пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы. В рамках первого подхода турбулентные напряжения и пульсационный теплоперенос в твердой фазе вычисляются через рейнольдсовы напряжения и турбулентный тепловой поток в несущей среде. В рамках второго (подхода) направления вычисление пульсационных характеристик дисперсного потока состоит в использовании градиентного подхода (гипотеза Буссинеска), согласно которому вторые моменты (например: ($<u'_p v'_p>$, $<t'_p v'_p>$) пропорциональны градиентам искомых величин (аксиальной скорости и температуре частицы). При таком подходе возникает необходимость в определении коэффициентов пропорциональности (коэффициентов турбулентной вязкости и теплопроводности "газа" частиц), что порождает множество гипотез турбулентности и, как следствие, приводит к погрешностям результатов вычислений. Наряду с локально-равновесными алгебраическими моделями описания турбулентного переноса импульса и энергии в дисперсной фазе все большее распространение начинают находить дифференциальные (нелокальные) модели, основанные на построении уравнений переноса искомых корреляций. При таком подходе в дифференциальных уравнениях для вторых моментов будут присутствовать третьи моменты, а уравнения переноса третьих моментов будут содержать четвертые моменты, и т.д. Поэтому, чтобы получить замкнутую систему уравнений, этот процесс на каком-то этапе следует "оборвать", вводя определенные замыкающие соотношения. В [1] корреляционные моменты $<v'_p v'_p>$, $<w'_p w'_p>$ определяются из уравнений переноса самих корреляций. При этом третьи моменты пульсаций скорости частиц рассчитывались на основании гипотезы Буссинеска (например: $<v'_p v'_p v'_p> = -\eta_{tp} \partial <v'_p v'_p> / \partial r$). В [2-4] были получены уравнения для третьих моментов пульсационных характеристик дисперсной фазы. При этом замыкание упомянутых уравнений производится на основе гипотезы Миллионщикова, предполагающей равенство нулю куммулянтов четвертого порядка и представляющей четвертые моменты в виде суммы произведений вторых моментов. Такой подход позволяет получить из уравнений для третьих моментов алгебраические соотношения, выражающие корреляции третьего порядка через вторые моменты и их градиенты. Таким образом получается замкнутое описание движения и телопереноса частиц на уровне уравнений для вторых моментов.

В настоящей работе в рамках эйлерова подхода, т.е. в рамках так называемых двухжидкостных моделей, корреляции четвертого порядка пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы, фигурирующие в уравнениях для третьих моментов, находятся из уравнений переноса самих корреляций. При этом пятые моменты, присутствующие в этих уравнениях, представляются как суммы произведений вторых и третьих моментов. Это позволило получить из уравнений для четвертых моментов алгебраические соотношения, выражающие четвертые моменты через вторые и третьи корреляции и их производные. В отличие от моделей, описанных в [2-4], здесь получается замкнутое описание движения и телопереноса частиц на уровне уравнений для третьих моментов.

В работе [4] в приближении узкого канала на участке стабилизированного движения восходящего дисперсного потока ($\partial / \partial z = 0$, $v_p = 0$, $v_g = 0$) была получена стационарная осесимметричная система осредненных дифференциальных уравнений переноса третьих моментов $<t'_p w'_p v'_p>$, $<t'_p v'^2_p>$, $<t'_p w'^2_p>$. Приведем эти уравнения:

$$\frac{\partial(r <t'_p v'^3_p>)}{2r\partial r} + \frac{<v'^3_p> \partial\, t_p}{2\partial r} - \frac{<t'_p v'_p w'^2_p>}{r} -$$

$$-\frac{<v'^2_p> \partial(r <t'_p v'_p>)}{2r\partial r} - \frac{<t'_p v'_p> \partial(r <v'^2_p>)}{r\partial r} +$$

$$+\frac{<t'_p v'_p><w'^2_p>}{r} = -\psi_1 <t'_p v'^2_p> \ ; \ \psi_1 = \frac{3\alpha}{\rho_p c_p \delta} + \frac{1}{\tau} \ ;(1)$$

