7. *Sorlie M., Oye H.A.* Cathodes in Aluminum Electrolysis. – 2nd ed. – Düsseldorf: Aluminium – Verlag, 1994.

8. *G. Choudhary,* Electrical Conductivity for Aluminum Cell Electrolyte between 950 °C-1025 °C by Regression Equation // J. Electrochem. Soc. – (1973). – Vol.120, No.3. – P. 381–383.

9. *J.M.Jolas, J.Bos*, Cathode Drop Comparisons on Aluminium Peshiney Modern Cells, Light Metals. – 1994. – P. 403–410.

10. S. S. Lee, K.-S. Lei, P. Xu, J. J. Brown, Determination of Melting Temperatures and Al_2O_3 Solubilities for Hall Cell Electrolyte Compositions, Light Metals. - 1984. -P. 841-855.

11. А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферова. ANSYS в руках инженера. – М.:УРСС, 2003. – 270 с.

Получено 05.03.2008 г.

УДК 532.526

Головня Б.П.

Черкасский национальный университет им. Б.Хмельницкого

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛУЧАЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПУЛЬСАЦИОННЫХ КОМПОНЕНТ В ВИДЕ СУММЫ НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ЧАСТЬ 2. ОКОНЧАТЕЛЬНАЯ РАЗРАБОТКА И ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ

У першій частині роботи запропоновано нову методику побудови моделей турбулентності, що дозволяє представляти пульсаційну компоненту у вигляді суми ряду випадкових величин. У даній роботі на основі цієї методики побудовано модель для розрахунку турбулентного тепло- і масопереносу в пограничних шарах. Тестування моделі показує, що, крім стандартних задач, вона дозволяє розв'язувати задачі, які раніше не ставилися. В первой части работы предложена новая методика построения моделей турбулентности, позволяющая представлять пульсационную компоненту в виде суммы ряда случайных величин. В данной работе на основе этой методики построена модель для расчета турбулентного тепло- и массопереноса в пограничных слоях. Тестирование модели показывает, что, кроме стандартных задач, она позволяет решать задачи, ранее попросту не ставившиеся. In the first part of this work, we proposed a new methodology of the construction of turbulence models, which make it possible to represent fluctuations as a sum of a series of random variables. In the present work, on the bases of this methodology, we construct a model for the simulation of turbulent heat and mass transfer in boundary layers. Testing of this model shows that, in addition to standard problems, it enables one to solve problems that were not posed earlier.

 $C_1, C_2, C_{\varepsilon}, C_{v}$ – константы модели турбулентности; F_{v}, f_0, f_{0-i} – функции модели турбулентности; $k = 0, 5u_iu_i$ – кинетическая энергия турбулентности; k_0, k_1, k_i – энергия первичных, вторичных, *i*-ых вихрей;

 Q_w – тепловой поток;

- *и*, *v* пульсационные компоненты скорости в *x* и *у* направлениях;
- *u*₀, *u*₁, *u_i* пульсационные компоненты скорости в *x* направлении, создаваемые первичными, вторичными, *i*-ми вихрями;

t_0, t_1, t_i – пульсационные компоненты температуры

в *х* направлении, создаваемые первичными, вторичными, *i*-ми вихрями;

δ – толщина пограничного слоя;

 $\varepsilon = v \left(\partial u_i / \partial x_i \right)^2$ – скорость диссипации k;

- v кинематический коэффициент вязкости;
- v_t кинематический коэффициент турбулентной вязкости.

Индексы:

0, 1, 2 – относится к первичным, вторичным, третичным вихрям.

1. Введение

В первой части работы [1] была предложена методика построения моделей турбулентности. Согласно этой методике пульсационные компоненты скорости, давления и данных, описывающих процессы переноса величин, представляются в виде суммы бесконечного количества случайных величин. В итоге полная энергия турбулентности представляется в виде суммы ряда

