

Конечный проводящий конус в поле кольцевых источников излучения

О. Б. Трищук, Д. Б. Куриляк

*Физико-механический институт им. Г. В. Карпенко НАН Украины,
ул. Научная, 5, г. Львов, 79601, Украина
E-mail: trishchuk@ipm.lviv.ua*

Статья поступила в редакцию 25 мая 2009 г.

Исследованы дифракционные свойства полей кольцевых источников тока над конической поверхностью конечной протяженности. Установлены зависимости мощности излучения от геометрических параметров электродинамической системы в случаях H - и E -поляризации. Найдены диаграммы направленности для случаев, когда нормированная мощность излучения дифракционной системы принимает экстремальные значения. Результаты исследований сравниваются с аналогичными зависимостями для полубесконечных конусов.

1. Введение

Конические поверхности конечной протяженности являются базисными элементами многих радиофизических устройств и, в частности, широко используются при разработке широкополосных и однородно направленных антенн. В настоящей статье исследуется сопротивление излучения кольцевых источников синфазного тока (электрического и магнитного) в присутствии проводящего конечного конуса. Такие источники излучают электромагнитные волны, обладающие осевой симметрией. Исследования сопротивления излучения являются важными для оценки эффективности работы антенн. Ранее в [1] рассматривались электродинамические свойства конечного конуса, возбуждаемого радиальным электрическим диполем. Здесь использован подход, развитый в [1, 2], для анализа более реалистичных моделей источников излучения. Сопротивление излучения диполя над плоскими экранами исследовалось в [3].

2. Постановка задачи

Рассмотрим в сферической системе координат излучающую систему (см. рис. 1), состоящую из идеально проводящей конической поверхности

$$Q: \{r \in (0, c); \theta = \gamma; \varphi \in [0, 2\pi)\} \quad (1)$$

и источника электромагнитного поля – кольца с током, центр которого расположен на оси

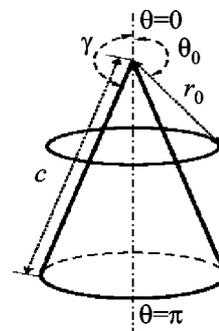


Рис. 1. Геометрическая схема задачи

симметрии конуса. Зависимость тока от времени задается множителем $e^{-i\omega t}$, который далее опускаем. Токи в кольце, как электрический, так и магнитный, распределены по закону:

$$J_{\varphi}^{e,m} = \frac{I_{\varphi}^{e,m}}{r \sin \theta_0} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0), \quad (2)$$

где $\delta(\dots)$ – дельта-функция Дирака; r_0, θ_0 – сферические координаты источника; $I_{\varphi}^{e,m}$ – амплитуды токов. Кольцевой электрический ток I_{φ}^e излучает осесимметричные TE -волны (H -поляризация) с отличными от нуля компонентами $(H_r, H_{\theta}, E_{\varphi})$, а магнитный I_{φ}^m – осесимметричные TM -волны (E -поляризация) с отличными от нуля компонентами $(E_r, E_{\theta}, H_{\varphi})$.

Компоненты осесимметричных полей в случаях H - и E -поляризации выразим через скалярный потенциал Дебая в виде:

$$\begin{pmatrix} H_r \\ E_r \end{pmatrix} = \pm \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right),$$

$$\begin{pmatrix} H_{\theta} \\ E_{\theta} \end{pmatrix} = \mp \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (rU), \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} E_{\varphi} \\ H_{\varphi} \end{pmatrix} = ikZ^{\mp 1} \frac{\partial U}{\partial \theta}.$$

Здесь k – волновое число ($k = k' + ik'' = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$; $k', k'' > 0$; $i = \sqrt{-1}$; ϵ, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды), $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление.

С учетом соотношений (3) задачи дифракции поля кольцевых токов (2) на конусе (1) сводим к решению краевых задач для уравнения Гельмгольца относительно скалярного потенциала $U(r, \theta)$,

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad (4)$$

с граничными условиями:
в случае H -поляризации

$$\left. \frac{\partial}{\partial \theta} (U + U^{(i)}) \right|_{r, \theta \in Q} = 0; \quad (5)$$

в случае E -поляризации

$$\left. \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} (U + U^{(i)}) \right) \right|_{r, \theta \in Q} = 0. \quad (6)$$