$$\frac{\partial(r<t_p'w_p'^2v_p'>)}{2r\partial r}+\frac{<t_p'w_p'^2v_p'>}{r}-\frac{<t_p'w_p'><w_p'v_p'>}{r}-$$
$$-\frac{<t_p'w_p'>\partial(r<w_p'v_p'>)}{r\partial r}+<w_p'^2v_p'>\frac{\partial t_p}{2\partial r}-$$
$$-\frac{<w_p'^2>\partial(r<t_p'v_p'>)}{2r\partial r}=-\psi_1<t_p'w_p'^2>; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(r<t_p'w_p'v_p'^2>)}{r\partial r}+\frac{<v_p'^2w_p'>\partial t_p}{\partial r}-\frac{<t_p'w_p'^3>}{r}+$$
$$+\frac{<t_p'w_p'><w_p'^2>}{r}+\frac{<t_p'w_p'v_p'^2>}{r}-\frac{<t_p'v_p'><w_p'v_p'>}{r}-$$
$$-\frac{<t_p'w_p'>\partial(r<v_p'^2>)}{r\partial r}-\frac{<t_p'v_p'>\partial(r<w_p'v_p'>)}{r\partial r}-$$
$$-\frac{<w_p'v_p'>\partial(r<t_p'v_p'>)}{r\partial r}=-\psi_2<t_p'w_p'v_p'>;$$
$$\psi_2=\frac{6\alpha}{\rho_pc_p\delta}+\frac{2}{\tau}. \quad (3)$$

В уравнениях (1)-(3) фигурируют четвертые корреляционные моменты $<t_p'w_p'^2v_p'>$, $<t_p'v_p'^3>$, $<t_p'w_p'v_p'^2>$, $<t_p'w_p'^3>$ для которых, как упоминалось выше, необходимо получить свои уравнения переноса. Проиллюстрируем вывод этих уравнений на примере уравнения для третьего момента $<t_p'w_p'v_p'^2>$.

В работах [2, 4] были получены уравнения пульсационного движения (вдоль радиальной и трансверсальной оси) и энергии в дисперсной фазе. В приближении пограничного слоя на участке стабилизированного течения газовзвеси с учетом осевой симметрии задачи ($\partial/\partial\varphi=0$) эти уравнения могут быть представлены в виде:

$$v_p'\frac{\partial v_p'}{\partial r}-\frac{1}{r}w_p'w_p'-\frac{\partial(r<v_p'v_p'>)}{r\partial r}+\frac{1}{r}<w_p'w_p'>=\frac{F_{ar}'}{\rho_p\beta}; \quad (4)$$

$$v_p'\frac{\partial w_p'}{\partial r}+\frac{1}{r}w_p'v_p'-\frac{\partial(r<v_p'w_p'>)}{r\partial r}-\frac{1}{r}<w_p'v_p'>=\frac{F_{a\varphi}'}{\rho_p\beta}, \quad (5)$$

где

$$F_{ar}'=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(v_g'-v_p'); \quad F_{a\varphi}'=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(w_g'-w_p'); \quad (6)$$

$$v_p'\frac{\partial t_p'}{\partial r}+v_p'\frac{\partial t_p}{\partial r}-\frac{\partial(r<t_p'v_p'>)}{r\partial r}=\frac{6\alpha}{\rho_pc_p\delta}(t_g'-t_p'). \quad (7)$$

Умножим уравнение (5) на величину t_p', а уравнение (7) – на w_p', а затем сложим полученные уравнения:

$$v_p'\frac{\partial t_p'w_p'}{\partial r}+\frac{t_p'w_p'v_p'}{r}-\frac{t_p'<w_p'v_p'>}{r}+w_p'v_p'\frac{\partial t_p}{\partial r}-$$
$$-\frac{t_p'\partial(r<w_p'v_p'>)}{r\partial r}-\frac{w_p'\partial(r<t_p'v_p'>)}{r\partial r}=$$
$$=\frac{F_{a\varphi}'t_p'}{\rho_p\beta}+\frac{6\alpha}{\rho_pc_p\delta}(t_g'w_p'-t_p'w_p'). \quad (8)$$