 $k = \sum_{i=0}^{\infty} k_i$, а ее перенос описывается бесконечной

системой уравнений вида:

$$\begin{cases}
\frac{Dk_i}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_n} \left(v + \frac{v_{t-i}}{C_k} \right) \frac{\partial k_i}{\partial x_n} + f_{0-i} P_i - \varepsilon_i - E_{k-i}, \\
\frac{D\varepsilon_i}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_n} \left(v + \frac{v_{t-i}}{C_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_n} + \frac{\varepsilon_i}{k_i} \left(C_1 f_{0-i} P_i - C_2 \varepsilon_i \right) - E_{\varepsilon-i}. \\
P = P_0 \equiv -\overline{u_i u_j} \left(\partial U_i / \partial x_j \right), \quad P_i = \left(1 - f_{0-(i-1)} \right) P_{i-1}, \\
v_{ii} = C_v F_{v-i} k_i^2 / \varepsilon_i.
\end{cases}$$
(1)

Предполагается, что со средним течением взаимодействуют только турбулентные вихри, имеющие энергию k₀. Также предполагается, что в этих вихрях сосредоточена основная часть полной энергии турбулентности. В дальнейшем изложении эти вихри называются первичными. Кроме того, предполагается, что вихри, имеющие энергию k_1, k_2, k_i , возникают в результате контакта предыдущей вихревой системы со сдвигом и/или стенкой. Мы будем называть их вторичными, третичными, *і*-ми вихрями.

2. Расчет недостающих параметров модели турбулентности

Для замыкания модели (1) ее необходимо в первую очередь дополнить выражением для функции f_{0-i} . По результатам расчетов для нее была получена аппроксимация

$$f_{0-i} = \left(1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{Re}_{yi}}{5,5}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2,4\frac{y}{L_{\varepsilon i}}\right)\right), \quad (3)$$

где
$$\operatorname{Re}_{yi} = \sqrt{k_i} y / v, \ L_{\varepsilon i} = k_i^{3/2} / \varepsilon_i$$
.

Тестовые расчеты показали, что хорошей аппроксимацией для пристенных слагаемых, описывающих вязкие взаимодействия, служат выражения:

$$\begin{split} E_{ki} &= \left(1 - f_{0-i}\right) \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\nu + \frac{\nu_{i0}}{C_k}\right) \frac{\partial k_i}{\partial x_n} ,\\ E_{\varepsilon i} &= \left(1 - f_{0-i}\right) \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\nu + \frac{\nu_{ii}}{C_\varepsilon}\right) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_n} . \end{split}$$

После подстановки в систему пристенных поправок и приведения подобных получаем форму записи модельных уравнений:

$$\begin{cases}
\frac{Dk_i}{D\tau} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\nu + \frac{\nu_{ii}}{C_k} \right) \frac{\partial k_i}{\partial x_n} + f_{0-i} P_i - \varepsilon_i, \\
\frac{D\varepsilon_i}{D\tau} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\nu + \frac{\nu_{ii}}{C_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x_n} + \frac{\varepsilon_i}{k_i} \left(C_1 f_{0-i} P_i - C_2 \varepsilon_i \right).
\end{cases}$$
(4)

По результатам вариантных расчетов для функции $F_{_{\nu-i}}$ была получена следующая аппроксимация:

$$F_{v-i} = \left(1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{Re}_{yi}}{45}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2, 4\frac{y}{L_{\varepsilon i}}\right)\right).$$
(5)

Константы и краевые условия: $C_v = 0,09; C_{\varepsilon} = 1,3; C_k = 1; C_2 = 1,45; C_1 = 0,9C_2;$ $y = 0: U = k_0 = \varepsilon_0 = 0; y \to \infty: U = U_e, k_0 = k_e, \varepsilon_0 = \varepsilon_e.$

3. Тестирование модели k-є типа. Результаты расчетов вынужденного турбулентного течения в пограничном слое

Расчеты проводились, начиная от числа $Re = 5,0.10^5$ до $Re = 1,0.10^7$. В расчетах учитывались энергии четырех первых вихревых систем бесконечной последовательности, т.е. расчеты проводились по первым четырем моделям типа (4). При проведении расчетов полагалось, что со средним течением взаимодействуют только первичные вихри. Это значит, что в уравнениях пограничного слоя использовалась турбулентная



Рис. 1. Энергия турбулентности четыре. вихревых систем. Символы — данные Клебанова [2].

вязкость $v_t = v_{t0}$. В моделях для расчета вторичных, третичных и т.д. вихрей по сравнению с моделью для расчета первичных вихрей менялась только одна константа, а именно $C_{1-i} = 0.985C_2$.

