

МЕТОД ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є В АНАЛІЗІ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ В АНТАРКТИЧНОМУ РЕГІОНІ

Розглянуто метод швидкого перетворення Фур'є (FFT), який суттєво економить час при обробці великих масивів даних завдяки підсумуванню у спектральній області замість множення у просторовій. За даними космічної, аеро-, наземної та морської гравіметрії побудовано просторовий розподіл аномалій сили тяжіння на територію Антарктичного регіону по рівномірній сітці $2' \times 2'$ та введено топографічну редукцію. За допомогою FFT-методу розроблено регіональну модель квазігеода Антарктичного континенту та прилеглих акваторій.

Ключові слова: квазігеоїд, аномалії сили тяжіння, топографічна редукція, FFT, Антарктика.

Вступ

Антарктичний континент відіграє дуже важливу роль в контексті тектоніки плит. Дослідження літосфери і виявлення сітки розломів континенту та прилеглих територій має важливе значення для розуміння геодинамічної еволюції регіону. Гравітаційне поле дає змогу вивчати особливості будови корінних порід, що залягають під величезним шаром льоду, виявити тектонічні порушення, визначити локалізацію повздовжніх та поперечних розломів. Також важливим є той факт, що гравітаційні аномалії залежать від розподілу густини в надрах Землі. Тому за такими аномаліями можна робити висновки про розподіл густини в надрах Антарктичного континенту і досліджувати особливості його глибинної будови. Тому дослідження гравітаційного поля Антарктиди є актуальним завданням. Представлена робота спрямована на розв'язання основної задачі фізичної геодезії – визначення фігури Землі (побудову поверхні квазігеода) та вивчення її зовнішнього гравітаційного поля в регіоні Антарктичного континенту.

Величезні території Антарктичного континенту залишаються не вивченими з геодезичного та геофізичного погляду через складні природні умови. Це стосується також і гравітаційного поля. Єдиним методом досліджень гравітаційного поля на великих площах у Антарктичному регіоні є аерографіметричне знімання [Scheinert et al, 2008]. Скалярну силу тяжіння можна визначити як різницю кінематичного вертикального прискорення (отриманого за допомогою GPS) та сили, що вимірюється у вертикальному напрямку встановленим у літаку акселерометром.

Поодинокі гравіметричні вимірювання та аерографіметричні кампанії проводяться в Антарктиді з 1991 р. У цій роботі використано дані аерографіметричних знімань з бази даних ADGRAV, що підтримує Науковий комітет з вивчення Антарктики (SCAR). Розподіл даних аеро-, наземної та морської гравіметрії наведено на рис. 1. Необхідно зазначити, що не всі аерографіметричні дані (вільні аномалії сили тяжіння) містять інформацію про висоту літака при вимірюваннях, що фактично робить їх повністю непридатними для аналізу. Тому вибрали лише ті дані, які були редуквані на земну поверхню у вигляді вільних

аномалій сили тяжіння. Території, щодо яких немає інформації, були покриті даними з моделей CHAMP, GRACE та GOCE. Щодо акваторій використано новий розв'язок Датського геодезичного інституту DTU10 [Andersen et al., 2010], що містить аномалії сили тяжіння на рівномірній сітці з дискретністю $2''$.

Аналізуючи моделі глобального гравітаційного поля, бачимо, що великий крок уперед зроблено з виведенням на орбіту останніх чотирьох супутників CHAMP, GRACE та GOCE [Global Gravity Field Models]. Однак супутникові дані містять два суттєвих обмеження щодо північного та південного полюса [Forsberg, Kenyon, 2004]. По-перше, все ще уявне так зване полярне кільце, зумовлене нахилом орбіти супутників. Для супутників GRACE це кільце становить близько 100 км в діаметрі (нахил орбіти 89.5°), а для супутника GOCE воно є ще більшим – близько 1000 км (нахил орбіти 95.5°). По-друге, стандартний розв'язок для глобального гравітаційного поля має обмеження на дискретність даних (повну довжину хвилі) – до 300 км для супутників GRACE та 200 км для супутника GOCE.