Далее умножим пульсационное уравнение (8) на величину $v_p'^2/2$, а уравнение (4) – на $t_p'w_p'v_p'$, после чего просуммируем эти уравнения. Преобразуем полученное уравнение с помощью выражения (6) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t_p'w_p'v_p'^2/2$. Затем в итоговом уравнении произведем осреднение. Пренебрегая смешанными корреляционными моментами (газ-частица), запишем уравнение переноса искомой величины $<t_p'w_p'v_p'^2>$:

$$\frac{\partial(r<t_p'w_p'v_p'^3>)}{2r\partial r}+\frac{<t_p'w_p'v_p'^3>}{2r}-\frac{<w_p'v_p'><t_p'v_p'^2>}{2r}-$$
$$-\frac{<t_p'v_p'w_p'^3>}{r}+\frac{<w_p'v_p'^3>\partial t_p}{2\partial r}-\frac{<t_p'v_p'^2>\partial(r<w_p'v_p'>)}{2r\partial r}-$$
$$-\frac{<w_p'v_p'^2>\partial(r<t_p'v_p'>)}{2r\partial r}-\frac{<t_p'w_p'v_p'>\partial(r<v_p'^2>)}{r\partial r}+$$
$$+\frac{<w_p'^2><t_p'w_p'v_p'>}{r}=-\psi_4<t_p'w_p'v_p'^2>;$$
$$\psi_4=3\left(\frac{\alpha}{\rho_pc_p\delta}+\frac{1}{2\tau}\right). \quad (9)$$

Подобным образом могут быть получены уравнения переноса для остальных искомых корреляций. Приведем эти уравнения:

$$\frac{\partial(r<t'_p v'^4_p>)}{3r\partial r}+\frac{<v'^4_p>\partial\, t_p}{3\partial r}-\frac{<t'_p w'^2_p v'^2_p>}{r}+$$
$$+\frac{<t'_p v'^2_p><w'^2_p>}{r}-\frac{<t'_p v'^2_p>\partial(r<v'^2_p>)}{r\partial r}-$$
$$-\frac{<v'^3_p>\partial(r<t'_p v'_p>)}{3r\partial r}=-\psi_3<t'_p v'^3_p>;$$
$$\psi_3=\frac{2\alpha}{\rho_p c_p \delta}+\frac{1}{\tau};\tag{10}$$

$$\frac{\partial(r<t'_p w'^2_p v'^2_p>)}{2r\partial r}+\frac{<t'_p w'^2_p v'^2_p>}{r}-\frac{<t'_p w'_p v'_p><w'_p v'_p>}{r}-$$
$$-\frac{<t'_p w'^4_p>}{2r}+\frac{<t'_p w'^2_p><w'^2_p>}{2r}+\frac{<w'^2_p v'^2_p>}{2}\frac{\partial t_p}{\partial r}-$$
$$-\frac{<t'_p w'_p v'_p>\partial(r<w'_p v'_p>)}{r\partial r}-\frac{<w'^2_p v'_p>\partial(r<t'_p v'_p>)}{2r\partial r}-$$
$$-\frac{<t'_p w'^2_p>\partial(r<v'^2_p>)}{2r\partial r}=-\psi_4<t'_p w'^2_p v'_p>;\tag{11}$$

$$\frac{\partial(r<t'_p w'^3_p v'_p>)}{3r\partial r}+\frac{<t'_p w'^3_p v'_p>}{r}-\frac{<t'_p w'^2_p><w'_p v'_p>}{r}+$$
$$+\frac{<w'^3_p v'_p>\partial t_p}{3\partial r}-\frac{<t'_p w'^2_p>\partial(r<w'_p v'_p>)}{r\partial r}-$$
$$-\frac{<w'^3_p>\partial(r<t'_p v'_p>)}{3r\partial r}=-\psi_3<t'_p w'^3_p>.\tag{12}$$

