УДК 536.242

Авраменко А.А., Скицко А.И., Коваленко А.В.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПАРОВОГО СЛОЯ ПРИ ОБРАЩЕННОМ ДИСПЕРСНО – КОЛЬЦЕВОМ РЕЖИМЕ

На основі методу лінійних збурень отримано рівняння для визначення критеріїв гідродинамічної стійкості в паровому шарі при оберненому дисперсно – кільцевому режимі. Рівняння отримані в двовимірному і тривимірному наближенні. Дослідження рівнянь на власні значення дозволило визначити критерії гідродинамічної стійкості.

На основе метода линейных возмущений получено уравнение для определения критериев гидродинамической устойчивости в паровом слое при обращенном дисперсно – кольцевом режиме. Уравнения получены в двумерном и трехмерном приближении. Исследование уравнений на собственные значения позволило определить критерии гидродинамической устойчивости.

On the basis of the method of linear perturbations, we obtain an equation for the determination of hydrodynamic stability criteria in a steam layer under the converted annular-dispersed regime. The equations are obtained in the two-dimensional and three-dimensional approximation. The solution of an eigenvalue problem enable us to determine hydrodynamic stability criteria.

a – коэффициенты пробных функций;
b – толщина парового слоя;
$c = c_r + ic_i = \dfrac{\tilde{\beta}/\tilde{\alpha}}{U_m}$ – комплексный безразмерный параметр;
$D = \dfrac{d^2}{dy^2} - (\alpha^2 + \gamma^2)$, $D_* = \dfrac{d^2}{dy^2} - \alpha^2$ – дифференциальные операторы;
g – ускорение свободного падения;
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты по координатам $\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ соответственно;
$\tilde{p}$ – давление;
$\tilde{P}(\tilde{x})$ – давление невозмущенного потока;
$p'(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ – возмущающие давление;
$p_A(y)$ – безразмерная возмущающая амплитуда давления;
T – полиномы Чебышева первого рода;
$\tilde{t}$ – время;
$\tilde{U}(\tilde{y})$ – скорость невозмущенного потока;
$U_m = 2\nu / b$ – масштаб скорости;
$U = \tilde{U} / U_m$ – безразмерная скорость невозмущенного потока;
$\tilde{u}$, $\tilde{v}$, $\tilde{w}$ – компоненты скорости по координатам $\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ соответственно;
$\tilde{u}_b$ – скорость на внешней границе парового слоя;
$u'(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$, $v'(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$, $w'(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ – возмущающие скорости;
$u_A(y)$, $v_A(y)$, $w_A(y)$ – безразмерные возмущающие амплитуды скорости;
$\mathbf{V}$ – вектор скорости;
$\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ – декартовы координаты;
$y = 2\tilde{y} / b$ – безразмерная нормальная координата;
$\tilde{\alpha}$, $\tilde{\gamma}$ – волновые числа;
$\alpha = \tilde{\alpha} b / 2$, $\gamma = \tilde{\gamma} b / 2$ – безразмерные волновые числа;
$\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_r + i\tilde{\beta}_i$ – комплексный параметр;
$\tilde{\beta}_r$ – частота осцилляций;
$\tilde{\beta}_i$ – показатель нарастания возмущений;
$\beta = \dfrac{(b/2)^2 \tilde{\beta}}{\nu}$ – безразмерный комплексный параметр;
$\tilde{\varphi}$ – амплитуда возмущения функции тока;
$\varphi = 2\tilde{\varphi} / (U_m b)$ – безразмерная амплитуда возмущения функции тока;
ν – кинематическая вязкость пара;
ρ – плотность пара;
$\Delta\rho$ – разность плотностей жидкости и пара;

τ_b – касательное напряжение на внешней границе парового слоя;

ψ – функция тока;

$\nabla = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}}\mathbf{k}$ – лапласиан.