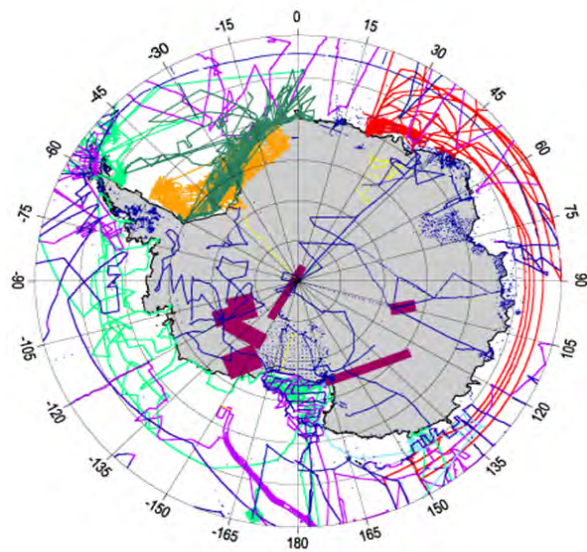


Рис. 1. Просторовий розподіл гравіметричної інформації бази даних ADGRAV на території Антарктичного регіону

Метод швидкого перетворення Фур'є

Сьогодні існує багато методів для визначення висот квазігеоїда. При побудові моделей за даними з високою дискретністю майже всі вони мають один недолік – обчислення займають багато часу. Тому в цій роботі використано метод швидкого перетворення Фур'є (FFT), який дає змогу істотно економити час завдяки додаванню у спектральній області замість множення у просторовій, що передбачено формулою (1). В методі FFT [Forsberg, Sideris, 1993] для побудови моделі квазігеоїда використовується відома стандартна процедура “видалення-відновлення” (рис. 2), яка фактично поділяє обчислення на три основні частини.

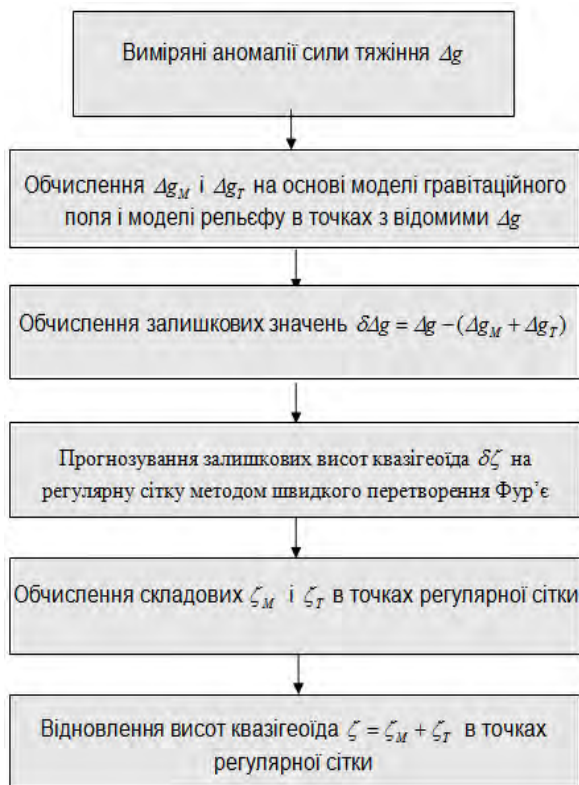


Рис. 2. Процедура “видалення-відновлення”

На першому етапі з вихідних значень аномалій сили тяжіння Δg видаляється внесок глобальної моделі гравітаційного поля Землі, що дає змогу отримати так звані залишкові аномалії $\delta\Delta g$. Далі на другому етапі за побудованими значеннями $\delta\Delta g$ методом FFT визначаються залишкові висоти квазігеоїда $\delta\zeta$ [Schwarz et al., 1990]. Зазначимо, що метод працює тільки з рівномірною сіткою даних. Останнім кроком є відновлення значень висот квазігеоїда глобального гравітаційного поля в точки побудованої залишкової моделі. Інакше кажучи, до отриманих значень $\delta\zeta$ алгебраїчно додаються значення ζ глобального гравітаційного поля Землі.