Уравнения (9)-(12) содержат пятые моменты, которые подобно [5] могут быть представлены в виде суммы произведений корреляций второго и третьего порядков. С учетом этого указанные уравнения преобразуются к виду:

$$<t'_p v'^3_p>=-\frac{1}{\psi_3}\left[\frac{<v'^2_p>\partial<t'_p v'^2_p>}{\partial r}+\right.$$
$$+\frac{<t'_p v'_p>\partial<v'^3_p>}{3\partial r}+\frac{<v'^2_p>^2\,\partial\, t_p}{\partial r}-\frac{<v'^2_p><t'_p w'^2_p>}{r}-$$
$$-\frac{2<w'_p v'_p><t'_p w'_p v'_p>}{r}-\frac{<w'^2_p v'_p><t'_p v'_p>}{r}+$$
$$\left.+\frac{<t'_p v'^2_p><w'^2_p>}{r}\right];\tag{13}$$

$$<t'_p w'^2_p v'_p>=-\frac{1}{\psi_4}\left[\frac{<v'^2_p>\partial<t'_p w'^2_p>}{2\partial r}+\right.$$
$$+\frac{<w'_p v'_p>\partial<t'_p w'_p v'_p>}{\partial r}+\frac{<t'_p v'_p>\partial<v'_p w'^2_p>}{2\partial r}+$$
$$+\frac{<v'^2_p><t'_p w'^2_p>}{r}+\frac{<w'_p v'_p><t'_p w'_p v'_p>}{r}+$$
$$+\frac{<w'^2_p v'_p><t'_p v'_p>}{r}-\frac{<w'^2_p><t'_p w'^2_p>}{r}-$$
$$-\frac{<w'^3_p><t'_p w'_p>}{2r}+\frac{<v'^2_p><w'^2_p>\partial t_p}{2\partial r}+$$
$$\left.+\frac{<w'_p v'_p>^2\,\partial t_p}{\partial r}\right];\tag{14}$$

$$<t'_p w'_p v'^2_p>=-\frac{1}{\psi_4}\left[\frac{<v'^2_p>\partial<t'_p w'_p v'_p>}{\partial r}+\right.$$
$$+\frac{<w'_p v'_p>\partial<t'_p v'^2_p>}{2\partial r}+\frac{<t'_p v'_p>\partial<w'_p v'^2_p>}{2\partial r}+$$
$$+\frac{<v'^2_p><t'_p w'_p v'_p>}{r}+\frac{<t'_p v'_p><w'_p v'^2_p>}{2r}-$$
$$-\frac{3<w'_p v'_p><t'_p w'^2_p>}{r}-\frac{<t'_p v'_p><w'^3_p>}{r}+$$
$$\left.+\frac{<w'^2_p><t'_p w'_p v'_p>}{r}+\frac{3<v'^2_p><w'_p v'_p>\partial\, t_p}{2\partial r}\right];\tag{15}$$

$$< t'_p w'^3_p > = -\frac{1}{\psi_3}\left[\frac{< w'_p v'_p > \partial < t'_p w'^2_p >}{\partial r} + \right.$$

$$+ \frac{< t'_p v'_p > \partial < w'^3_p >}{3\partial r} + \frac{2 < w'_p v'_p >< t'_p w'^2_p >}{r} +$$

$$\left. + \frac{< w'^3_p >< t'_p v'_p >}{r} + \frac{< w'_p v'_p > \ < w'^2_p > \partial\, t_p}{\partial r}\right]. \tag{16}$$

Подставляя (13)-(16) в уравнения (1)-(3), получим окончательный вид уравнений переноса третьих моментов.

