

УДК 532.5 + 536.24

Шевчук И.В.<sup>1</sup>, Халатов А.А.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> MBtech Group GmbH & Co. KGaA, Fellbach-Schmidlen, Германия

<sup>2</sup> Институт технической теплофизики НАН Украины

<sup>3</sup> Национальный технический университет Украины «КПИ»

ТЕПЛООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА В ПОЛЯХ МАССОВЫХ СИЛ:  
ОБЗОР РАБОТ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ИТТФ НАН УКРАИНЫ

Часть 4. Вращающиеся системы

У статті розглянуто основні результати досліджень теплообміну і гідродинаміки в полях масових сил різної природи.

В статье рассмотрены основные результаты исследований теплообмена и гидродинамики в полях массовых сил различной природы.

This review provides primary results of the research program of heat transfer and hydrodynamics studies in the field of mass forces of different nature.

$a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  
градиент радиальной скорости на границе пограничного слоя, 1/с;

$b$  – внешний радиус диска, м;

$c_0$  – константа в степенной аппроксимации температурного напора на поверхности, выражение (1);

$c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К);

$d$  – диаметр диска или канала, м;

$d_j$  – диаметр сопла, м;

$D_m$  – коэффициент диффузии, м<sup>2</sup>/с;

$h_j$  – расстояние от сопла до поверхности, м;

$K_1$  – константа в выражении для числа Нуссельта (2);

$n_*$  – показатель степенной аппроксимации температурного напора на поверхности, выражение (1);

$L$  – длина канала, м;

$n_R$  – показатель при числе Рейнольдса, выражение (8);

$Nu = \frac{q_w r}{\lambda(T_w - T_\infty)}$  – локальное число Нуссельта;

$Nu_d = \frac{q_w d}{\lambda(T_w - T_\infty)}$  – локальное число Нуссельта,

построенное по диаметру вращающегося диска;

$m_x$  – показатель при переменной  $x$ , выражение (8);

$q_w = -\lambda \left( \frac{dT}{dz} \right)_{z=0}$  – плотность теплового потока

на стенке, Вт/м<sup>2</sup>;

$p$  – статическое давление, Па;

$Pr = mc_p/\lambda$  – число Прандтля;

$r, \varphi, z$  – цилиндрические координаты, м или рад;

$Re_\omega = \omega r^2/\nu$  – текущее вращательное число Рейнольдса во вращающихся дисковых системах;

$Re_\omega = \omega d^2/\nu$  – вращательное число Рейнольдса в параллельных вращающихся каналах;

$Re_\varphi = \omega b^2/\nu$  – вращательное число Рейнольдса на внешнем радиусе диска;

$Re_j = V_j d_j/\nu$  – число Рейнольдса, построенное по скорости обдува поверхности;

$Re_j = v_{zcp} d/\nu$  – число Рейнольдса, построенное по средней скорости осевого движения в каналах;

$Re_T^{**} = \omega r \delta_T^{**}/\nu$  – число Рейнольдса потери энтальпии;

$Ro = Re_\omega/Re$  – число Россби во вращающихся каналах;

$St = q_w/(\rho \cdot c_p \cdot V_*(T_w - T_\infty))$  – число Стэнтона;

$Sc = \nu/D_m$  – число Шмидта;

$Sh = \alpha_m r/D_m$  – число Шервуда;

$t$  – время, с;

$T$  – температура, К;

$T_w$  – температура поверхности; мгновенное значение нестационарной температуры поверхности, К;

$T_\infty$  – температура в потенциальном потоке за пределами пограничного слоя К;

$T_{wi}$  – начальное значение температуры поверхности при нестационарном теплообмене, К;

$v_r, v_\varphi, v_z$  – компоненты скорости потока в цилиндрических координатах, м/с;

$V_* = \omega r |\beta - 1| (1 + \alpha^2)^{1/2}$  – характеристическая скорость, м/с;  
 $V_j$  – аксиальная скорость потока на бесконечности или на выходе из сопла, м/с;  
 $x = r/b$  – безразмерная радиальная координата;  
 $\alpha = -\tau_{wr} / \tau_{w\varphi}$  – тангенс угла закрутки потока на стенке; коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  
 $\alpha_m$  – коэффициент массоотдачи, м/с;  
 $\beta = v_{\varphi, \infty} / (\omega r)$  – параметр закрутки потока, т. е. безразмерная тангенциальная скорость в области потенциального течения за пределами пограничного слоя;  
 $\delta$  – толщина гидродинамического пограничного слоя, м;  
 $\delta_T$  – толщина теплового пограничного слоя, м;  
 $\Delta T = (T_w - T_\infty)$  – температурный напор на поверхности, К;  
 $\overline{\Delta T} = \Delta T / \Delta T_{x=1}$  – относительный безразмерный температурный напор на поверхности;  
 $\Delta T_{x=1}$  – температурный напор при  $x = 1$ , К;  
 $\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \frac{v_r}{\omega r} \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} dz$  – толщина потери энтальпии, м;  
 $\kappa = \operatorname{tg} \varphi_\infty = v_{r, \infty} / (\omega r - v_{\varphi, \infty})$  – тангенс угла закрутки потенциального течения;  
 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  
 $\lambda_\Gamma = \frac{\Delta p}{\rho v_{zcp} / 2} \cdot \frac{d}{L}$  – коэффициент гидравлического сопротивления канала;  
 $\lambda_{\Gamma, 0}$  – коэффициент гидравлического сопротивления канала при отсутствии вращения;  
 $\overline{\lambda}_\Gamma = \lambda_\Gamma / \lambda_{\Gamma, 0}$  – относительный коэффициент гидравлического сопротивления канала;

### Введение

Вращающиеся системы широко встречаются в газовых и паровых турбинах, теплоэнергетике, энергетике, авиационных двигателях, двигателях внутреннего сгорания, аппаратах химической технологии, промышленных массообменных устройствах и т.д.

В настоящее время в литературе накоплен большой объём экспериментальных данных по локальным и интегральным параметрам теплообмена и гидродинамики для различных

$\mu$  – динамическая вязкость, Па·с;  
 $\nu$  – кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с;  
 $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\tau_{wr} = \mu (dv_r/dz)_{z=0}$  – радиальное касательное напряжение трения на стенке, Па;  
 $\tau_{w\varphi} = \mu (dv_\varphi/dz)_{z=0}$  – тангенциальное касательное напряжение трения на стенке, Па;  
 $\varphi_w = \operatorname{arctg} \left[ \frac{v_r}{\omega r - v_\varphi} \right]_{z=0}$  – угол закрутки потока на стенке;  
 $\chi = \frac{q_w}{\tau_{w\varphi}} \frac{\omega r (1 - \beta)}{c_p (T_\infty - T_w)}$  – параметр аналогии Рейнольдса;  
 $\omega$  – угловая скорость вращения диска (пары дисков), 1/с;  
 $\Omega$  – угловая скорость вращения жидкости во вращающихся дисковых системах; угловая скорость вращения конуса в системах конус-диск, 1/с.