Нижче наведено основні співвідношення методу швидкого перетворення Фур'є у першому наближенні Молоденського [Молоденський та ін., 1960].

$$\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma} (\Delta g + G_1) S(\psi) d\sigma = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma} \Delta g_F S(\psi) d\sigma, \quad (1)$$

де $\Delta g_F = \Delta g + G_1$ – аномалії Фая, отримані після введення поправки за рельєф G_1 у аномалії у вільному повітрі Δg ; $R = 6371$ км – середній радіус Землі; $\bar{\gamma}$ – середнє значення нормальної сили тяжіння; $d\sigma$ – елемент одиничної сфери σ ; ψ – сферична відстань від обчислювальної точки P до елемента $d\sigma$; $S(\psi)$ – функція Стокса [Strang van Hees, 1990]

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin \frac{\psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2}). \quad (2)$$

Висоту квазігеоїда ζ в бажаній точці P можна подати у такому вигляді:

$$\zeta = \delta\zeta + \zeta_{GEGM}, \quad (3)$$

де $\delta\zeta$ – залишкові висоти квазігеоїда (короткохвильові аномалії висот гравітаційного поля), отримані за допомогою інтеграла (1); ζ_{GEGM} – висоти квазігеоїда глобальної моделі гравітаційного поля Землі, як правило, представлені у вигляді сферичних функцій (4) [Мориц 1983; Hofmann-Wellenhof, Moritz 2005].

$$\zeta_{GEGM} = \frac{GM}{\bar{\gamma}r} \sum_{n=2}^{N^*} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \cdot \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (4)$$

де $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ – повністю нормовані гармонічні коефіцієнти прийнятої моделі геопотенціалу; $\bar{P}_{nm}(\sin B)$ – повністю нормовані приєднані функції Лежандра; GM – добуток гравітаційної сталої на масу Землі; N^* – максимальний порядок розкладу (5); a – велика піввісь загальноземного еліпсоїда; r – радіус-вектор поточної точки P .

Як і для висот квазігеоїда, етап видалення з заданих Δg_F також базується на розкладі в ряд сферичних функцій модельних аномалій сили тяжіння

$$\Delta g_{GEGM} = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{N^*} \left(\frac{a}{r}\right)^n (n-1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \cdot \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (5)$$

та операції

$$\delta\Delta g = \Delta g_F - \Delta g_{GEGM}. \quad (6)$$

Після підстановки (2) у базову формулу (1) залишкові висоти квазігеоїда $\delta\zeta$ можна представити за допомогою інтеграла Стокса у сферичній формі:

$$\delta\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma_0} \delta\Delta g(B, L) \cdot S(B_P, L_P, B, L) \cdot \cos B dB dL, \quad (7)$$

де σ_0 – поверхня регіону, що досліджується.

Зокрема, для залишкових аномалій $\delta\Delta g$, заданих на рівномірній сітці з кроком ΔB по широті й ΔL по довготі, інтеграл (7) можна записати як:

$$\delta\zeta(B_l, L_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=0}^{N-1} \left(\sum_{i=0}^{M-1} \delta\Delta g(B_j, L_i) \cdot \cos B_j \cdot S(B_l - B_j, L_k - L_i, \bar{B}) \Delta L \right) \Delta B, \quad (8)$$

де $B_l = B_1, B_2, \dots, B_N$,

якщо для функції Стокса (2) використано наближення [Sideris, 2005]:

$$\sin^2 \frac{\psi}{2} \approx \sin^2 \frac{B_p - B}{2} + \sin^2 \frac{L_p - L}{2} \cdot \left(\cos^2 \bar{B} - \sin^2 \frac{B_p - B}{2} \right), \quad (9)$$

в якому \bar{B} – середня широта області σ_0 обчислення квазігеоїда.

Внутрішня сума виразу (8) містить одновимірну дискретну згортку відносно L (уздовж паралелі), що дає змогу застосувати (8) в одновимірному 1D FFT. Тобто, враховуючи можливість використання планової апроксимації функції Стокса або її запису (3) з наближенням (9), замість обчислення залишкових висот квазігеоїда в просторовій області (8) їх можна знайти, перейшовши в частотну область з використанням як одновимірного 1D, так і двовимірного 2D перетворення Фур'є FFT. Застосовуючи двовимірне швидке перетворення Фур'є 2D FFT, запишемо рівняння (8) в операторній формі [Sideris, 2005]:

$$\delta\zeta(B_l, L_k) = \frac{R}{4\pi\gamma} \mathbf{F}^{-1} \cdot$$

$$\left[\mathbf{F} \left[\delta\Delta g(B_i, L_k) \cos B_i \right] \mathbf{F} \left[S(B_i, L_k, \bar{B}) \right] \right], \quad (10)$$