Здесь $U = U(r, \theta)$ – неизвестный потенциал дифрагированного поля, $U^{(i)} = U^{(i)}(r, \theta)$ – потенциал поля источников (2) в присутствии полубесконечной идеально проводящей конической поверхности $Q^{\infty} = \{r \in (0, \infty); \theta = \gamma; \varphi \in [0, 2\pi)\}$. Потенциал $U^{(i)}(r, \theta)$ определяем из решения соответствующих задач дифракции и записываем так:

$$U^{(i)}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{srsr_0}} \times \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(0)} P_{v_n-1/2}(\cos \theta) \begin{cases} I_{v_n}(sr_0) K_{v_n}(sr), & r \geq r_0 \\ K_{v_n}(sr_0) I_{v_n}(sr), & r \leq r_0 \end{cases}. \quad (7)$$

Здесь коэффициенты $A_n^{(0)}$ имеют вид:
в случае H -поляризации

$$A_n^{(0)} = \frac{2sr_0 I_{\varphi}^{(e)} v_n P_{v_n-1/2}^1(\cos \theta_0)}{\sin \gamma \left(v_n^2 - \frac{1}{4} \right) P_{v_n-1/2}^1(\cos \gamma) \frac{\partial}{\partial v} P_{v-1/2}^1(\cos \gamma) \Big|_{v=v_n}},$$

в случае E -поляризации

$$A_n^{(0)} = - \frac{2sr_0 I_{\varphi}^{(m)} v_n P_{v_n-1/2}^1(\cos \theta_0)}{\sin \gamma \left(v_n^2 - \frac{1}{4} \right) P_{v_n-1/2}^1(\cos \gamma) \frac{\partial}{\partial v} P_{v-1/2}^1(\cos \gamma) \Big|_{v=v_n}},$$

где $s = -ik$; $I_{v_n}(\dots), K_{v_n}(\dots)$ – модифицированная функция Бесселя и функция Макдо-

нальда; $P_{\nu_n-1/2}(\dots)$, $P_{\nu_n-1/2}^1(\dots)$ – функция Лежандра и присоединенная функция Лежандра первого порядка. Индексы ν_n – положительные корни трансцендентного уравнения $P_{\nu_n-1/2}^1(\cos \gamma) = 0$ в случае H -поляризации и уравнения $P_{\nu_n-1/2}(\cos \gamma) = 0$ – в случае E -поляризации [4].

Искомое решение краевых задач (4)–(6) также должно удовлетворять условию излучения Зоммерфельда на бесконечности и условию ограниченности энергии электромагнитного поля в любом конечном объеме, включающем сингулярные точки конической поверхности.

3. Решение задачи

Для решения задачи разобьем пространство на подобласти:

$$\begin{aligned} D_1 : \{r \in (0, c); \theta \in [0, \gamma]\}, \\ D_2 : \{r \in (0, c); \theta \in (\gamma, \pi]\}, \\ D_3 : \{r \in (c, \infty); \theta \in [0, \pi]\}, \end{aligned} \quad (8)$$

и представим полное поле в виде

$$U^{(i)} = \left\{ \begin{aligned} &U^{(i)} + U, & r, \theta \in D_1; \\ &U, & r, \theta \in D_2, D_3 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Далее выразим искомый потенциал через ряды собственных функций уравнения Гельмгольца в частичных областях (8):

$$\begin{aligned} U(r, \theta) &= \frac{1}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(1)} P_{\nu_n-1/2}(\cos \theta) I_{\nu_n}(sr), \\ &r, \theta \in D_1; \\ U(r, \theta) &= \frac{1}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} y_n^{(2)} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) I_{\mu_n}(sr), \quad (10) \\ &r, \theta \in D_2; \\ U(r, \theta) &= \frac{1}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n P_{z_n-1/2}(\cos \theta) K_{z_n}(sr), \\ &r, \theta \in D_3. \end{aligned}$$

Здесь x_n , $y_n^{(1)}$, $y_n^{(2)}$ – неизвестные коэффициенты разложения; $z_n = n + 1/2$; в случае H -поляризации индексы μ_n – это положительные корни трансцендентного уравнения $P_{\mu_n-1/2}^1(-\cos \gamma) = 0$, а в случае E -поляризации – уравнения $P_{\mu_n-1/2}(-\cos \gamma) = 0$.

Согласно (9) выражения (10) в областях D_2 , D_3 соответствуют потенциалу полного поля, а в области D_1 – дифрагированного. Кроме этого, выражения (10) обеспечивают выполнение граничных условий на поверхности Q и условия излучения Зоммерфельда.