Безразмерные критерии:

$\mathrm{Ar} = \frac{gb^3}{\nu^2}\frac{\Delta\rho}{\rho}$ – число Архимеда;

$\mathrm{Re}_b = \frac{\tilde{u}_b b}{\nu}$, $\mathrm{Re}_\tau = \frac{\sqrt{\tau_b / \rho} b}{\nu}$ – числа Рейнольдса.

1. Введение

При движении двухфазного потока в вертикальном канале одним из возможных режимов течения является обращенный дисперсно – кольцевой режим. В этом случае жидкая фаза образует ядро потока, а паровая – движется в виде пленки около стенок канала [1]. Такой же режим может возникнуть при противоточном движении фаз, например, при заливе сверху воды в вертикальный канал, стенки которого перегреты выше температуры насыщения. При этом необходимым условием является то, что температура поверхности должна быть выше температуры Лейденфроста. Предельный случай такого режима – это так называемое захлебывание.

Ламинарное пленочное кипение около вертикальной поверхности впервые изучено в [2] аналитическим методом. Численно такая же задача исследовалась в [3]. В этих работах получены зависимости для профилей скорости в паровом слое, которые необходимы для изучения устойчивости движения. В работе [3] также отмечается, что течение в паровом слое может терять устойчивость и переходить к турбулентному режиму. При этом процесс теплообмена принимает автомодельный характер по отношению к геометрии канала [4]. Следовательно, для корректного прогнозирования работы каналов с двухфазными потоками необходимо знать границы смены режимов течения.

В настоящей статье рассматривается устойчивость движения парового слоя около вертикальной поверхности, когда течение направлено вертикально вверх (вдоль оси $\tilde{x}$). Разность плотностей жидкости и пара равна $\Delta\rho$, и профиль скоростей зависит в основном от нормальной координаты $\tilde{y}$.

2. Базовые уравнения

Система уравнений, описывающие процессы гидродинамики в паровом слое около вертикальной поверхности при обращенном дисперсно – кольцевом режиме имеет следующий вид:

$$\frac{D\mathbf{V}}{D\tilde{t}} = -\nabla\tilde{p} + \nu\nabla^2\mathbf{V} + \mathbf{k}\frac{g\Delta\rho}{\rho}, \quad \nabla\cdot\mathbf{V} = 0, \tag{1}$$

Данная система является базовой для вывода линеаризированных уравнений возмущающих амплитуд, на основе которых рассчитываются критерии устойчивости течения. Уравнения для возмущающих амплитуд могут быть получены как для трехмерного, так и для двумерного приближения. Рассмотрим эти приближения.

3. Трехмерное приближение

Уравнения возмущающих амплитуд выводятся на основе метода малых (линейных) возмущений, в соответствии с которым квадратичными слагаемыми относительно возмущающих величин пренебрегают. Следуя этому методу, представим поля скоростей и давления в виде суммы основных (невозмущенных) и малых возмущающих составляющих

$$\left\{\tilde{u}\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), \tilde{v}\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), \tilde{w}\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), \tilde{p}\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right)\right\} =$$

$$= \left\{\tilde{U}\left(\tilde{y}\right) + u'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), v'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), w'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right),\right.$$

$$\left.\tilde{P}\left(\tilde{x}\right) + p'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right)\right\}, \tag{2}$$

где

$$\left\{u'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), v'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right), w'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right) p'\left(\tilde{t},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}\right)\right\} =$$

$$= \left\{U_m u_A\left(y\right), U_m v_A\left(y\right), U_m w_A\left(y\right),\right.$$

$$\left.\rho U_m^2 p_A\left(y\right)\right\} \exp\left[i\left(\tilde{\alpha}\tilde{x} + \tilde{\gamma}\tilde{z} - \tilde{\beta}\tilde{t}\right)\right]. \tag{3}$$