На рис. 1 приведены расчеты энергии четырех первых вихревых систем и турбулентного трения, создаваемого этими системами. Суммарная энергия первичных и вторичных вихрей соответствует экспериментам [2]. Энергия третичных и четвертичных вихрей в масштабе графика не отобразилась. Отметим, что расчетное турбулентное трение, создаваемое первичными вихрями, также соответствует данным [2].

Расчеты средней скорости и коэффициента трения хорошо совпадают со всеми известными экспериментальными зависимостями.

Расчеты диссипативных масштабов и масштабов времени показывают, что они очень значительно изменяются от шага к шагу. Так, при $\text{Re} = 5 \cdot 10^6$ максимальные значения диссипативных масштабов четырех вихревых систем равны: $L_{\epsilon 0 \text{ max}} \approx \delta$, $L_{\epsilon 1 \text{ max}} \approx 0,075\delta$, $L_{\epsilon 2 \text{ max}} \approx 0,013\delta$, $L_{\epsilon 3 \text{ max}} \approx 10^{-5}\delta$. Отсюда следует, что каждая следующая вихревая система существует в основном как возмущение на фоне предыдущей.

Расчет функций f_{0-i} для четырех вихревых систем показывает, что область, в которой $f_{0-i} \neq 1$, очень быстро уменьшается с ростом *i*. В частности, функция четвертой вихревой системы на ис-

пользованной в расчете сетке получилась равной единице. Отсюда следует, что уже на пятой вихревой системе последовательность вихревых систем практически обрывается.

4. Модели $\overline{t^2} - \varepsilon_t$, для расчета теплообмена в пограничных слоях

Известно, что в результате захвата вихрем более нагретых слоев жидкости и переноса их в менее нагретые и наоборот, в жидкости создаются температурные пульсации. Отсюда следует, что должны существовать пульсации температуры, порожденные первичными, вторичными, *i*-ми вихрями. По аналогии с кинематическими пульсациями каждую из этих температурных пульсаций мы будем описывать отдельной системой уравнений.

При числах Pr >1 в модель необходимо ввести учет следующего физического эффекта. Как уже говорилось, температурные пульсации создаются в жидкости в результате захвата турбулентными вихрями более нагретых слоев жидкости и переноса их в менее нагретые слои, и наоборот. Но, вследствие того, что Pr>1, вихри, как кинематические образования, должны распадаться быстрей, чем температурные пульсации будут устранены теплопроводностью. В итоге, некоторое время на месте каждого вихря будет оставаться температурная неоднородность. С точки зрения моделирования турбулентности это явление можно трактовать следующим образом: на поддержание пульсаций используется не вся энергия, описываемая генерационным слагаемым. Разрешить эту проблему удалось с помощью введения в модель дополнительной диссипации ε_{t-add}, вычисляемой по формуле $\varepsilon_{t-add} = \max\left(0, 5t^2 \varepsilon/k - \varepsilon_{t,0}\right)$. Очевидно, что ε_{t-add} вычисляется так, чтобы гарантировать выполнение неравенства $0.5\overline{t^2}/(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-add}) \le k/\varepsilon$, т.е. масштаб времени тем-

пературных пульсаций не превышает масштаба времени кинематических пульсаций.

Учитывая структуру модели (4) и выражение для дополнительной диссипации, получаем модель для расчета переноса пульсаций температуры:

$$\begin{split} &\frac{D\overline{t_i^2}}{D\tau} = f_{0t-i} \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\alpha + \frac{\alpha_{ii}}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \overline{t_i^2}}{\partial x_n} + 2f_{0t-i}P_{t-i} - \\ &- 2 \left(\varepsilon_{ii} + \varepsilon_{ii-add} \right), \\ &\frac{D\varepsilon_{ii}}{D\tau} = f_{0t-i} \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\alpha + \frac{\alpha_{ii}}{\sigma_{\varepsilon t}} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial x_n} + \\ &+ \frac{\varepsilon_{ii} + \varepsilon_{ii-add}}{0,5\overline{t_0^2}} \left(C_{1t}f_{0t-i}P_{t-i} - C_{2t}\varepsilon_{ii} \right), \\ &P_{t-0} \equiv P_t = -\overline{u_{i0}t_0} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} , P_{t-i} = \left(1 - f_{0t-(i-1)} \right) P_{t-(i-1)} , \\ &\alpha_{ii} = C_{\lambda}F_{\lambda-i} \ k_i \frac{0,5\overline{t_i^2}}{\varepsilon_{ii} + \varepsilon_{ii-add}} . \end{split}$$