Неизвестные коэффициенты x_n , $y_n^{(1)}$, $y_n^{(2)}$ ищем в классе последовательностей, обеспечивающих абсолютную и равномерную сходимость рядов (10) и их первых производных относительно переменных r , θ . Вторые производные, через которые выражаются нормальные к ребру компоненты электромагнитного поля (3), допускают интегрируемую особенность магнитных и электрических компонент поля: $H_r, H_\theta = O(\tilde{\rho}^{-1/2})$, $E_r, E_\theta = O(\tilde{\rho}^{-1/2})$, когда $\tilde{\rho} \rightarrow 0$, где $\tilde{\rho}$ – расстояние в локальной системе координат, связанной с краем конуса.

Поскольку в случае E -поляризации, когда $\gamma \rightarrow \pi$, $\nu_1 \approx 1/2 + 1/\{2 \ln [2/(\pi - \gamma)]\}$ [5], для всех $0 < \gamma < \pi$ справедливо $\min(\nu_1, \mu_1) > 1/2$, и, следовательно, представление (10) допускает особенности электрических компонент поля в вершине конуса. В случае H -поляризации, когда $\gamma \rightarrow \pi$, имеем $\nu_1 \approx 3/2 + 2(\pi - \gamma)^2/9$ [5], т. е. для всех $0 < \gamma < \pi$ справедливо $\min(\nu_1, \mu_1) > 3/2$, и, следовательно, особенностей компонент поля в вершине конуса не будет.

Неизвестные коэффициенты в (10) находим из условий непрерывности тангенциальных составляющих полного поля на сферической поверхности $S : D_3 \cap \{D_1 \cup D_2\}$ радиуса c . Из этих условий получаем сумматорные уравнения в виде функциональных рядов присоединенных функций Лежандра первого порядка [6, 7]. Для определения коэффициентов разложения используем свойство ортогональности функций Лежандра и сводим задачу к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. После процедуры регуля-

ризации эти системы для обоих типов волн записываем в виде:

$$\tilde{X} = A^{-1}(A - A_1)\tilde{X} + A^{-1}F. \quad (11)$$

Здесь A_1 – бесконечная матрица с элементами

$$a_{pn}^{(1)} = \frac{scW[K_{z_n}, I_{\xi_p}]_{sc}}{(\xi_p^2 - z_n^2)K_{z_n}(sc)I_{\xi_p}(sc)}, \quad (12)$$

где $p, n = \overline{1, \infty}$; $\tilde{X} = \{\tilde{x}_n\}_{n=1}^{\infty}$ – новые неизвестные, $F = \{f_p\}_{p=1}^{\infty}$ – известный вектор.

В случае H -поляризации

$$\tilde{x}_n = x_n P_{z_n-1/2}^1(\cos \gamma) K_{z_n}(sc),$$

$$f_p =$$

$$= \begin{cases} \frac{(sr_0)^{1/2} I_{\phi}^{(e)} P_{\xi_p-1/2}^1(\cos \theta_0) I_{\xi_p}(sr_0)}{\sin \gamma \left(\xi_p^2 - \frac{1}{4} \right) P_{\xi_p-1/2}^1(\cos \gamma) I_{\xi_p}(sc)}, & \xi_p \in \{v_n\}_{n=1}^{\infty}, \\ 0, & \xi_p \in \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}, \end{cases}$$

а в случае E -поляризации

$$\tilde{x}_n = x_n (z_n^2 - 1/4) P_{z_n-1/2}(\cos \gamma) K_{z_n}(sc),$$

$$f_p =$$

$$= \begin{cases} \frac{(sr_0)^{1/2} I_{\phi}^{(m)} P_{\xi_p-1/2}^1(\cos \theta_0) I_{\xi_p}(sr_0)}{\sin \gamma P_{\xi_p-1/2}^1(\cos \gamma) I_{\xi_p}(sc)}, & \xi_p \in \{v_n\}_{n=1}^{\infty}, \\ 0, & \xi_p \in \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}, \end{cases}$$

$\xi_p \in \{v_n\}_{n=1}^{\infty} \cup \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$ – возрастающая последовательность индексов.