Далее, подставим (3) в (2), а затем (2) в (1). После линеаризации получим следующую систему уравнений для возмущающих амплитуд:

$$D^* u_A - i\alpha U u_A = i\alpha p_A + U' \mathrm{v}_A,$$

$$D^* \mathrm{v}_A - i\alpha U v_A = p'_A,$$

$$D^* w_A - i\alpha U w_A = i\gamma p_A,$$

$$i\alpha u_A + \mathrm{v}'_A + i\gamma w_A = 0,$$

где штрих означает дифференцирование по y. При этом y меняется в диапазоне от -1 до 1, а точка $y = 0$ соответствует середине парового слоя. Исключив $u_A(y)$, $w_A(y)$ и $p_A(y)$, получаем

$$\frac{1}{i\alpha} D^2 \mathrm{v}_A = \big((U - c)D - U''\big)\mathrm{v}_A. \tag{4}$$

Таким образом, задача сводится к исследованию уравнения (4) на собственные значения. Для ее решения необходимы следующие граничные условия:

$$\begin{array}{ll} y = -1 & \mathrm{v}_A = \mathrm{v}'_A = 0, \\ y = 1 & \mathrm{v}_A = \mathrm{v}'_A = 0. \end{array} \tag{5}$$

4. Двумерное приближение

В случае двумерного приближения $w'(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = 0$, $\tilde{\gamma} = 0$, для вывода уравнений возмущающих амплитуд удобно ввести функцию тока ψ следующим образом:

$$u' = \frac{\partial\psi}{\partial\tilde{y}}, \quad \mathrm{v}' = -\frac{\partial\psi}{\partial\tilde{x}}, \ \psi = \tilde{\varphi}(\tilde{y})\exp\left[i\left(\tilde{\alpha}\tilde{x} - \tilde{\beta}\tilde{t}\right)\right]. \tag{6}$$

Далее, подставим (6) в (3), а затем (3) в (2). Полученные в результате выражения подставим в уравнения (1). Окончательно имеем

$$\frac{1}{i\alpha} D_*^2 \varphi = \big((U - c)D_* - U''\big)\varphi. \tag{7}$$

Задача на собственные значения решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{array}{ll} y = -1 & \varphi' = \varphi'' = 0, \\ y = 1 & \varphi' = \varphi'' = 0. \end{array} \tag{8}$$

5. Профили невозмущенного течения

Для исследования уравнений (4) и (7) на собственные значения необходимо знать форму невозмущенного профиля скорости. Такие формы были исследованы в работах [2,3]. Эти профили могут быть получены из следующего уравнения:

$$\frac{d^2U}{dy^2} = \frac{\mathrm{Ar}}{8}. \tag{9}$$

Решения для данного уравнения могут быть получены при различных граничных условиях. Рассмотрим два вида граничных условий:

$$\begin{array}{ll} y = -1 & U = 0, \\ y = 1 & U = \mathrm{Re}_b / 2. \end{array} \tag{10}$$

и

$$\begin{array}{ll} y = -1 & U = 0, \\ y = 1 & dU/dy = \mathrm{Re}_\tau^2 / 4. \end{array} \tag{11}$$

Решение уравнения (9) с граничными условиями (10) имеет вид

$$U = \frac{\mathrm{Ar}}{16}\left(1 - y^2\right) + \frac{\mathrm{Re}_b}{4}(1 + y), \tag{12}$$

а решение с граничными условиями (12) –

$$U = \frac{\mathrm{Ar}}{16}(3 - y)(1 + y) + \frac{\mathrm{Re}_\tau^2}{4}(1 + y). \tag{13}$$

Таким образом, общее выражение для профиля скорости можно записать в следующем виде:

$$U = \left[\frac{\mathrm{Ar}}{4}(2 + s - y) + \left(\frac{1 - s}{2}\mathrm{Re}_b + \frac{1 + s}{2}\mathrm{Re}_\tau^2\right)\right]\frac{1 + y}{4}. \tag{14}$$

При $s = -1$ выражение (14) трансформируется в (12), а при $s = 1$ – в (13).