(6)

По результатам расчетов для f_{0t-i} и $F_{\lambda-i}$ были выбраны следующие аппроксимации:

$$f_{0t-i} = \left(1 - \exp\left(-R_i \frac{\operatorname{Re}_{yi}}{5,5}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2,4\frac{y}{L_{\varepsilon i}}\right)\right),$$
$$F_{\lambda-i} = \left(1 - \exp\left(-R_i \frac{\operatorname{Re}_{yi}}{45}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2,4\frac{y}{L_{\varepsilon i}}\right)\right).$$

Здесь
$$R_i = \left(\frac{k_i}{\varepsilon_i} / \frac{0.5t_i^2}{\varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ti-add}}\right)$$
 – отношение мас-

штабов времени.

Константы и краевые условия: $C_{2t} = 1,45$, $C_{1t} = 0,9C_{2t}, \ \sigma_t = 1, \ \sigma_{\varepsilon t} = 1,3; \ y = 0$: $\overline{t_i^2} = \varepsilon_{ti} = 0$, $T = T_w = \text{const} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = Q_w = \text{const} \right);$ $y \to \infty$: $T = T_e = \text{const}, \ \overline{t_i^2} = \overline{t_i^2}, \ \varepsilon_{ti} = \varepsilon_{te}$.

Тестирование модели показывает, что константа C_{λ} незначительно зависит от Pr. Для чисел Pr > 1 хорошие результаты получаются при $C_{\lambda} = 0,09$, для Pr = 0,72 использовалось значение $C_{\lambda} = 0,1$. В связи с отсутствием надежных экспериментальных данных построить какую-либо функциональную связь не представляется возможным.

5. Результаты расчетов вынужденного турбулентного течения с теплообменом в пограничном слое с Q_w = const

Для проведения расчетов модель (6) объединялась с моделью (4) k- ε типа. В расчетах использовались только уравнения, описывающие кинематические и температурные пульсации, создаваемые первичными вихрями. Расчеты проводились, начиная от числа Re = $1,0\cdot10^6$ до Re = $1,0\cdot10^7$.

На рис. 2 приведено сопоставление расчетов теплообмена с аппроксимацией Жукаускаса [3] $0.5C_f/\text{St} = 0.93 + 12.5\sqrt{0.5C_f} (\text{Pr}^{2/3} - 1)$.

Согласование с аппроксимациями очень хорошее. Отметим, что вещества с числами Pr<<1, т.е. среды типа жидких металлов, в данной работе не рассматривались.

Расчеты профилей средней температуры, пульсаций температуры и турбулентных тепловых потоков также хорошо совпадают с экспериментальными данными разных авторов.

6. Моделирование каскадного процесса

Часто утверждается, что в k-є моделях є означает передачу энергии в каскадный процесс. Но, в связи с наличием в модельных уравнениях поправок, є означает дисбаланс уравнения перено-



Рис. 2. Расчет теплообмена при вынужденной турбулентной конвекции в пограничном слое. Символы — аппроксимация Жукаускаса [3].



са энергии. То, что этот дисбаланс соответствует передаче энергии в каскадный процесс, необходимо доказывать. Единственным доказательством может служить возможность расчета на основе модели каскадного переноса энергии. Расчет можно провести следующим образом. На первом шаге решается система k-є типа. На втором шаге решается та же система, но вместо генерационного члена используется диссипация, полученная на первом шаге. Очевидно, что шаг расчета имитирует шаг каскадного процесса. Количество шагов не ограничивается.

Соответствие результатов расчета каскадному переносу можно проверить следующим образом. Во-первых, известно, что переход энергии турбулентности в теплоту происходит в вихрях, имеющих размеры, соизмеримые с колмогоровскими масштабами, т.е. энергия, передаваемая по каскаду, не изменяется. Отсюда следует, что если диссипативное слагаемое отображает передачу энергии в каскадный процесс, то в таком расчете оно не должно изменяться. Во-вторых, если считать, что волновое число χ пропорционально $1/L_{\varepsilon}$, что следует из размерных соображений, то зависимость k_i/k от $1/L_i$, где i – номер шага вышеупомянутого расчета, как минимум, не должна противоречить известным закономерностям каскадного переноса.