Пара регуляризирующих операторов A, A^{-1} в уравнении (11) определяется следующим образом:

$$A: \{a_{pn} = (\xi_p - z_n)^{-1}\}_{p, n=1}^{\infty}, \quad (13)$$

$$A^{-1}: \left\{ \tau_{kp} = \left\langle \left[M_-^{-1}(\xi_p) \right] M'_-(z_k)(z_k - \xi_p) \right\rangle^{-1} \right\}_{k, p=1}^{\infty}.$$

Здесь

$$M_-(v) = \left\{ B_0(1/2 - v) \Gamma(1/2 - v) \times \right. \\ \left. \times e^{-v\chi} \prod_{p=1}^{\infty} (1 - v/\xi_p) e^{v/\xi_p} \right\}^{-1},$$

где $\Gamma(\dots)$ – гамма функция;

$$B_0 = \begin{cases} B_0 = i\pi^{-1/2} \left[P_{-1/2}^1(\cos \gamma) P_{-1/2}^1(-\cos \gamma) \right]^{1/2} \\ \text{(при } H\text{-поляризации),} \\ B_0 = -i\pi^{-1/2} \left[P_{-1/2}(\cos \gamma) P_{-1/2}(-\cos \gamma) \right]^{1/2} \\ \text{(при } E\text{-поляризации);} \end{cases}$$

$$\chi = \frac{\gamma}{\pi} \ln \frac{\gamma}{\pi} + \frac{\pi - \gamma}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma}{\pi} - \psi(\tau) - S(\gamma) - S(\pi - \gamma), \quad (14)$$

$$S(\gamma) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\gamma}{\pi(n \pm 1/4)} - \frac{1}{v_n} \right], \quad (15)$$

$$S(\pi - \gamma) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\pi - \gamma}{\pi(n \pm 1/4)} - \frac{1}{\mu_n} \right],$$

$\psi(\tau)$ – логарифмическая производная гамма функции; $\tau = 5/4$ в (14) и знак “+” в (15) соответствуют случаю H -поляризации; $\tau = 3/4$ и знак “-” – случаю E -поляризации; $M'_-(\eta_k) = d/d\eta [M_-(\eta)]_{\eta=\eta_k}$.

Заметим, что элементы матричного оператора (13) равны статическому пределу ($|sc| \rightarrow 0$) выражения (12) и совпадают с главной частью его асимптотики, когда $z_n, \xi_p \geq |sc|$. Это свойство обеспечивает применимость метода редукции для решения бесконечной системы уравнений (11), а получаемое таким образом решение гарантирует выполнение всех необходимых условий.

4. Анализ результатов

Для анализа дифракционных свойств все характеристики поля рассчитывались на основании решения усеченной системы уравнений (11). Количество уравнений, удерживаемых при решении, зависело от длины образующей конуса и угла его раскрытия. Порядок системы выбирался из соотношения $N = |kc| + q$, где $q = 4 \div 10$.

Исследовалось нормированное сопротивление излучения кольцевых источников

$$R = W/W_0.$$

Здесь W – мощность излучения исследуемой электродинамической системы,

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \left\{ \begin{matrix} E_\varphi H_\theta^* \\ H_\varphi E_\theta^* \end{matrix} \right\} r^2 \sin \theta d\theta; \quad (16)$$

W_0 – мощность излучения кольцевых источников в свободном пространстве,

$$W_0 = \frac{\pi^2 [I_\varphi^{e,m}]^2 \omega r_0 \left(\frac{\varepsilon}{\mu} \right)}{2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z_n}{z_n^2 - 1/4} \left| P_{z_n - 1/2}^1(\cos \theta_0) I_{z_n}(sr_0) \right|^2. \quad (17)$$

Верхние строки в формулах (16), (17) соответствуют волнам электрического тока, а нижние – магнитного.

На рис. 2 приведены зависимости нормированного сопротивления R от волновой длины образующей конуса для TM - и TE -волн при фиксированных значениях угла раскрытия конуса и положении источников излучения. В случае E -поляризации $R(kc)$ (кривая 1) осциллирует относительно линии 2, соответствующей значению R кольцевого источника над полубесконечным конусом. Эти осцилляции слабо убывают с увеличением длины образующей конуса. Существенные осцилляции наблюдаются даже при $kc > 3\lambda$, что свидетельствует о сильном влиянии края конуса на энергетическую эффективность излучающей системы. В случае H -поляризации (кривая 3) нормированная мощность излучения системы “конечный конус – виток с электрическим током” при $kc > \lambda/2$ практически не зависит от длины конуса и существенно меньше нормированной мощности излучения этого конуса при его возбуждении кольцом с магнитным током.