де \mathbf{F} – оператор прямого 2D перетворення Фур'є з просторової в частотну область; \mathbf{F}^{-1} – оператор оберненого 2D перетворення Фур'є. Апроксимація рівняння (2) на основі (9) уможливує обчислення висот квазігеоїда у сферичній апроксимації одночасно в усіх точках сітки, використовуючи для цього двовимірний 2D FFT метод швидкого перетворення Фур'є. Саме методи 1D FFT і 2D FFT широко застосовують останнім часом через те, що порівняно з іншими методами вони дозволяють без втрат точності отримати висоти квазігеоїда з істотною економією часу на обчислення [Sideris, 2005]. Отже, після обчислення залишкових висот квазігеоїда на основі (10) та операції “відновлення” $\zeta = \delta\zeta + \zeta_M$ отримуємо шукані висоти гравіметричного квазігеоїда.

Вихідні дані

Цифрова модель рельєфу та топографічна редукція. Визначаючи гравітаційне поле Землі, як у випадку обчислення гравітаційних аномалій, так і висот геоїда, необхідно враховувати гравітаційний ефект топографічних мас. Під топографічними масами розумітимемо таку фізичну топографію, яка розміщена над поверхнею геоїда (середнім рівнем моря). Врахування гравітаційного ефекту топографії, або топографічної редукції, є важливим для геодезії та геофізики і вимагає вико-

ристання детальних даних топографії при його обчисленні та подальшому використанні. На відміну від гравіметрії, топографія Антарктичного континенту вивчена набагато краще. Цифрову модель топографії створено за допомогою польових кампаній, даних аерознімання, супутникової альтиметрії та космічного фотознімання під час здійснення міжнародного проекту BEDMAP (Bedrock Mapping project). Проект було розпочато у 1996 р. під егідою SCAR і завершено у 2000 р. Його головна мета – побудова цифрових моделей льодового щита та поверхні під цим щитом для інтерпретації та прогнозу змін льодового шару.

У результаті роботи за проектом сформовано базу даних, що складається майже з 2 мільйонів вимірів товщини льодового шару, які отримано за допомогою більше ніж 100 експедицій 12 країн світу в період з 1950 р. до середини 1990 р. Рис. 3 ілюструє внесок експедицій 12 країн у дослідження Антарктики.

Більшу частину вимірів виконано за допомогою радіолокаційного профілювання. На основі зібраних даних побудовано рівномірну сітку значень поверхні топографії та льодового шару з роздільною здатністю 5×5 км, що відповідає сітці $3' \times 3'$.

З часу завершення проекту BEDMAP реалізувалась низка нових проектів з досліджень топографії Землі. Національний геофізичний центр даних (NOAA) на базі всієї доступної інформації створив нову глобальну модель рельєфу ETOPO1 [Amante, Eakins, 2009] з дискретністю $1' \times 1'$ (рис. 4). Саме ця модель була використана для розрахунку топографічних поправок для Антарктичного континенту.

У фізичній геодезії під час визначення висот геоїду за даними гравіметрії постає питання розв'язання граничної задачі геодезії, яка містить два важливі зауваження:

- аномалії сили тяжіння повинні бути спроектовані на геоїд;
- усі маси над поверхнею геоїда повинні бути видалені [Heiskanen, Moritz, 1967].

Друга вимога призводить до математичного видалення топографічних мас, що супроводжується їх конденсацією на геоїд. Це можна зробити завдяки використанню другого методу конденсації Гельмерта, коли топографічні маси видаляються і згодом відновлюються у вигляді поверхневого шару заданої густини на геоїд. В цьому випадку, незважаючи на видалення топографічних мас, сила їх гравітаційного притягання залишається втраченою (рис. 5).

Згідно з [Moritz, 1968] топографічну редукцію можна записати так:

$$C = \frac{1}{2} k \rho R^2 \iint_{\sigma} \frac{(H - H_p)^2}{l_0^3} \partial\sigma, \quad (11)$$

де k – гравітаційна стала Ньютона; ρ – густина земної кори; R – середній радіус Землі; $\partial\sigma$ – елемент маси.