Уравнение переноса величины $< t'_p w'^2_p >$:

$$-\frac{\partial}{4r\partial r}\left(\frac{r < v'^2_p >}{\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'^2_p >}{\partial r}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r < w'_p v'_p >}{\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'_p v'_p >}{\partial r}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{4r\partial r}\left(\frac{r < t'_p v'_p >}{\psi_4}\frac{\partial < w'^2_p v'_p >}{\partial r}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< v'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_4}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< w'_p v'_p >< t'_p w'_p v'_p >}{\psi_4}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< t'_p v'_p >< w'^2_p v'_p >}{\psi_4}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{< w'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_4}\right) + \frac{\partial}{4r\partial r}\left(\frac{< w'^3_p >< t'_p w'_p >}{\psi_4}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{4r\partial r}\left(\frac{r < v'^2_p >< w'^2_p >}{\psi_4}\frac{\partial t_p}{\partial r}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r < w'_p v'_p >^2}{\psi_4}\frac{\partial t_p}{\partial r}\right) - \frac{< v'^2_p >}{2\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'^2_p >}{r\partial r} -$$

$$-\frac{< w'_p v'_p >}{\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'_p v'_p >}{r\partial r} - \frac{< t'_p v'_p >}{2\psi_4}\frac{\partial < w'^2_p v'_p >}{r\partial r} -$$

$$-\frac{< v'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_4 r^2} - \frac{< w'_p v'_p >< t'_p w'_p v'_p >}{\psi_4 r^2} -$$

$$-\frac{< w'^2_p v'_p >< t'_p v'_p >}{\psi_4 r^2} + \frac{< w'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_4 r^2} +$$

$$+\frac{< w'^3_p >< t'_p w'_p >}{2\psi_4 r^2} - \frac{< v'^2_p >< w'^2_p > \partial\, t_p}{2\psi_4 r\partial r} -$$

$$-\frac{< w'_p v'_p >^2}{\psi_4}\frac{\partial t_p}{r\partial r} - \frac{< t'_p w'_p >< w'_p v'_p >}{r} -$$

$$-\frac{< t'_p w'_p > \partial(r < w'_p v'_p >)}{r\partial r} + \frac{< w'^2_p v'_p >}{2}\frac{\partial t_p}{\partial r} -$$

$$-\frac{< w'^2_p >}{2}\frac{\partial(r < t'_p v'_p >)}{r\partial r} = -\psi_1 < t'_p w'^2_p >. \tag{17}$$

Уравнение переноса величины $< t'_p v'^2_p >$:

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r < v'^2_p >}{\psi_3}\frac{\partial < t'_p v'^2_p >}{\partial r}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{6r\partial r}\left(\frac{r < t'_p v'_p >}{\psi_3}\frac{\partial < v'^3_p >}{\partial r}\right) - \frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r < v'^2_p >^2}{\psi_3}\frac{\partial t_p}{\partial r}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< v'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_3}\right) + \frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{< w'_p v'_p >< t'_p w'_p v'_p >}{\psi_3}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< w'^2_p v'_p >< t'_p v'_p >}{\psi_3}\right) -$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{< t'_p v'^2_p >< w'^2_p >}{\psi_3}\right) + < v'^3_p > \frac{\partial t_p}{2\partial r} +$$

$$+\frac{< v'^2_p >}{2\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'^2_p >}{r\partial r} + \frac{< w'_p v'_p >}{\psi_4}\frac{\partial < t'_p w'_p v'_p >}{r\partial r} +$$

$$+\frac{< t'_p v'_p > \partial < w'^2_p v'_p >}{2\psi_4 r\partial r} + \frac{< v'^2_p >< t'_p w'^2_p >}{\psi_4 r^2} +$$

$$+\frac{< w'_p v'_p >< t'_p w'_p v'_p >}{\psi_4 r^2} + \frac{< w'^2_p v'_p >< t'_p v'_p >}{\psi_4 r^2} -$$