Рассмотрим далее, как зависит нормированное сопротивление излучения R от безразмерного расстояния между центром кольцевого источника и вершиной конуса $h_0 = kr_0 \cos \theta_0$ при фиксированном радиусе кольца $b_0 = kr_0 \sin \theta_0$ (рис. 3). Отрицательные значения h_0 соот-

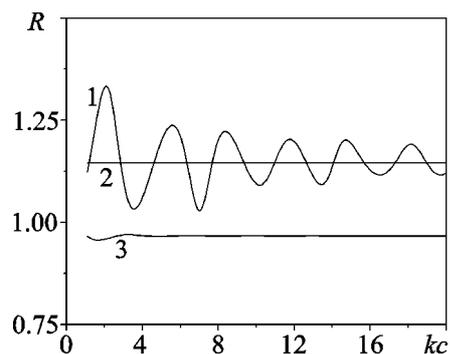


Рис. 2. Зависимость нормированного сопротивления излучения кольцевого источника от длины образующей конуса с $\gamma = 150^\circ$, $kr_0 = 1$, $\theta_0 = 15^\circ$: кривая 1 – конечный конус, кривая 2 – полубесконечный конус (E -поляризация); кривая 3 – конечный конус (H -поляризация)

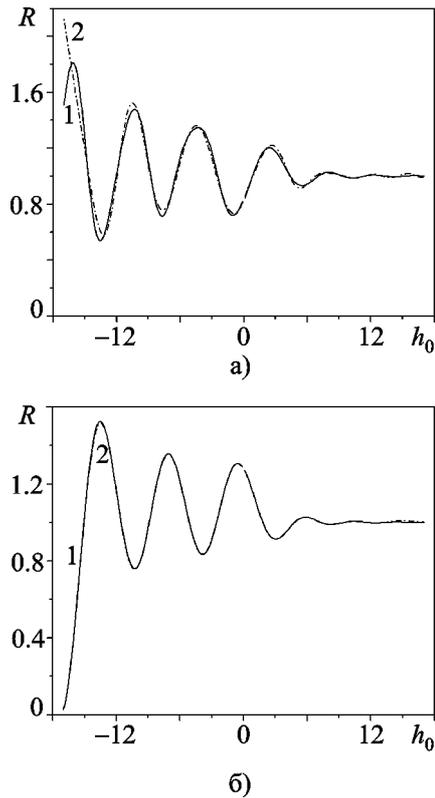


Рис. 3. Зависимость нормированного сопротивления излучения R от расстояния между центром источника и вершиной конуса при $\gamma = 150^\circ$, $kc = 20$, $b_0 = 10$ в случае E -поляризации (а) и H -поляризации (б): кривая 1 – конечный конус; кривая 2 – полубесконечный конус

ответствуют случаю, когда источник охватывает конус. Из рис. 3 видно, что для двух типов поляризации функция $R(h_0)$ имеет осциллирующий характер, при этом кривые 1 для конечного и 2 для полубесконечного конусов практически совпадают. Осцилляции R наблюдаются, когда кольцевой источник охватывает конус. В случае, когда источник приближается к вершине конуса ($h_0 \rightarrow 0$), а затем удаляется ($h_0 > 0$), осцилляции $R(h_0)$ затухают. Если источник находится вблизи края конуса ($h_0 \rightarrow -18$), то в случае E -поляризации R стремится к постоянному значению (кривая 1 на рис. 3, а), а в случае H -поляризации – к нулю (кривая 1 на рис. 3, б).

Рассмотрим, как влияет на нормированное сопротивление излучения R изменение параметров b_0 и h_0 . На рис. 4 показаны линии равных значений R в координатах (b_0, h_0) . Рис. 4, а, б соответствуют случаю E -поляризации, а рис. 4, в, г – H -поляризации. Кроме этого, рис. 4, а, в иллюстрируют случай, когда виток охватывает конус, а рис. 4, б, г – случай, когда источник расположен вне конуса.

Из анализа кривых, приведенных на рис. 4, видно, что R как функция параметров h_0, b_0 имеет осциллирующий характер, когда источник охватывает конус. При приближении кольца с током к поверхности конуса наблюдается увеличение локальных максимумов R для магнитного тока (рис. 4, а) и уменьшение локальных максимумов для электрического тока (рис. 4, в). Эти эффекты для частных значений параметров электродинамической системы наблюдаются также на рис. 3. При расположении источников вне конуса значение R быстро стремится к 1 (см. рис. 4, б, г), что свидетельствует об ослаблении электромагнитного взаимодействия источников с конусом.