В расчетах по данной модели требование ε = const выполняется практически точно. Зависимость k_i/k от $1/L_i$, показанная на рис. 3, очень хорошо соответствует закону «-5/3».

По мнению автора, эти результаты доказывают, что в данной модели воспроизводит именно скорость передачи энергии в каскадный процесс. Другими словами, имеет конкретное физическое наполнение, чего нельзя сказать о традиционных моделях. В частности, расчет каскадного переноса по модели [4] показал, что здесь при развитии каскадного процесса вихри смещаются в сторону более низких, а не высоких волновых чисел.

7. Расчет течения в канале с большим положительным градиентом давления

Модель (4) была проверена расчетами течения в канале с большим положительным градиентом давления [5]. На рис. 4 представлены результаты расчетов коэффициента трения. Соответствие с



Рис. 4. Расчет коэффициента трения для течения с большим положительным градиентом давления. х — расстояние в метрах от начала канала. Символы — Самуэль, Жубер[5].

экспериментальными данными удовлетворительное. Расчетные профили $u_0v_{0_+}$ и k_0 также хорошо соответствуют экспериментальным данным. При проведении расчетов никаких корректировок модели не проводилось.

8. Моделирование байпасного ламинарно-турбулентного перехода

Проблема байпасного ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине или перехода при повышенной турбулентности внешнего течения играет важную роль в вопросах проектирования турбинных установок. Эту проблему нельзя признать решенной. Так, например, в работе [6] проведены систематические испытания существующих k-є моделей на пригодность для расчета байпасного перехода. Полученные результаты показывают, что ни одна из проверенных моделей не может корректно рассчитывать ни начало перехода, ни длину переходной области.

Предположим, что в однородном турбулентном потоке параллельно основному направлению течения установлена плоская пластина. Известны распределения всех пульсационных и осредненных параметров течения во внешнем течении и перед пластиной. На некотором расстоянии от начала пластины, благодаря воздействию внешней турбулентности, характеристики пограничного слоя, развивающегося на пластине, начинают отличаться от характеристик ламинарного пограничного слоя, т.е. начинается переход. Со временем слой на пластине становится турбулентным. Требуется рассчитать процесс развития турбулентности в пограничном слое. Начальные условия должны задаваться в виде прямоугольных профилей всех параметров непосредственно в начальной точке пластины, т.е. в единственной физически обоснованной форме.

Для решения данной задачи модель потребовала небольшой модификации. Как известно, генерация корреляции uv описывается выражением $-v^2 \partial U/\partial y$. Поэтому корреляция uv должна быть пропорциональна $-v^2 \partial U/\partial y$, откуда следует, что v_t пропорциональна v^2 . При расчете турбулентной вязкости по выражению



Рис. 5. Байпасный переход. Расчет коэффициента трения для двух случаев турбулентности внешнего течения. Символы – Роуч, Бриерли [7].

 $v_t \equiv v_{t0} = C_v F_{v-0} k_0^2 / \varepsilon_0$ соотношение между $\overline{v^2}$ и *k* учитывается функцией F_{v-0} . Из экспериментов известно, что в случае переходного слоя это соотношение резко отличается от соотношения для развитой турбулентности. По этой причине в функцию F_v вводился дополнительный множитель ϕ_v , учитывающий эту разницу в ламинарном режиме и равный единице в турбулентном режиме и равный единице в турбулентном режи

$$\varphi_{v} = 1 - C_{0} \exp\left(-2.5\sqrt{v_{t}}\right) / \exp\left(0.25\left(\frac{C_{f}}{C_{f,lam}} - 1\right)^{2}\right).$$

Здесь $C_{f,lam} = 0,664/\sqrt{\text{Re}}$ — коэффициент трения при ламинарном режиме течения, $C_0 = 0,99999$.

В качестве краевых условий в расчетах использовалось точное решение задачи о финальной стадии затухания свободной турбулентности.

Начальные условия задавались в точке, соответствующей Re = 1. В качестве начальных условий использовались прямоугольные профили всех параметров. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, известными в литературе как T3A и T3B [7].