6. Теорема Сквайра

Согласно теореме Сквайра [5], двумерные возмущения являются более опасными, чем трехмерные с точки зрения запаса устойчивости. Чтобы доказать эту теорему, для данного случая введем модифицированные преобразования Сквайра

$$\alpha^2 + \gamma^2 \to \alpha_*^2, \quad \alpha U \to \alpha_* U_*, \quad \alpha c \to \alpha_* c_*,$$

$$v_A \to \phi, \quad D \to D_*,$$

где D_* включает α_*, а в профиль U_* входят следующие критерии подобия:

$$\alpha \mathrm{Ar} \to \alpha_* \mathrm{Ar}_*, \quad \alpha \mathrm{Re}_b \to \alpha_* \mathrm{Re}_{b*},$$

$$\alpha \mathrm{Re}_\tau^2 \to \alpha_* \mathrm{Re}_{\tau*}^2 . \qquad (15)$$

После применения указанных преобразований к уравнению (4) и граничным условиям (5) получаем выражения, аналогичные (7) и (8). Так как $\alpha_* > \alpha$, то из (15) следует, что

$$\mathrm{Ar} < \mathrm{Ar}_*, \quad \mathrm{Re}_b < \mathrm{Re}_{b*}, \quad \mathrm{Re}_\tau < \mathrm{Re}_{\tau*} .$$

Следовательно, для отыскания минимального значения безразмерных критериев достаточно рассмотреть двумерные возмущения.

Таким образом, для отыскания критериев устойчивости можно ограничиться решением задачи на собственные значения для системы двумерного приближения (7), (8).

7. Метод решения

Задача на собственные значения для системы (7), (8) решалась методом коллокаций. В качестве пробных функций использовались следующие выражения:

$$\varphi = \sum_{j=1}^{N} a_j \left(1 - y^2\right)^2 y^{2(j-1)} \qquad (16)$$

или

$$\varphi = \sum_{j=1}^{N} a_j \left(1 - y^2\right)^2 T_{2j}\left(y\right). \qquad (17)$$

Дальнейшие расчеты показали, что при $N = 500$ отличие результатов расчета критических значений безразмерных чисел подобия при использовании пробных функций (16) и (17) составляет менее 0,3 %.

8. Результаты расчетов

В связи с доказанным утверждением теоремы Сквайра расчеты критериев устойчивости были выполнены в двумерном приближении. Они проводились на основе систем (7), (8) с использованием профиля невозмущенного течения (14). Это позволило построить в фазовом пространстве зависимости вида

$$\mathrm{Ar} = \mathrm{Ar}\left(\mathrm{Re}_b, \alpha, c\right) \text{ и } \mathrm{Ar} = \mathrm{Ar}\left(\mathrm{Re}_\tau, \alpha, c\right).$$

Критерии устойчивости определялись как

$$\mathrm{Ar}_{cr} = \min\left\{\mathrm{Ar}\left(\mathrm{Re}_b, \alpha, c_i = 0\right)\right\} \text{ и}$$

$$\mathrm{Ar}_{cr} = \min\left\{\mathrm{Ar}\left(\mathrm{Re}_\tau, \alpha, c_i = 0\right)\right\}.$$

Расчеты, выполненные для профиля (14) при $s = -1$ и $\mathrm{Re}_b = 0$ (неподвижная жидкость), показали, что критическое значение числа Архимеда Ar_{cr} равно 92357, а критическое значение волнового числа α_{cr} – 1,02. При увеличении скорости жидкости (рост Re_b) значение критического числа Архимеда сначала увеличивается (до точки $\mathrm{Re}_b \approx 7000$), затем уменьшается (в диапазоне $\mathrm{Re}_b \approx 7000...12000$), после чего монотонно возрастает (Таблица).