### Индексы нижние:

кр – параметры в момент потери устойчивости или перехода к турбулентному течению;  
 ср – среднее значение;  
 i – значение в начальный момент времени; параметры на входе в участок (систему);  
 T – тепловые параметры;  
 w – параметр на стенке (при  $z = 0$ ); физические свойства материала стенки;  
 0 – стандартные условия: свободный диск при  $v_{r, \infty} = 0$  и  $v_{\varphi, \infty} = 0$ ;  
 $\infty$  – параметры потенциального потока за пределами пограничного слоя.

типов вращающихся течений [1–3]. Однако степень критического анализа и обобщения этих данных даже на уровне теории подобия недостаточны. Выработаны подходы к моделированию вращающихся течений на уровне точных автомодельных решений уравнений Навье-Стокса и энергии в численном виде для многих важных задач, но для ряда задач возможные автомодельные формы уравнений Навье-Стокса и энергии оказались не найденными. Целый класс задач успешно решён с

использованием эффективного метода, основанного на применении интегральных уравнений гидродинамического и теплового пограничного слоя. Теоретические основы известных интегральных методов для вращающихся течений, разработанные в 60-80е годы XX века, оказались недостаточно проработанными, что привело к существенным погрешностям решений, полученным на основе этих методов, по сравнению с новыми надёжными экспериментальными данными. Ряд прикладных задач, известных ранее или вновь сформулированных, исследовались только экспериментально (часто на уровне осреднённых коэффициентов переноса для устройства в целом). Однако, бурное развитие компьютерной техники и прикладных программных пакетов в области вычислительной гидродинамики (CFD) за последние два десятилетия позволяют выполнить адекватное и точное моделирование аэродинамики и теплообмена в таких устройствах.

Программа работ ИТТФ НАН Украины в области вращающихся систем была сформирована в 1992 г. На первом этапе был подготовлен том 2 обзорной монографии [4], получивший с тех пор широкую известность в качестве справочного пособия по теплообмену и гидродинамике во вращающихся каналах различных типов, вращающихся дисковых системах, полостях и емкостях и при обтекании вращающихся тел. Вслед за этим была начата продолжающаяся в настоящее время программа исследований ламинарного и турбулентного теплообмена и гидродинамики во вращающихся дисковых системах различных типов с применением различных подходов – интегрального метода, автотельных решений и трёхмерного CFD моделирования. Результаты исследований, завершённых к 2009 г., были обобщены в монографии [5].

Предметом данного обзора являются работы авторов, выполненные по следующим направлениям:

1. Вращающиеся дисковые системы.
2. Каналы, вращающиеся вокруг собственной оси.

3. Радиальные вращающиеся каналы.

4. Каналы, вращающиеся относительно параллельной оси.

Ниже представлены основные результаты этих исследований.

### **1. Вращающиеся дисковые системы**

Исследования выполнены для случаев вращающихся дисков в покоящейся, вращающейся или радиально ускоряющейся среде, нестационарного сопряжённого теплообмена вращающегося диска (рис. 1, а), при охлаждении диска импактной струёй (рис. 1, б), при принудительном центробежном радиальном течении в зазорах между совместно вращающимися параллельными дисками (рис. 1, в), в зазорах между вращающимся диском и конусом (рис. 1, г), в конических диффузорах с закруткой потока (рис. 1, д) и во вращающихся дисковых очистителях воздуха (рис. 1, е).

#### **1.1. Одиночный вращающийся диск**

При использовании существующих зависимостей для диска, вращающегося в бесконечном пространстве, возникают ошибки расчёта чисел Нуссельта, обусловленные недостаточно точным учетом радиального изменения температуры поверхности диска, аппроксимированной степенным выражением

$$\Delta T = T_w - T_\infty = c_0 r n^* \quad (1)$$

Интегральный метод расчёта теплообмена и гидродинамики, использующий физически более обоснованную и точную модель степенных профилей скорости и температуры, толщины потери энтальпии и коэффициентов трения, теплообмена [6–9], позволил получить следующие выражения для числа Нуссельта,

$$\text{Ламинарный режим: } Nu = K_1 Re_\omega^{0,5}, \quad (2)$$

$$K_1 = \frac{0,4435}{0,3486 + \frac{2,002}{2 + n_*}} \quad \text{при } Pr = 0,72. \quad (3)$$

$$\text{Турбулентный режим: } Nu = K_1 Re_\omega^{0,8}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{K_1} = 34,99 + \frac{48,33}{2,6 + n_*} \quad \text{при } Pr = 0,72. \quad (5)$$

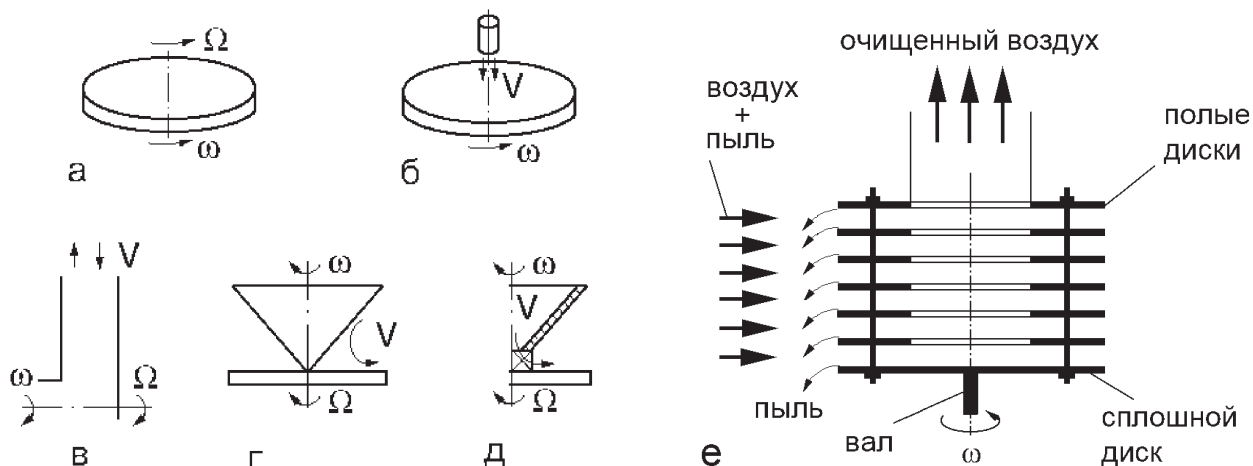


Рис. 1. Вращающиеся дисковые системы.

которые наиболее точно согласуются с известным точным решением для ламинарного течения (рис. 2) и наиболее надежными экспериментальными данными, полученными в Стенфордском университете (США) для турбулентного течения (рис. 3).