$$-\frac{<w_p'^2><t_p'w_p'^2>}{\psi_4 r^2}-\frac{<w_p'^3><t_p'w_p'>}{2\psi_4 r^2}+$$

$$+\frac{<v_p'^2><w_p'^2>}{2\psi_4}\frac{\partial t_p}{r\partial r}+\frac{<w_p'v_p'>^2}{\psi_4}\frac{\partial t_p}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<v_p'^2>}{2}\frac{\partial(r<t_p'v_p'>)}{r\partial r}-<t_p'v_p'>\frac{\partial(r<v_p'^2>)}{r\partial r}+$$

$$+\frac{<t_p'v_p'><w_p'^2>}{r}=-\psi_1<t_p'v_p'^2>. \qquad (18)$$

Уравнение переноса величины $<t_p'w_p'v_p'>$:

$$-\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{r<v_p'^2>}{\psi_4}\frac{\partial<t_p'w_p'v_p'>}{\partial r}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r<w_p'v_p'>}{\psi_4}\frac{\partial<t_p'v_p'^2>}{\partial r}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r<t_p'v_p'>}{\psi_4}\frac{\partial<v_p'^2w_p'>}{\partial r}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{<v_p'^2><t_p'w_p'v_p'>}{\psi_4}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{2r\partial r}\left(\frac{<t_p'v_p'><v_p'^2w_p'>}{\psi_4}\right)+$$

$$+\frac{3\partial}{r\partial r}\left(\frac{<w_p'v_p'><t_p'w_p'^2>}{\psi_4}\right)+\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{<t_p'v_p'><w_p'^3>}{\psi_4}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{<w_p'^2><t_p'w_p'v_p'>}{\psi_4}\right)-$$

$$-\frac{3\partial}{2r\partial r}\left(\frac{r<v_p'^2><w_p'v_p'>}{\psi_4}\frac{\partial t_p}{\partial r}\right)+<v_p'^2w_p'>\frac{\partial t_p}{\partial r}+$$

$$+\frac{<w_p'v_p'>}{\psi_3}\frac{\partial<t_p'w_p'^2>}{r\partial r}+\frac{<t_p'v_p'>}{3\psi_3}\frac{\partial<w_p'^3>}{r\partial r}+$$

$$+\frac{2<w_p'v_p'><t_p'w_p'^2>}{\psi_3 r^2}+\frac{<t_p'v_p'><w_p'^3>}{\psi_3 r^2}+$$

$$+\frac{<w_p'v_p'><w_p'^2>}{\psi_3}\frac{\partial t_p}{r\partial r}+$$

$$+\frac{<t_p'w_p'><w_p'^2>}{r}-\frac{<v_p'^2>}{\psi_4}\frac{\partial<t_p'w_p'v_p'>}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<w_p'v_p'>}{2\psi_4}\frac{\partial<t_p'v_p'^2>}{r\partial r}-\frac{<t_p'v_p'>}{2\psi_4}\frac{\partial<v_p'^2w_p'>}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<v_p'^2><t_p'w_p'v_p'>}{\psi_4 r^2}-\frac{<t_p'v_p'><v_p'^2w_p'>}{2\psi_4 r^2}+$$

$$+\frac{3<w_p'v_p'><t_p'w_p'^2>}{\psi_4 r^2}+\frac{<t_p'v_p'><w_p'^3>}{\psi_4 r^2}-$$

$$-\frac{<w_p'^2><t_p'w_p'v_p'>}{\psi_4 r^2}-\frac{3<v_p'^2><w_p'v_p'>}{2\psi_4}\frac{\partial t_p}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<t_p'v_p'><w_p'v_p'>}{r}-<t_p'w_p'>\frac{\partial(r<v_p'^2>)}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<t_p'v_p'>\partial(r<w_p'v_p'>)}{r\partial r}-$$

$$-\frac{<w_p'v_p'>\partial(r<t_p'v_p'>)}{r\partial r}=-\psi_2<t_p'w_p'v_p'>. \qquad (19)$$

В уравнениях (17)-(19) фигурируют вторые ($<v_p'^2>$, $<w_p'v_p'>$, $<w_p'^2>$, $<t_p'v_p'>$, $<t_p'w_p'>$) и третьи моменты ($<v_p'v_p'v_p'>$, $<w_p'w_p'w_p'>$, $<v_p'w_p'w_p'>$, $<v_p'v_p'w_p'>$), которые могут быть определены согласно [2, 4].