Влияние угла раскрытия γ и длины образующей kc конечного конуса на сопротивление излучения кольцевых источников показано на рис. 5. Как видно из рис. 5, а для E -поляризации нормированное сопротивление излучения кольца с магнитным током увеличивается, когда конус стремится к диску ($\gamma \rightarrow \pi/2$), а с увеличением угла раскрытия конуса ($\gamma \rightarrow \pi$) сопротивление излучения $R \rightarrow 1$. Наблюдаются также осцилляции R при изменении параметров kc и γ . С увеличением kc размах осцилляций уменьшается. В случае H -поляризации (рис. 5, б) зависимость R от kc очень слабо выражена.

Анализируя зависимости значений нормированного сопротивления излучения от параметров конуса и источника, приведенные на рис. 4, 5, найдем соотношения геометрических параметров излучающей системы, при которых R принимает максимальные значения. На рис. 6, а приведены зависимости

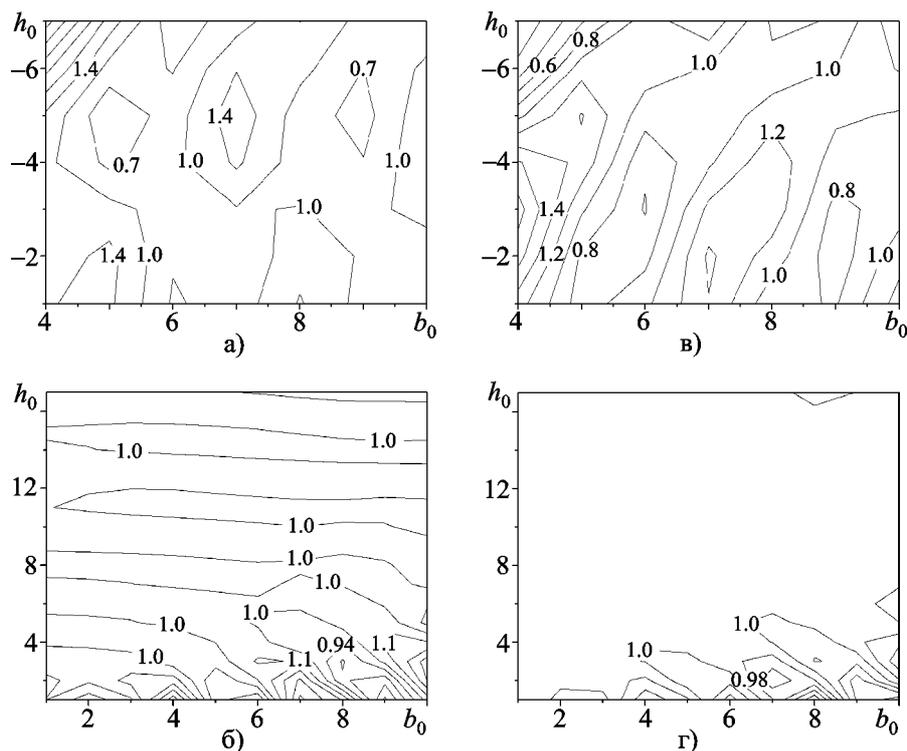


Рис. 4. Линии равных значений нормированного сопротивления излучения R кольцевого источника над конечным конусом с параметрами $\gamma = 150^\circ$, $kc = 20$ в координатах (b_0, h_0) : а), б) – E -поляризация; в), г) – H -поляризация

$R_{\max}(h_0) = \max_{b_0} R(b_0, h_0)$ как функции параметра h_0 . Кривая 1 на рис. 6, а соответствует случаю E -поляризации, а кривая 2 – H -поляризации. Эти кривые монотонно стремятся к 1, когда значение h_0 положительно и возрастает. Когда $h_0 < 0$, кривые 1, 2 имеют локальные экстремумы, а при приближении кольцевых источников к поверхности конусов R_{\max} витка с магнитным током существенно возрастает. Из рис. 6, а видно также, что система “конечный конус – кольцо с током” является эффективным излучателем, когда источник охватывает конус. На рис. 6, б приведены зависимости $b_{\text{opt}}(h_0)$ – значения радиуса витка b_0 , при которых достигается максимальное значение R при заданном h_0 . При сопоставлении графиков на рис. 6, а, б видно, что в случае E -поляризации сопротивление излучения принимает максимальное значение при $h_0 = -7$, при этом радиус кольца

с током $b_{\text{opt}} = 4$. Это соответствует случаю, когда источник находится на поверхности конуса. В случае H -поляризации при $b_{\text{opt}} = 4$ сопротивление излучения системы принимает значение, соответствующее локальному максимуму при $h_0 = -3$.