В работе [10] показано, что недостаточно высокая точность ранее разработанных методов расчета, например, известного метода Л.А. Дорфмана, обусловлена тем, что константа  $M$  в законе теплообмена, который использован Л.А. Дорфманом, считается постоянной, в то время как она является функцией показателя степени

в уравнении (1). Основываясь на таком подходе, в работе [10] были получены уравнения, характеризующие закон теплообмена на поверхности вращающегося диска при ламинарном и турбулентном режиме при произвольном законе изменения температуры по радиусу диска в соответствии с (1):

Ламинарный режим:

$$St = \frac{0,2922 Re_r^{** - 1,0}}{(2 + n_*)(0,3486 + \frac{2,002}{2 + n_*})^2} \quad (6)$$

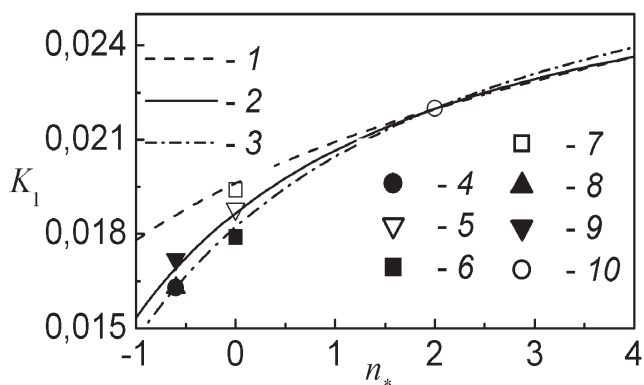


Рис. 2. Константа  $K_1$  для одиночного диска при ламинарном течении,  $Pr = 0,72$ .  
Расчёт: 1 – точное решение, 2 – (3);  
3 – Л.А. Дорфман; 3-5 – эксперименты различных авторов, см. [5].

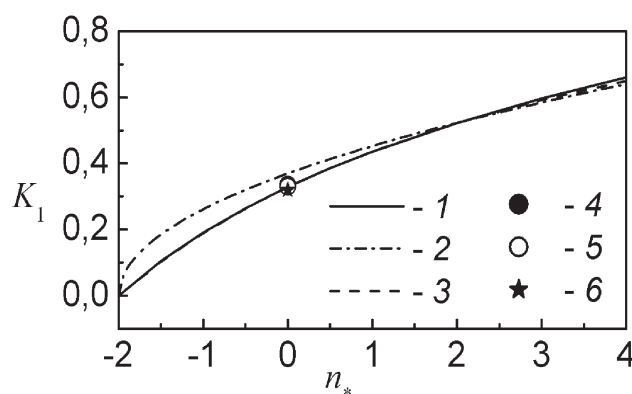


Рис. 3. Константа  $K_1$  для одиночного диска при турбулентном течении,  $Pr = 0,72$ .  
Расчёт: 1 – Л.А. Дорфман; 2 – (3); 3 – (7);  
4-10 – эксперименты различных авторов, см. [5].

Турбулентный режим:

$$St = \frac{1,475 Re_T^{** - 0,25}}{(2,6 + n_*)^{0,25} (33,27 + \frac{56,16}{2,6 + n_*})^{1,25}} \quad (7)$$

Эти законы теплообмена более точны (рис. 2, 3), поскольку включают показатель степени  $n_*$ . Число Nu описывается соотношением

$$Nu = K_1 Re_\omega^{n_R} = K_1 Re_\phi^{n_R} x^{m_x} \quad (8)$$

при произвольном значении  $m_x = \text{const}$  [11], что соответствует следующему распределению  $T_w$

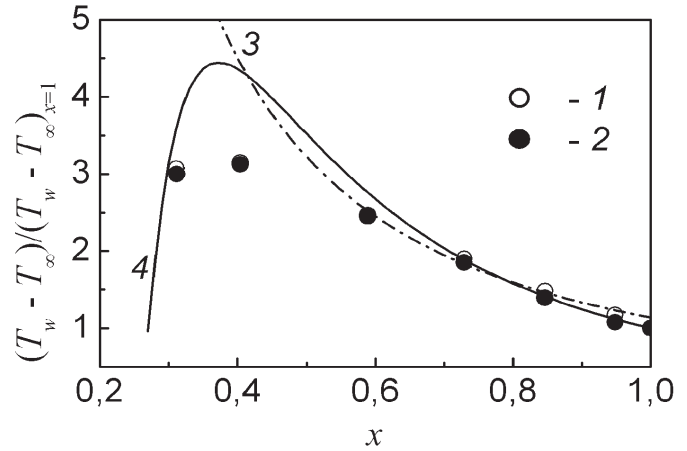
$$\overline{\Delta T} = \left[ K_H / K_{H_{x=1}} \right]^{\frac{K_1}{Pr K_m \gamma^{bs} (1-m_x)^{-1}}} x^{-2-m} \quad (9)$$

где  $\overline{\Delta T} = \Delta T / \Delta T_{x=1}$ ,  $K_H$  – формпараметр профиля температуры (модифицированная толщина потери энтальпии);  $m_x^* = m_x - m$ ,  $m = (1 - n) / (3n + 1)$ ,  $n$  – показатель степенной аппроксимации профилей скорости; а остальные выражения для констант даны в работах [5, 11].

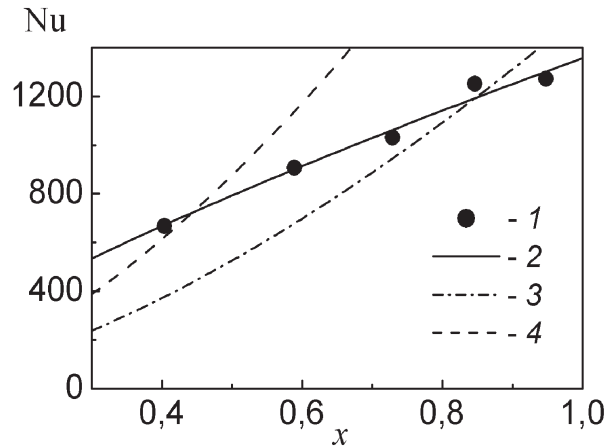
Условие (1) является частным случаем уравнения (9) при  $m_x^*$ . Распределение (9) характеризуется двумя свободными параметрами  $K_1$  и  $m_x$ , тогда как выражение (1) – только одним  $n_*$ . Поэтому формула (9) позволяет получать зависимости с экстремумом, а формула (1) – только монотонные кривые. Совместное использование формул (8) и (9) позволяет добиться хорошего согласования с экспериментальными данными при тепловых граничных условиях, отличающихся от уравнения (1) (рис. 4, 5).