Такое поведение функции $\mathrm{Ar}_{cr} = \mathrm{Ar}_{cr}(\mathrm{Re}_b)$ обусловлено двумя факторами – изменением формы профиля невозмущенной скорости и ростом числа Рейнольдса. На первом участке ($\mathrm{Re}_b \approx 0...7000$) с ростом Re_b внешняя часть профиля скорости в паровом слое становится более пологой. Это в соответствии со второй теоремой Релея об устойчивости движения потока [5] ведет к стабилизации течения и, как следствие, к возрастанию значения критического числа Архимеда. Таким образом, на этом участке чисел Рейнольдса превалирующее влияние на $\mathrm{Ar}_{\mathrm{cr}}$ оказывает форма профиля невозмущенной скорости. Далее, в диапазоне $\mathrm{Re}_b \approx 7000...12000$ более существенно влияние роста числа Рейнольдса. При $\mathrm{Re}_b > 12000$ профиль невозмущенной скорости близок к линейному, и это ведет к стабилизации течения подобно течению Куэтта [5]. При этом с ростом числа Рейнольдса происходит увеличение

Таблица

Re_b	0	10	100	1000	5000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	20000	30000	100000
Ar_{cr}	92357	94046	94789	200280	268382	278285	273274	266381	260835	257928	257711	259273	265005	302521	396412	1156805
α_{cr}	1.02	1.02	1.02	1.02	0.71	0.65	0.62	0.59	0.56	0.53	0.50	0.48	0.44	0.35	0.25	0.1

критической длины возмущающей волны. Т.е. длинноволновые возмущения являются более опасными с точки зрения потери устойчивости при больших числах Рейнольдса.

Исследования устойчивости при $s = 1$ показали, что в этом случае течение абсолютно устойчиво, что, конечно же, не соответствует реальной физической картине. Для случая $s = 1$ профиль (14) при $\mathrm{Re}_\tau = 0$ на большой части толщины парового слоя близок к линейному, а при росте Re линейность профиля возрастает. При $\mathrm{Re}_\tau = 10$ профиль практически линейный и, следовательно, в соответствии со второй теоремой Релея об устойчивости движения потока [5] такой поток устойчив. Аналогичная ситуация возникает при исследовании устойчивости течения Куэтта методом линейных возмущений [5], когда метод линейных возмущений также показывает абсолютную устойчивость потока. Таким образом, для исследования данного вида течения на устойчивость следует опираться на нелинейный энергетический подход [6], базирующийся на построении функционалов энергии.

9. Выводы

В работе получены системы уравнений в двумерном и трехмерном приближении для возмущающих амплитуд, позволяющие определять критерии устойчивости парового слоя при пленочном кипении. На основе решения задачи на собственные значения методом коллокаций показано, что вид функции $\mathrm{Ar}_{cr} = \mathrm{Ar}_{cr}(\mathrm{Re}_b)$ носит экстремальный характер (с максимумом и минимумом). Это обусловлено влиянием двух факторов: увеличением пологости формы профиля скорости невозмущенного течения и величиной числа Рейнольдса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузнецов Ю.Н.* Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 296 с.
2. *Bromley L.A.* Heat transfer in stable film boiling // Chemical Eng. Prog. – 1950. – 46. – P. 221 – 227.
3. *Кох Дж.К.В.* Анализ пленочного кипения на вертикальных поверхностях // Теплопередача. – 1962. – 84. – С. 70 – 78.
4. *Исаченко В.П., Осипов В.А., Сукомел А.С.* Теплопередача. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 416 с.
5. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
6. *Джозеф Д.* Устойчивость движения жидкости. – М.: Мир, 1981. – 638 с.

Получено 09.09.2008 г.

УДК 542.97:62.225

Корчинский А.А.,
Ободович А.Н., Матюшкин М.В.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ КАТАЛИТИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ПОСРЕДСТВОМ МЕТОДА ДИСКРЕТНО-ИМПУЛЬСНОГО ВВОДА ЭНЕРГИИ

Описано експериментальні дослідження процесу інвертування білого цукрового сиропу за допомогою струминного апарата конструкції Інституту

Описаны экспериментальные исследования процесса инвертирования белого сахарного сиропа посредством струйного аппарата конструкции Институ-

We describe our experimental study the process of inverting of white sugar syrup by means of a jet device of the design of the Institute of Engineering