Проанализируем распределение поля в дальней зоне для точки $h_0 = -3$ в которой R_{\max} кольца с электрическим током имеет локальный максимум, а с магнитным – локальный минимум. Используя кривые, приведенные на рис. 6, б, вычислим соответствующие значения b_{opt} и найдем сферические координаты источников поля. Распределение поля в дальней зоне рассчитываем по формуле:

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left| r \begin{pmatrix} H_\varphi(r, \theta) \\ E_\varphi(r, \theta) \end{pmatrix} e^{-ikr} \right|,$$

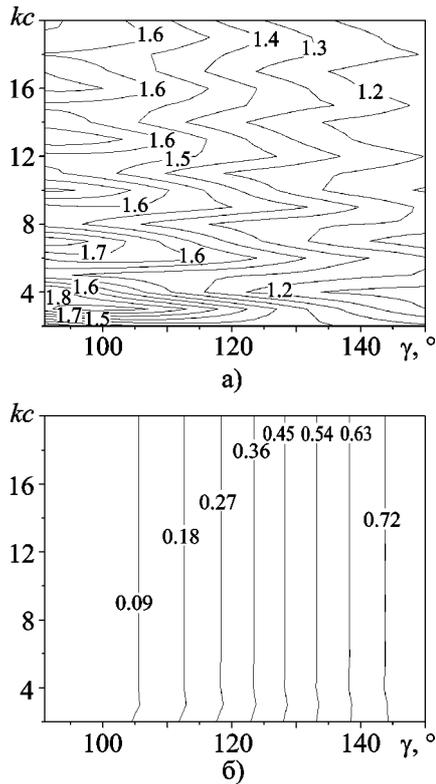


Рис. 5. Линии равных значений нормированного сопротивления излучения R кольцевого источника с $kr_0 = 1$, $\theta_0 = 5^\circ$: а) – E -поляризация; б) – H -поляризация

где верхняя строка соответствует случаю E -поляризации, а нижняя – H -поляризации.

На рис. 7, а, б приведены соответствующие диаграммы направленности. В случае E -поляризации распределение поля источника над конечным конусом симметрично относительно направления $\theta = 90^\circ$ и сосредоточено в трех лепестках с максимумами в угловых направлениях $\theta \approx 27, 90, 155^\circ$. При этом наблюдаются также существенные различия между диаграммы направленности конечного и полубесконечного конусов. В случае H -поляризации максимум излучения сосредоточен в направлении $\theta \approx 30^\circ$. И во всей освещенной области распределения полей в зоне излучения конечного и полубесконечного конусов практически совпадают.

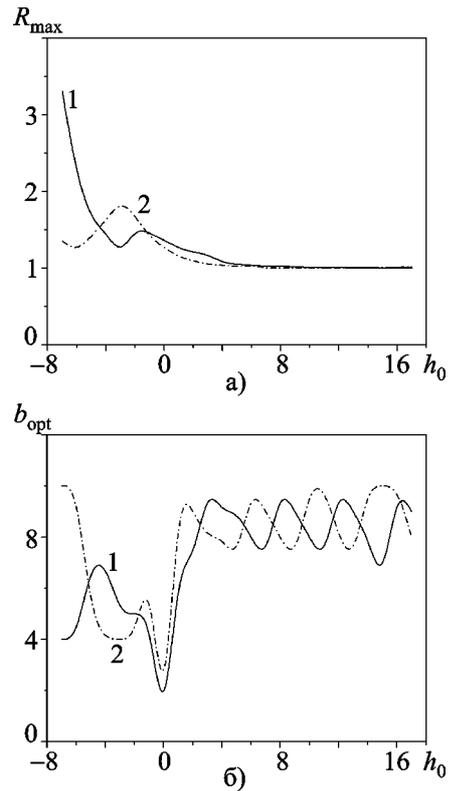


Рис. 6. Зависимости максимальных значений $R_{\max}(h_0)$ (а) и оптимальных радиусов источников $b_{\text{opt}}(h_0)$ (б) для конуса с $\gamma = 150^\circ$, $kc = 20$: кривая 1 – E -поляризация, кривая 2 – H -поляризация

5. Заключение

На основе метода рядов и метода “полуобращения” получены решения задачи дифракции поля, излучаемого кольцевым источником тока, на конечном коническом экране в случаях E - и H -поляризации. По разработанным алгоритмам рассчитаны зависимости нормированного сопротивления излучения от геометрических параметров дифракционной системы, а также распределение полей в зоне излучения.