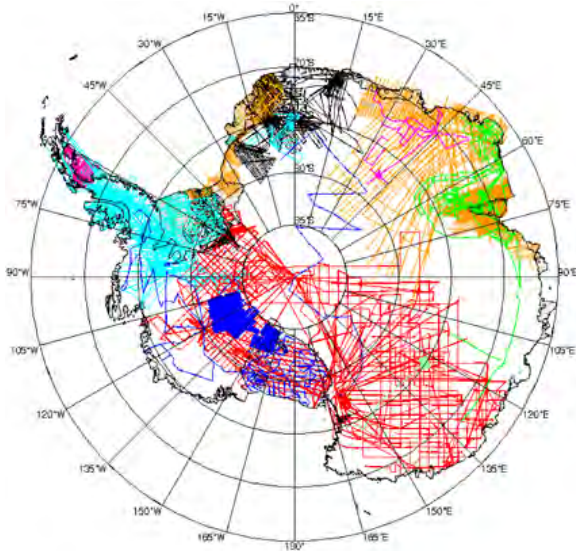


Рис. 3. Розподіл даних проекту BEDMAP

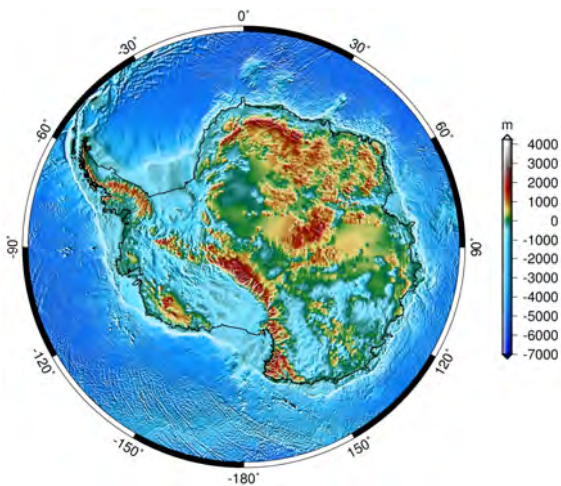


Рис. 4. Цифрова модель рельєфу ETOPO1 для Антарктиди (шкала висот у метрах)

нижче від рівня дають величину у рівняння (11) з однаковим знаком), недостатньо висока роздільна здатність цифрової моделі топографії приводить до систематично малих поправок за рельєф.

Отже, використовуючи дані цифрової моделі ETOPO1 та вираз (11), обчислено поправку за рельєф (рис. 6) для Антарктичного континенту по сітці $2' \times 2'$. Детальний опис проблеми та її розв'язання для Антарктичного регіону розглянуто в роботі [Марченко, Максимчук, 2011].

Глобальна модель гравітаційного поля. Як уже зазначалося, для використання процедури “видалення-відновлення”, крім вихідних значень аномалій сили тяжіння, необхідно мати аномалії та висоту геоїда глобального гравітаційного поля Землі. Як глобальну модель прийнято модель EIGEN-GL04C. Ця модель побудована за даними супутників GRACE та LAGEOS і містить набір сферичних гармонічних коефіцієнтів порядку та

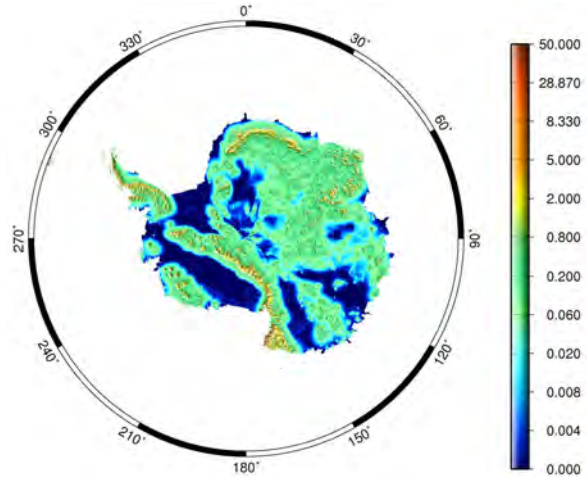


Рис. 6. Топографічна редукція для Антарктичного континенту, м

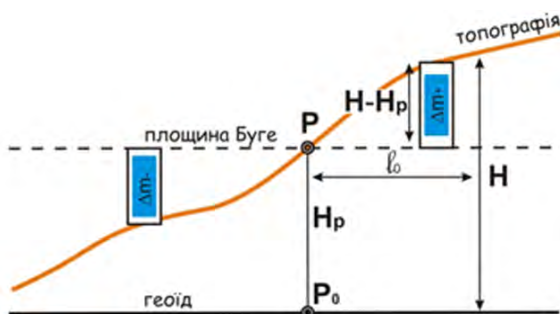


Рис. 5. Схема топографічної редукції

Поправка за рельєф є важливою величиною, яка істотно залежить від топографії рельєфу навколо точки. Для високоточного визначення такої величини необхідно використовувати детальні моделі цифрової топографії в гірських регіонах. Завдяки тому, що поправка за рельєф є завжди додатною (горби, що розташовані над рівнем точки, та низини