**1.2. Нестационарный теплообмен одиночного вращающегося диска**

Исследование нестационарного теплообмена вращающихся дисков представляет интерес с точки зрения его приложения в системах охлаждения дисков турбомашин и т.д. Известны нестационарные методики определения коэффициентов теплоотдачи диска (в стационарных гидродинамических условиях): по истечении определённого периода времени с момента начала нагрева или охлаждения возникает режим теплообмена, когда коэффициент теплоотдачи в нестационарных условиях



**Рис. 4. Радиальное изменение температурного напора  $\overline{\Delta T} = (T_w - T_\infty) / (T_w - T_\infty)_{x=1}$ . Эксперименты А. Northrop, J.M. Owen, 1988: 1 –  $Re_\phi = 1,08 \cdot 10^6$ ; 2 –  $2,65 \cdot 10^6$ . Формула (1) в виде  $\overline{\Delta T} = c x^{n_*}$ : 3 –  $c_0 = 1,14$ ,  $n_* = -1,5$ . Расчёты по (9): 4 –  $K_1 = 0,0137$ ,  $m_x = 0,775$  [5].**



**Рис. 5. Изменение числа Nu при  $Re_\phi = 2,65 \cdot 10^6$ ,  $Pr = 0,72$ : 1 – опыты А. Northrop, J.M. Owen. Расчёты по формуле (8) при показателе 0,778: 2 –  $K_1 = 0,0137$ ,  $m_x = 0,775$ ; 3 –  $K_1 = 0,01555$ ,  $m_x = 1,556$ . Линия 4 – формула Л.А. Дорфмана при  $n_* = -0,2$  [5].**

принимает значение, соответствующее стационарному режиму. В этом режиме значительно упрощается нахождение коэффициента теплоотдачи, так как тепловые потоки могут опреде-

ляться по формулам, полученным путём решения нестационарных задач теплопроводности. В эти формулы подставляются экспериментально измеренные временные зависимости температуры поверхности, и полученные в результате алгебраические уравнения решаются с целью нахождения коэффициента теплоотдачи.

Чаще всего анализ экспериментальных данных основан на использовании теории одномерной нестационарной теплопроводности в полубесконечной пластине с граничным условием 3 рода на границе раздела между пластиной и охлаждающей или нагревающей средой при ступенчатом изменении температуры среды  $T_\infty$  [5, 12, 13]

$$\frac{T_w(t) - T_\infty}{T_{w,i} - T_\infty} = \exp(\gamma^2) \cdot \operatorname{erfc}(\gamma), \quad \gamma = \alpha \sqrt{t a_w} / \lambda_w. \quad (10)$$

Здесь  $T_w(t)$  – мгновенная температура поверхности диска; индекс “w” определяет физические свойства диска;  $\alpha$ ,  $T_{w,i}$  и  $T_\infty$  имеют постоянное значение. Измерив временную зависимость локальной температуры поверхности  $T_w(t)$ , можно вычислить коэффициент теплоотдачи из формулы (10). Использование этой методики ограничено очевидным соображением, что процесс теплопроводности может захватывать только малую долю толщины реальной поверхности так, чтобы выполнялась модельная предпосылка решения для полубесконечной пластины. Поэтому время измерений строго ограничено (максимум 60 с), и модель полубесконечной пластины становится неприемлемой, если величина временного интервала при проведении измерений превышает определённое пороговое значение.

В качестве наиболее важных результатов исследований, выполненных в области нестационарного теплообмена вращающегося диска, следует упомянуть следующие.

1) Автомодельное решение задачи нестационарного конвективного теплообмена, полученное для первоначально неизотермического диска. Получено, что нестационарные величины коэффициента теплоотдачи очень быстро (максимум за 6 с) принимают постоянное зна-

чение, соответствующее стационарному режиму [5, 14].

2) Аналитическое решение нестационарной двумерной задачи теплопроводности вращающегося диска при неоднородном начальном распределении температуры [5, 13].

3) Математическая формулировка условий, которые должны соблюдаться для того, чтобы форма начальной температурной неравномерности сохранялась с течением времени [5, 13]. Эти условия выполняются полностью для диска, сделанного из плексигласа с низким коэффициентом теплопроводности, с точки зрения применимости решения для полубесконечной пластины (10). Это решение может использоваться в качестве основы экспериментальной методики определения коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_{2,t}$  при всех исследованных значениях  $n_*$  от  $-1$  до  $2$  при соблюдении вышеупомянутых ограничений на время измерений.

4) Апробация экспериментальной методики определения  $h_{2,t}$  основанной на теории регулярного режима. Эта методика по-прежнему справедлива при значениях  $n_*$ , изменяющихся от  $-0,5$  до  $0,5$ , частично справедлива для  $n_*$  равных  $-1$  и  $1$ , и неприменима при  $n_* \geq 2$ , поскольку время измерений велико и форма начального распределения температуры диска больше не выдерживается вследствие теплопроводности в нем [5, 13].

5) Успешная численная валидация автоматического и аналитического решений путём сравнения их с результатами трёхмерного моделирования задачи с помощью CFD пакета CFX-5 [5, 12].

### **1.3. Вращение диска в сонаправленно вращающейся жидкости**

Задача решалась интегральным методом и с помощью автоматического подхода при условии  $\beta = \text{const}$ . Интенсивность теплообмена уменьшается с ростом  $\beta$  (вследствие уменьшения сдвига компоненты скорости  $v_\varphi$  и увеличивается с ростом  $n_*$ ). Расчётные данные по теплообмену для воздуха при ламинарном и турбулентном режимах приведены на рис. 6, 7, а более подробные результаты при

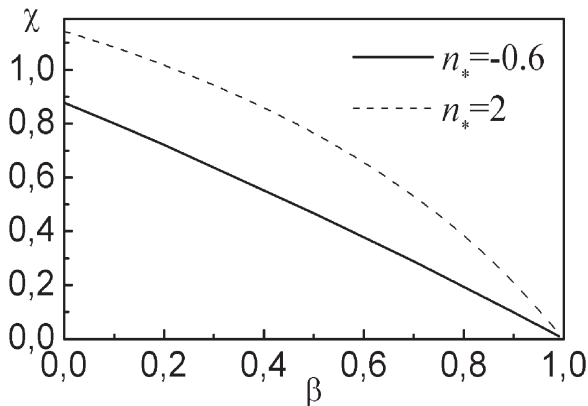


Рис. 6. Функция  $\chi$  при турбулентном течении и  $Pr = 0,71$ .

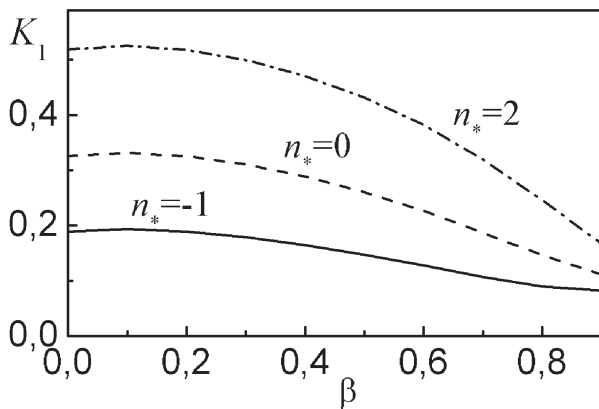


Рис. 7. Функция  $K_1$  при ламинарном течении и  $Pr = 0,71$ .

$n_* = -2,6...4$ ,  $Pr = 0,71$  и  $1$  приведены в работах [5, 15].