Вывод

Полученная система уравнений переноса третьих и четвертых моментов пульсаций скорости и температуры частиц в анизотропном поле энергии хаотического движения твердой фазы на участке стабилизированного течения газовзвеси позволяет более точно, по сравнению с существующими моделями, рассчитать пульсационные характеристики неизотермического дисперсного потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кондратьев Л. В.* Модель и численное исследование турбулентного течения газовзвеси в

трубе. Автореф. дисс. канд. физ.-мат. наук. – Л., 1989. – 18 с.

2. *Рохман Б.Б.* Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока. Часть I // Пром. теплотехника. – 2005. – Т. 27, № 3. – С. 9-16.

3. *Зайчик Л.И.* Об уравнениях для функции плотности вероятности скорости частиц в неоднородном турбулентном поле // МЖГ. – 1996. – №2. – С. 117-124.

4. *Рохман Б.Б., Шамис Л.Б., Матвейчук А.С.* О корреляционных моментах пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы на участке стабилизированного течения двухфазного потока // Пром. теплотехника. – 2007. – Т. 29, №2. – С. 16-22.

5. *Hanjalic K., Launder B. E.* A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows // J. Fluid. Mech. – 1972. – 52, № 4. – P. 609-638.

Получено 03.11.2005 г.

УДК 536.24:532.785

Андронова Е.В., Баганов Е.А., Курак В.В.

Херсонский национальный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ЖИДКОФАЗНОЙ ЭПИТАКСИИ СОЕДИНЕНИЙ A^3B^5 МЕТОДОМ ИМПУЛЬСНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ НАСЫЩЕННОГО РАСТВОРА-РАСПЛАВА

Розглянуто процеси тепломасопереносу, що відбуваються при епітаксії структур методом імпульсного охолодження насиченого розчину-розплаву з урахуванням шару технологічного газу між підкладкою та теплопоглиначем. Отримано залежності часу появлення та величини максимуму переохолодження на фронті кристалізації від технологічних параметрів процесу. Показано, що область оптимального використання даного методу – субмікронні шари, що мають товщину меншу ніж 100…200 нм.

Рассмотрены процессы тепломассопереноса, происходящие при эпитаксии структур методом импульсного охлаждения насыщенного раствора-расплава с учетом слоя технологического газа между подложкой и теплопоглотителем. Получены зависимости времени появления и величины максимума переохлаждения на фронте кристаллизации от технологических параметров процесса. Показано, что область оптимального применения данного метода – субмикронные слои толщиной менее 100…200 нм.

Heat-mass transfer processes at epitaxy by the method of pulse cooling of saturated solution-melt with consideration of technological gas layer between substrate and heat absorber are examined. Value and appearance time of maximum supercooling dependences on technological parameters are obtained. It is shown, that optimum use area of this method is submicron layers with width less than 100-200 nm.

a_1, a_2 – размеры пластин в направлении x;
b_1, b_2 – размеры пластин в направлении y;
Bi – критерий Био;
c_A, c_G, c_H, c_M, c_S – теплоемкость теплопоглотителя, графита, водорода, раствора-расплава и подложки;
D – коэффициент диффузии атомов растворенного вещества в расплаве;
E_C – энтальпия кристаллизации;
Gr – число Грасгофа;
j_C – поток кристаллизующегося вещества;
m – наклон линии ликвидус;
$N(z, t)$ – концентрация неравновесных атомов растворенного вещества;
Nu – число Нуссельта;
Pr – число Прандтля;