ступеня 360. Зазначимо, що сьогодні існує багато нових моделей глобального гравітаційного поля. Як правило, це результат уточнення попередніх новою доступною наземною гравіметриєю. Але в регіонах Арктики та Антарктики ці моделі не дають нової інформації. Для прикладу, модель EIGEN-6C [Förste et al, 2011] побудована у 2011 р. і в регіонах полюсів містить лише дані супутників GRACE та LAGEOS до 130 порядку, а решті коефіцієнтів присвоєно нульові значення.

Вихідні аномалії сили тяжіння. Гравіметричні дані з бази даних ADGRAV та розв'язок DTU10 використано для побудови рівномірної сітки аномалій сили тяжіння для Антарктичного континенту та прилеглих акваторій. До отриманої сітки були додані значення топографічної редукції і на завершення аномалії Фая використано в процедурі “видалення-відновлення” для побудови регіональної моделі квазігеоїда.

Модель антарктичного квазігеоїда

Сьогодні, крім моделей глобального гравітаційного поля, існує лише три розв'язки для квазігеоїда для Антарктичного континенту. Два з них отримали у 80-ті роки австралійські вчені, а третій розглянуто в роботі [Третяк, 2008].

Отже, на першому етапі процедури “видалення-відновлення” з вихідного набору гравіметричних даних були видалені значення аномалій сили тяжіння глобальної моделі гравітаційного поля Землі. Отримані залишкові аномалії апроксимовано виразом (10) та побудовано “залишкову” модель квазігеоїда. Кінцевою фазою процедури стало відновлення значень прийнятої моделі глобального гравітаційного поля EIGEN-GL04C. На рис. 7 наведено отриману регіональну модель антарктичного квазігеоїда.

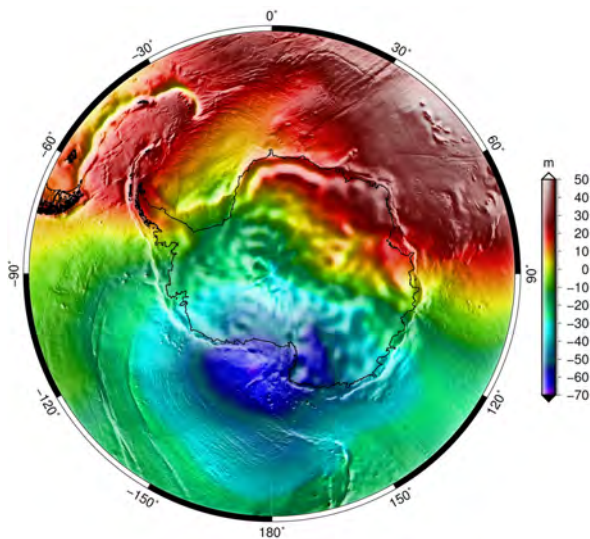


Рис. 7. Регіональна модель антарктичного квазігеоїда

Висновки

На основі отриманих результатів можна зробити певні висновки.

1. Тестування методу швидкого перетворення Фур'є свідчить про його перевагу над іншими методами при оперуванні великими масивами даних. Модель квазігеоїда побудовано на основі 4 мільйонів даних, що зайняло близько двох хвилин машинного часу.
2. Аналіз останніх моделей глобального гравітаційного поля Землі практично не показав покращення гравітаційного поля в регіоні Антарктичного континенту, що зумовлено нахилом орбіт задіяних супутників. Для акваторій континенту значним кроком уперед став новий розв'язок для аномалії сили тяжіння DTU10 на рівномірній сітці з дискретністю 2".
3. Побудована модель квазігеоїда дуже добре узгоджується з тектонікою регіону, що свідчить про правильне застосування методу FFT. Надалі будемо застосовувати її для детального

вивчення тектонічних порушень (поздовжніх та поперечних розломів) у акваторіях Антарктичного континенту. Використання даних нових глобальних гравітаційних моделей у комбінації з наземною гравіметриєю та аерограмітриєю, на жаль, не дало змоги суттєво поглибити знання про фігуру Землі наземної частини регіону. Єдиним виходом для високоточних досліджень континенту можуть бути локальні моделі квазігеоїда, побудовані за наявності відповідної наземної або аерограмітриї.