**1.4. Ускоренное радиальное течение при отсутствии вращения ядра потока**

В данном случае исследован однородный обдув поверхности. В зоне удара и разворота поток является ламинарным, компонента скорости  $v_{r,\infty}$  линейно возрастает, что означает  $\kappa = a/\omega = \text{const}$  и  $\beta = 0$ . В конфузорных течениях поток может быть и турбулентным. Анализ поведения функции  $\chi(\kappa)$  (рис. 8) показывает, что турбулентный тепловой пограничный слой быстро адаптируется к наложенному отрицательному градиенту давления, а величина  $\chi$  не изменяется в пределах четырёх знача-

щих цифр уже при  $\kappa = 0,2$ . При  $\kappa \rightarrow \infty$  имеем  $K_1 \rightarrow \infty$  (так как  $\alpha \approx \kappa$  при  $\kappa \rightarrow \infty$ ). В то же время порядок  $\chi$  остаётся тем же при любых  $\kappa = 0... \infty$ .

В случае ламинарного течения получено автомодельное решение уравнений Навье-Стокса. В работах [5, 16, 17] приведены профили скорости и температуры, табличные данные для параметров  $K_1, \chi$  при  $Pr = 0,71, 1$  и различных  $\kappa$  и  $n_*$ , а также данные для условных толщин и составляющих поверхностного трения. С помощью интегрального метода получено приближённое аналитическое решение для величин  $\tau_{w\phi}, \alpha$  и  $\delta$  при ламинарном течении

$$\alpha = -0,4275\kappa + (2,717\kappa^2 + 0,6863)^{1/2}, \quad (11)$$

$$\tau_{w\phi}/\tau_{w\phi 0} = \delta_0/\delta = [(\alpha + 1,301\kappa)/\alpha_0]^{1/2}, \quad (12)$$

погрешность которого по отношению к точному решению не превышает 1,7 %. Приближённое решение для  $\chi, K_1$  и числа  $Nu_d$  находится из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{b_2} - 0,6518\chi Pr^{n_p} \frac{b_1}{b_2} + \frac{\kappa}{\alpha} (e_1\chi^{-1} + e_2\chi + e_3) = \\ = 0,3482\chi \frac{4}{2+n_*} \left[ 1 + 1,301 \frac{\kappa}{\alpha} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Nu_d = K_{1*} \cdot Re_a^{1/2} = K_{1*} \cdot Re_j^{1/2} \cdot A^{1/2}, \\ K_1 = 0,6159\chi(1 + \kappa)^{-1/2} \cdot Pr \cdot \tau_{w\phi}/\tau_{w\phi 0}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $K_{1*} = K_1 \cdot (1 + \kappa^{-1})^{1/2}$ ; константы  $b_1, b_2, n_p, e_1, e_2$  и  $e_3$  зависят только от числа  $Pr$  и приведены в [5, 16, 17]; под  $d$  в (14) понимается диаметр сопла. Максимальные отклонения формул (13), (14) от точного решения не превышают 2,4 %. Для определения  $A$  используется формула П.М. Брдлика, В.К. Савина (1966):  $A = 1,5 \cdot (h_f/d_j)^{0,22}$ .

Расчётные данные хорошо (с погрешностью не более 5 %) согласуются количественно и качественно с известными экспериментами для критической точки импактной струи (рис. 9). При ламинарном течении и  $\kappa = 1,5... \infty$  для любых значений  $Pr$  и  $n_*$  также возникает

режим течения, когда теплообмен определяется только закономерностями импактной струи.

**1.5. Центробежное радиальное течение между параллельными вращающимися дисками при недокрутке и перекрутке потока**

Применительно к данной задаче выполнено моделирование турбулентного течения и теплообмена с помощью интегрального метода. Получено аналитическое решение для гидродинамики в слоях Экмана при  $\beta_i \leq 1$  и  $\beta_i \geq 1$ , которое позволяет рассчитывать параметры течения при  $0,5 \leq \beta \leq 2$  [5, 6]. Расчётные кривые для параметра  $\beta$ , полученные численно для течения между параллельными дисками [18], хорошо согласуются с экспериментами (рис. 10). Зависимости, полученные по модели слоёв Экмана, резко отличаясь от экспериментальных данных на границе областей источника и слоёв экмановского типа (область излома кривых), с ростом  $x$  быстро «сливаются» с кривыми интегрального метода. Показано, что ранее разработанная модель И.Т. Швеца и Е.П. Дыбана даёт хорошие результаты лишь для зоны развитых слоёв экмановского типа, а в её начале погрешности расчёта  $\beta$  весьма значительны. Модель Е.П. Дыбана и В.Я Кабкова (проанализированная в [5]) достаточно точна для начала области слоёв экмановского типа и приводит к существенным погрешностям в её конце.

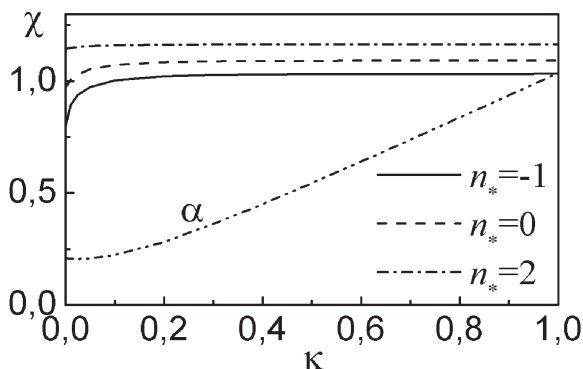


Рис. 8. Функция  $\chi$  при турбулентном течении,  $\beta = 0$  и  $Pr = 0,71$ .

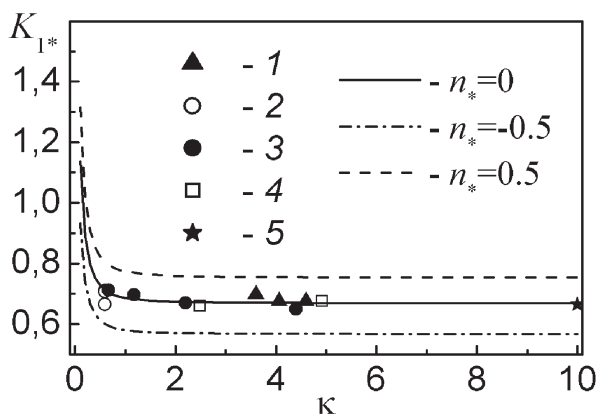


Рис. 9. Константа  $K_{1*}$  при ламинарном течении,  $Pr = 0,71$ . Эксперименты,  $n_* = 0$ : 1 - 4 - N. Saniei, X.T. Yan, 1998, 2000; 5 - E.M. Sparrow, G.T. Geiger, 1985. Расчёты автора.