Исследованы линии равных значений нормированного сопротивления излучения R в координатах (h_0, b_0) и (kc, γ) и на их основе найдены значения геометрических параметров исследуемых электродинамических сис-

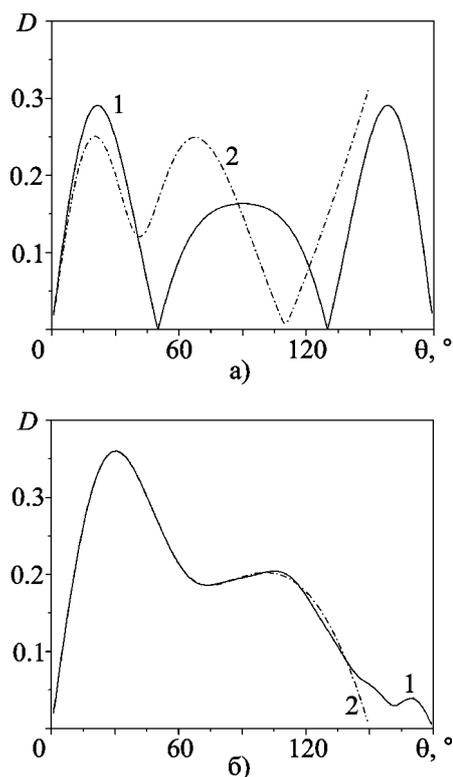


Рис. 7. Диаграммы направленности конечного конуса с $\gamma = 150^\circ$, $kc = 20$ (кривая 1) и бесконечного конуса (кривая 2): а) – E -поляризация, параметры источника – $kr_0 = 5.83$, $\theta_0 = 121^\circ$; б) – H -поляризация, параметры источника – $kr_0 = 5$, $\theta_0 = 126.9^\circ$

тем, которые обеспечивают достижение максимальных значений R .

Литература

1. Куриляк Д. Б., Назарчук З. Т. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль. – К.: Наук. думка, 2006. – 280 с.
2. Колодій Б. І., Куриляк Д. Б. Осесиметричні задачі дифракції електромагнітних хвиль на конічних поверхнях. – К.: Наук. думка, 1995. – 166 с.
3. Елисеєва Н. П. Анализ диаграм направленности произвольно ориентированного электрического вибратора над плоским экраном // Радиофизика и радиоастрономия. – 1998. – Т. 3, № 2. – С. 217-226.

4. Гобсон Е. Теория сферических и эллипсоидальных функций. – М.: ИЛ, 1952. – 370 с.
5. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматиз, 1963. – 1100 с.
6. Куриляк Д. Б. Сумматорные уравнения с присоединенными функциями Лежандра на границе конических и сферической областей и их применение в скалярных задачах теории дифракции // Доп. НАНУ. – 2000. – №10. – С. 70-78.
7. Kuryliak D. B., Nazarchuk Z. T. Convolution type operators for wave diffraction by conical structures // Radio Science. – 2008. – Vol. 43, No. 4.

Скінченний провідний конус у полі кільцевих джерел випромінювання

О. Б. Трищук, Д. Б. Куриляк

Вивчено дифракційні властивості полів кільцевих джерел струму над конічною поверхнею скінченних розмірів. Встановлено залежності потужності випромінювання від геометричних параметрів електродинамічної системи у випадках H - та E -поляризації. Отримано діаграми спрямованості для випадків, коли нормована потужність випромінювання дифракційної системи набуває екстремального значення. Результати досліджень порівнюються з відповідними залежностями для напівнескінченних конусів.

Finite Conducting Cone in the Field Radiated by Ring Sources

O. B. Trishchuk and D. B. Kuryliak

The scattering properties of the finite conducting cone illuminated by the ring sources are investigated. Radiated power as a function of geometrical parameters of the electrodynamic system for H - and E -polarization cases is analyzed. The far field patterns for the cases when the normalized radiated power of the electrodynamic system takes on the local extreme value are obtained. These results are compared to the similar ones for semi infinite cones.