На рис. 5 приведены результаты расчетов коэффициента трения. Для сравнения здесь же приведены экспериментальные данные [7]. Отметим, что результаты расчетов формпараметра H, средней скорости, корреляции u_0v_0 и энергии турбулентности также хорошо соответствуют экспериментальным данным.

9. Прочие задачи

Достоинства предложенного подхода не ограничиваются списком перечисленных задач. Так, в частности, показано, что вторичные вихри качественно соответствуют когерентным структурам в слое и свободных течениях. Модель переноса турбулентных напряжений и тепловых потоков, построенная на предложенных принципах, позволяет рассчитывать естественную и смешанную конвекцию на вертикальной поверхности, рассчитывать развитие возмущений в трубах и каналах. Расчеты по этой модели позволяют объяснить разброс результатов при расчете течения за обратной ступенью. Отметим, что здесь перечислены только наиболее интересные и новые, по мнению автора, результаты.

10. Экспериментальное подтверждение теории

Кратко напомним основные теоретические гипотезы, лежащие в основе подхода. Предполагается, что основную роль в турбулентном пограничном слое играют вихри с размерами, соизмеримыми с толщиной пограничного слоя. Эти вихри были названы первичными. Благодаря контакту со стенкой и/или сдвигом эти вихри не могут воспринять всю передаваемую им от среднего течения энергию. В результате в течении возникает система вторичных вихрей. Но эти вихри также контактируют со стенкой и/или сдвигом. В итоге в течении возникают третичные, четвертичные, *i*-е вихри.

В работе [8] проведен подробный анализ существующих результатов исследований процессов обновления вязкого подслоя в пристеночной области течения. Экспериментальные исследования показывают, что основную роль в пограничном слое играют крупномасштабные квазиупорядоченные структуры, соизмеримые с толщиной пограничного слоя. Эти структуры движутся вдоль течения со скоростью, приблизительно вдвое меньшей скорости вне пограничного слоя. По мере перемещения структур скорость в фиксированной точке пространства в пределах одной структуры медленно уменьшается по времени. После прохождения границы, замыкающей эту структуру, наблюдаются интенсивные высокочастотные пульсации скорости, температуры, давления и других величин, происходят струйные выбросы замедленной жидкости в направлении от стенки и вторжения ускоренной жидкости в пристенную область. Все это представляет собой единый цикл обновления подслоя. Отметим, что в результате сложных пертурбаций из струйных выбросов жидкости в течении формируются т.н. когерентные структуры.

По мнению автора, имеется очевидное качественное соответствие между описанным механизмом и теоретическими предпосылками предложенного подхода.

Выводы

В первой части работы предложена новая методика построения моделей турбулентности, позволяющая представлять пульсационную компоненту в виде суммы ряда случайных величин. В данной работе на основе этой методики построена модель для расчета турбулентного тепло- и массопереноса в пограничных слоях. Тестирование модели показывает, что, кроме стандартных задач, она позволяет решать задачи, ранее попросту не ставившиеся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головня Б.П. Моделирование турбулентности в случае представления пульсационных компонент в виде суммы нескольких случайных величин. Часть 1. Методика построение модели // Промышленная теплотехника. – 2008 – Т.30, №1. – С.15–20.

2. *Klebanoff P.S.* Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA Technical Notes N_{2} 3178, 1954.

3. *Жукаускас А.А.* Конвективный перенос в теплообменниках. – М.: Наука. – 1982. – 472 с.

4. Nagano Y. Tagawa M. An improved $(k-\varepsilon)$ Model for Boundary Layer Flows // J. of Fluid Eng. – 1990. – V. 112. – P.33–39.

5. Samuel A.E., Joubert P.N. A Boundary layer Developing in an Increasingly Adverse Pressure Gradient // J.Fluid Mech. $-1974. - V.66, N_{2}3. - P. 481-506.$

6. *Savill A.M.* A synthesis of T3 test case predictions // В кн. Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence, Edt. O. Pironneau, 1992.

7. *Roach P.E., Brierle, D.H.* The Influence of a Turbulent Free-Stream on Zero Pressure Gradient Transitional Boundary Layer Development // В кн. Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence, Edt. O. Pironneau, 1992.

8. *Репик Е.У., Соседко Ю.П.* Турбулентный пограничный слой. – М.: Физматлит, 2007. – 309 с.

Получено 12.11.2007 г.