В области источника  $T_\infty = T_i$ , а число  $Nu$  возрастает; в области слоёв экмановского типа темп роста числа  $Nu$  замедляется, а затем оно начинает уменьшаться (рис. 11) в связи с увеличением локальных значений  $T_\infty$  (рис. 12). На периферии полости для случаев  $dT_w/dr \approx 0$  и  $dT_w/dr < 0$  возникает область, где

В области источника  $T_\infty = T_i$ , а число  $Nu$  возрастает; в области слоёв экмановского типа темп роста числа  $Nu$  замедляется, а затем оно начинает уменьшаться (рис. 11) в связи с увеличением локальных значений  $T_\infty$  (рис. 12). На периферии полости для случаев  $dT_w/dr \approx 0$  и  $dT_w/dr < 0$  возникает область, где

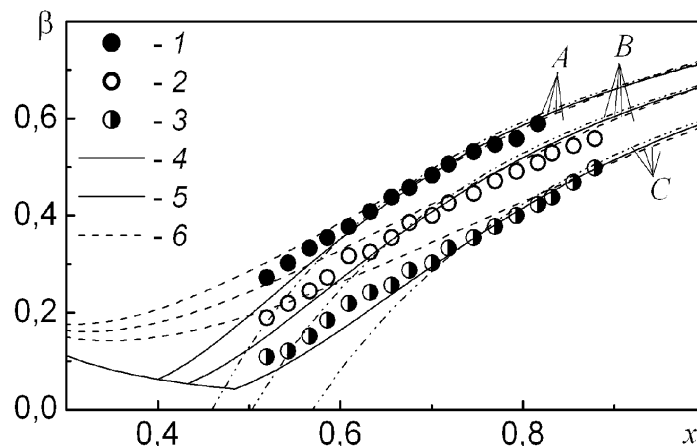
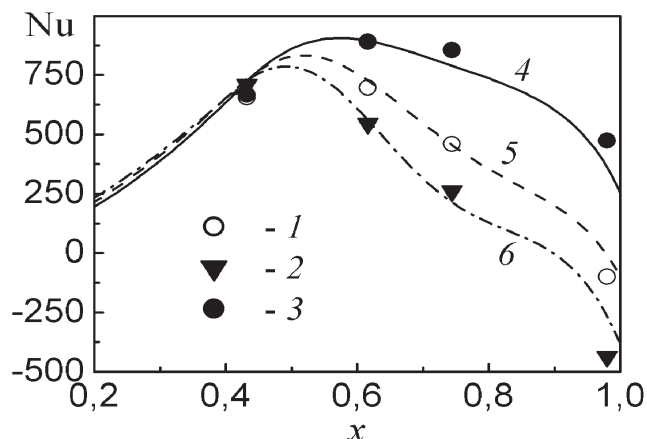


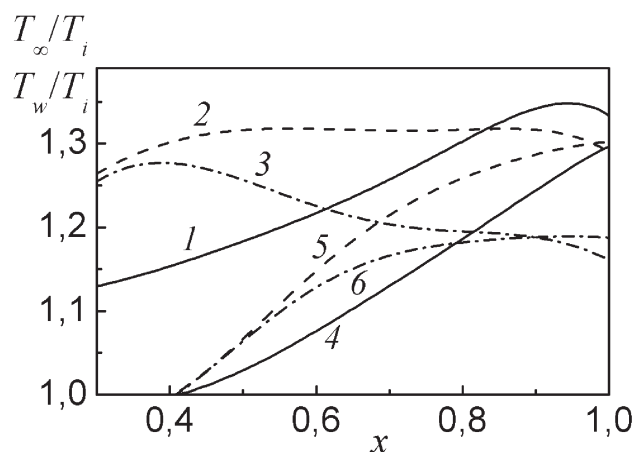
Рис. 10. Распределение коэффициента закрутки  $\beta$  в зазоре при  $C_w = 2500$ ,  $\beta_i = 1$ ,  $s/b = 0,1$ ,  $r/b = 0,1$ ,  $s$  – высота зазора. Эксперименты: 1–3 (J.M. Owen и R. Rogers). 1, 4, 7, 10, 13 –  $Re_\varphi = 1,1 \cdot 10^6$ ; 2, 5, 8, 11, 14 –  $8,17 \cdot 10^5$ ; 3, 6, 9, 12, 15 –  $5,47 \cdot 10^5$ . Расчёт [5, 18]: 4–6 (интегральный метод), 13–15 (модель слоёв Экмана). Расчёт J.M. Owen и R. Rogers: 7–9. Расчёт по методике И.Т. Швеца, Е.П. Дыбана, 1974: 10–12.



вследствие быстрого темпа падения  $T_w$  и роста локальной температуры  $T_\infty$  (рис. 12). Это и приводит к изменению знака теплового потока и числа Nu: поток начинает нагревать диск, а не наоборот. В случае высоких расходов при аксиальном подводе зазор (в час-



**Рис. 11. Числа Нуссельта в зазоре (1, 4 –  $Re_\varphi = 3,2 \cdot 10^6$ ; 2, 3, 5, 6 –  $3,3 \cdot 10^6$ ): 1-3 – эксперимент A. Northrop и J.M. Owen; 4-6 – расчёт [19]; 1, 4 –  $dT_w/dr > 0$ ; 2, 5 –  $dT_w/dr \approx 0$ ; 3, 6 –  $dT_w/dr < 0$ . В определении Nu используется  $T_i$  вместо  $T_\infty$ .**



**Рис. 12. Изменение температуры диска  $T_w/T_i$  (1-3, аппроксимация опытов A. Northrop и J.M. Owen) и ядра потока  $T_\infty/T_i$  (4-6, расчёт с помощью интегрального метода [19]). 1, 4 –  $dT_w/dr > 0$ ; 2, 5 –  $dT_w/dr \approx 0$ ; 3, 6 –  $dT_w/dr < 0$ .**

тности, при  $C_w = 13000$ ), предложенная модель, как и другие интегральные методы, оказывается существенно неточной в области слоёв экмановского типа.

При наличии перекрутки потока эффективность интегрального метода снижается. В случае радиального входа потока в зазор интегральный метод с погрешностью 5...7% согласуется с результатами моделирования, выполненного в Университете Бата (Великобритания) с помощью пакета из семейства CFD в области течения с локальной недокруткой. Однако в области рециркуляции интегральный метод приводит к существенно заниженным (вплоть до нулевых при  $\beta = 1$ ) значениям числа Nu [20].

В последние годы в системах охлаждения рабочих лопаток для повышения эффективности системы охлаждения используются безлопаточные диффузоры, в которых кинетическая энергия закрученного потока преобразуется в потенциальную энергию давления за счет «перекрутки» потока на нижележащем радиусе вращающегося диска.

В работе [21] впервые рассмотрен интегральный метод расчета кинематических характеристик вращающегося диффузора с «перекруткой» потока на входе. Метод учитывает взаимодействие закрученного потока с вращающимся диском, причем окружная скорость в пограничном слое представляется в виде семейства кривых, а параметр закрутки потока аппроксимируется квадратичной параболой. Результаты расчета имеют вид графических зависимостей для радиальной скорости, статического давления, параметра закрутки потока и предельного радиуса, при котором может произойти «обратная» закрутка потока.