Література

Марченко Д., Максимчук В. Peculiarity of the Geoid determination at the Antarctic Region // Український антарктичний журнал. – 2011. – № 10 (у друці).

Молоденский М.С., Еремеев В.Ф., Юркина М.И. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли // Труды ЦНИИГАиК, Вып. 131. – М., 1960. – 251 с.

Мориц Г. Современная физическая геодезия / пер. с англ. – М.: Недра, 1983. – 392 с.

Третяк Н.П. Моделювання гравітаційного поля і топографії океану в регіоні Антарктики: дис... канд. техн. наук. – Львів, 2008. – С. 142.

Amante C. and B. W. Eakins. ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24, 19 pp, March 2009.

Andersen O. B., Knudsen P. and Berry P. The DNSC08GRA global marine gravity field from double retracked satellite altimetry // Journal of Geodesy. – 2010. – V. 84, N. 3. – DOI: 10.1007/s00190-009-0355-9.

Förste, Bruinsma, Shako, Marty, Flechtner, Abrikosov, Lemoine, Neumayer, Biancale, Barthelmes, König, Balmino. EIGEN-6. A new combined global gravity field model including GOCE data from the collaboration of GFZ-Potsdam and GRGS Toulouse // EGU General Assembly 2011, 3rd-8th April 2011, Vienna, Austria – Vienna. – 2011.

Forsberg R., Kenyon, S. Gravity and geoid in the Arctic region – The northern gap now filled. Proceedings of 2nd GOCE User Workshop (on CDROM). ESA SP-569, ESA Publication Division, Noordwijk, NL. – 2004.

Forsberg R, Sideris M. Geoid computations by the multi-band spherical FFT approach // Manuscripta geodaetica. – 1993. – 18. – PP. 82–90.

Global Gravity Field Models <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>

Heiskanen W.A., and Moritz H. Physical Geodesy. – San Francisco, California and London: W. H. Freeman and Company. – 1967. – PP. 274–281.

Hofmann-Wellenhof B. and Moritz H., Physical Geodesy. – Wien New York: Springer, 2005. – 403 p.

Sideris M.G. Geoid determination by FFT techniques. – International school for the determination and use of

- the geoid, Budapest, Hungary, January 31 – February 4, 2005.
- Scheinert M., Müller J., Dietrich R., Damaske D., Damm V. Regional geoid determination in Antarctica utilizing airborne gravity and topography data // *Journal of Geodesy*. – 2008. – № 82. – P. 403–414.
- Schwarz K., Sideris M., Forsberg R. The use of FFT techniques in physical geodesy // *Geophysical Journal International*. – 1990. – 100. – PP. 485–514.
- Strang van Hees G. Stokes' formula using Fast Fourier techniques // *Manuscripta geodaetica*. – 1990. – 15. – PP. 235–239.

МЕТОД БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ В АНАЛИЗЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ В АНТАРКТИЧЕСКОМ РЕГИОНЕ

Д.А. Марченко

Рассмотрен метод быстрого преобразования Фурье (FFT), который значительно экономит время при обработке больших массивов данных благодаря суммированию в спектральной области вместо перемножения в пространственной. По данным космической, аэро-, наземной и морской гравиметрии построено пространственное распределение аномалий силы тяжести на территорию Антарктического региона по равномерной сетке $2' \times 2'$ и введена топографическая редукция. С помощью FFT-метода построена региональная модель квазигеоида Антарктического континента и прилегающих акваторий.

Ключевые слова: квазигеоид, аномалии силы тяжести, топографическая редукция, FFT, Антарктика.

FAST FOURIER TRANSFORMATION IN THE EARTH GRAVITY FIELD ANALYSIS AT THE ANTARCTIC REGION

D.A. Marchenko

Fast Fourier transformation (FFT) was considered which substantially saves time when processing large data arrays due to the summation in the spectral domain instead of the multiplication in the space ones. With using of space, aerial, terrestrial and marine gravimetric data the spatial distribution of gravity anomalies in Antarctic region territory on a uniform grid $2' \times 2'$ was constructed and a terrain correction was introduced. Using of FFT-method the regional model of quasigeoid of Antarctic continent and adjoining water areas was constructed.

Key words: quasigeoid, gravity anomalies, terrain correction, FFT, Antarctica.