### 1.6. Аэродинамика и теплообмен потока в ротационном дисковом воздухоочистителе

Ротационные дисковые очистители воздуха, схема устройства которых показана на рис. 1,е, широко используются в промышленности [22]. В работе [23] выполнено моделирование аэродинамики однофазного потока

воздуха с помощью пакета Phoenics. Модель включала в себя три диска радиусом  $b = 0,4$  м и величиной междискового зазора  $h$ ; один из дисков сплошной, а остальные два имеют внутренний вырез радиусом  $a$  (рис. 13). Задача осесимметрична, поэтому для моделирования выбран сегмент с углом  $0,1$  рад. Воздух подаётся в зазоры в направлении оси вращения.

Улучшение работы воздухоочистителя с точки зрения уменьшения потерь давления в нём возможно при избежании режимов с перекруткой потока (рис. 14).

Улучшения сепарации частиц можно добиться при создании благоприятных условий для развития центробежных пограничных слоёв на дисках, что возможно как при избежании режимов с перекруткой потока, так и при некотором увеличении высоты зазора по сравнению с базовым вариантом 1. Температура воздуха максимальна в области выхода из междисковых зазоров.

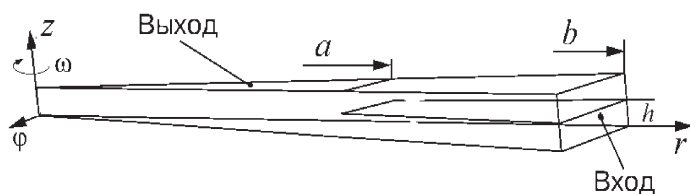


Рис. 13. Модель ротационного воздухоочистителя.

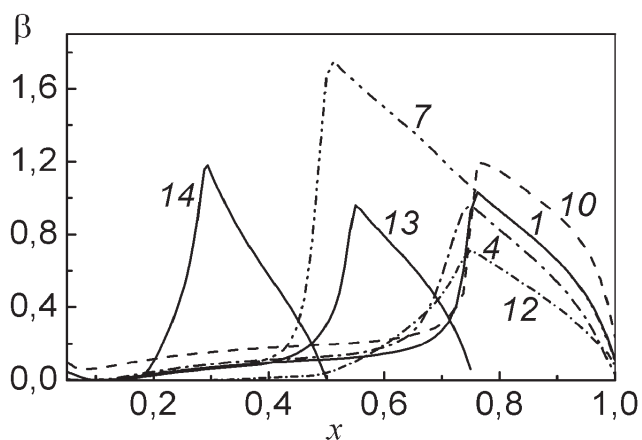


Рис. 14. Изменение параметра  $\beta$ . Номер кривой соответствует номеру варианта.

### 1.7. Ламинарные течения и теплообмен в зазоре между диском и конусом, касающимся диска своей вершиной (угол конусности $1...5^\circ$ )

Применительно к данной задаче (рис. 1 д, е) впервые получена автомодельная система уравнений Навье-Стокса и теплового пограничного слоя с граничными условиями с использованием независимой координаты  $\eta = z/r$  (где  $h(r)$  – высота зазора) [24, 25].

Расчетные данные для  $\varphi_w = \arctg(-F'_w/G'_w)$  хорошо согласуются с экспериментами (рис. 15). При  $\omega = 0, \Omega \neq 0, Pr = 0,71$ , порядок величин  $K_1$  сопоставим с данными для свободного диска. Константа  $K_1$  с ростом  $n_*$  уменьшается, так как знаки  $dT_w/dr < 0$  и  $v_r$  противоположны. При  $\omega \neq 0, \Omega = 0$  константа  $K_1$  возрастает медленнее, чем в случае свободного диска. При сонаправленном вращении закономерности теплообмена определяются соотношением скоростей  $\omega \neq 0, \Omega \neq 0$ . При противоположно направленном вращении радиальное течение является центробежным на диске и конусе и центростремительным у середины зазора. Константа  $K_1$  слабо чувствительна к изменению высоты зазора [24].

В неподвижном коническом диффузоре течение может быть безотрывным, отрывным

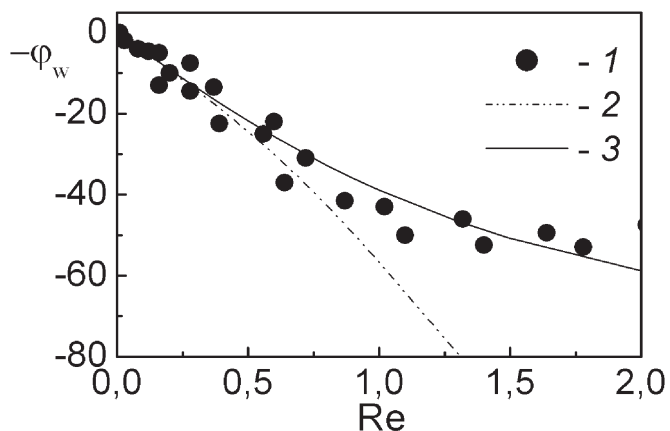


Рис. 15. Угол закрутки потока на поверхности неподвижного диска при вращающемся конусе. 1, 2 – эксперименты и решение Н.Р. Sdougos и др., 1984; 3 – автор [24, 25],  $Re = Re_\omega \eta_1^2/12, \eta_1 = h/r$ .

и имеющим область возвратного течения. Уменьшение диффузорности уменьшает вероятность отрыва потока. Закрутка потока способствует усилению возвратного течения на диске. Степень восстановления давления потока в диффузоре растёт вместе со значениями  $v_r$  и  $v_\phi$  на входе. Зависимость  $Nu$  от входной радиальной скорости может иметь точки максимума или минимума что, как и выше, определяется знаками  $v_r$  и  $dT_w/dr < 0$  [25].

Исследование тепломассообмена вращающегося диска при неподвижном конусе и стационарного диска при вращающемся конусе в диапазоне чисел Прандтля и Шмидта от 0,1 до 800 (случай вращающегося диска) и от 0,1 до 100 (случай вращающегося конуса) выполнено в работе [26]. Были обнаружены различные режимы тепломассообмена в зависимости от характера поверхностного распределения температуры диска, причем числа Нуссельта или Шервуда возрастали либо убывали с ростом чисел Прандтля или Шмидта.

В реальных конус-дисковых аппаратах, применяемых в биоинженерной технике для выращивания клеток эндотелия, расположенных в виде монослоя на диске (пластине), диск является неподвижным, а конус вращающимся. В противоположность этому, в работе [26] показано, что в конус-дисковых системах эффективность массообмена питательной жидкости со слоем клеток выше в случае вращающегося диска при неподвижном конусе, а не наоборот.

### 1.8. Массообмен при сублимации нафталина

Экспериментальная методика, основанная на измерении интенсивности сублимации нафталина с поверхности, часто используется для моделирования поверхностного теплообмена путём пересчёта данных по массоотдаче с помощью уравнений аналогии. Наиболее часто используется соотношение между числами Нуссельта и Шервуда в следующем виде

$$Nu/Sh = (Pr/Sc)^{m_p}, \quad (15)$$

где число Шмидта при сублимации нафталина в воздухе равняется  $Sc = 2,28 \dots 2,5$ .

При этом применительно к вращающимся дисковым системам многие авторы пользуются той же величиной показателя степени  $m_p = 0,4$  для всех режимов течения, которая широко используется для течений в каналах, около плоской пластины и т.д.

В работах [5, 28] показано, что использование величины  $m_p = 0,4$  во вращающихся дисковых системах приводит к существенным погрешностям пересчёта. Скорректированные соотношения для пересчёта имеют следующий вид:

- 1) для ламинарного режима  $m_p = 0,53$ ;
- 2) для переходного режима  $m_p = 0,6$ ;
- 3) для турбулентного режима  $m_p = 0,87$ , или, что является более физически обоснованным соотношением,  $Nu/Sh = Pr^{0,64}/Sc^{0,96}$ .

### 1.9. Тепломассообмен при высоких числах Прандтля и Шмидта

Новый подход к моделированию тепломассообмена вращающихся дисков при числах  $Pr$  и  $Sc$ , значительно превышающих единицу, предложен в работах [5, 27]. В этом случае тепловой/диффузионный пограничные слои полностью развиваются в условиях вязкого подслоя динамического пограничного слоя. На основе этого разработан оригинальный интегральный метод, который позволяет оценить соотношение толщин теплового/диффузионного и динамического пограничных слоев, что не позволяют сделать теоретические модели других авторов. Показано, что именно уменьшение этого соотношения при возрастании локальной радиальной координаты приводит к дополнительному возрастанию показателя при числе Рейнольдса в выражении (3) для числа Нуссельта/Шервуда для турбулентного режима, равного  $0,87 \dots 0,9$ , по сравнению со случаем вращения диска в воздухе (где этот показатель равен  $0,8$ ). В результате получены расчётные соотношения для коэффициентов тепло и массоотдачи, хорошо согласующиеся с эмпирическими уравнениями.

### 2. Каналы, вращающиеся вокруг собственной оси

Аксиальные вращающиеся каналы явля-

ются основой многих элементов ГТД. Выполненные исследования позволили уточнить закономерности теплообмена и гидродинамики, а также определить критические числа Рейнольдса.

Обобщение практически всех опубликованных данных позволило более точно определить границы режимов течения во вращающейся трубе (рис. 16) [4, 29]. Линия 1 построена по данным В.К. Щукина. К этой линии достаточно близка линия 2, полученная, как и линии 5 и 6, в более узком диапазоне изменения чисел  $Re$  и  $Re_{\omega}$ . Линии 3 и 4 определяют границы турбулентного режима  $E$  и двух частично «подавленных» режимов  $D_1$  и  $D_2$ . Линия 7 соответствует границе переходного  $B$  и ламинаризованного режима  $C$ . Линия 8 соответствует границе ламинаризованного течения (данные Борисенко А.И. и др., Cannon & Kays). Буквой  $A$  обозначен возмущенный ламинарный режим течения.

На рис. 17 представлены зависимости, полученные различными авторами для гидравлического сопротивления вращающейся трубы при «возмущенном» ламинаризованном течении. Как следует, потери давления увеличиваются с ростом параметра  $N$ , причем особенно интенсивно при  $N > 7$ . При турбулентном течении (рис. 18) вращение оказывает стабилизирующее влияние на поток и ведёт к

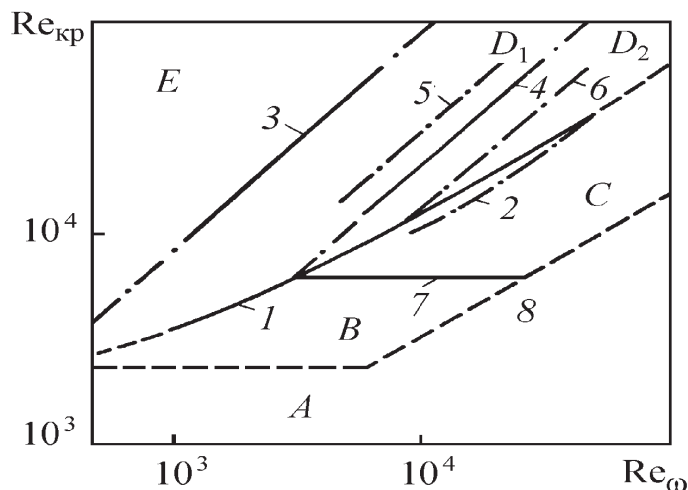


Рис. 16. Области режимов течения в осевой вращающейся трубе.

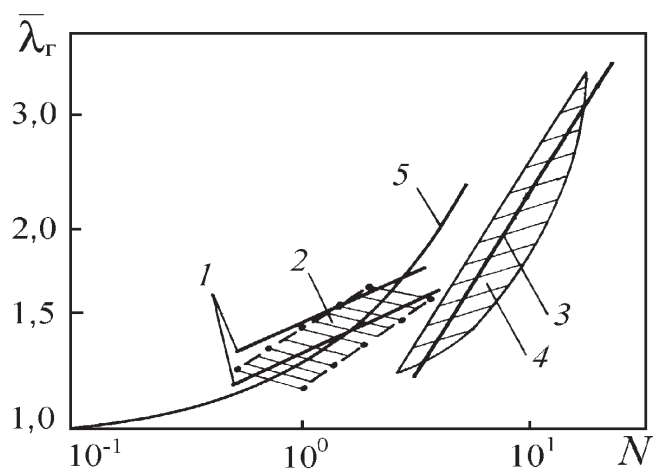


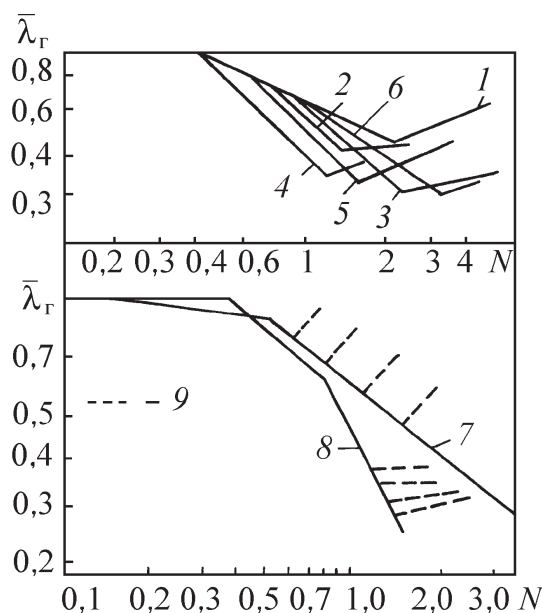
Рис. 17. Гидравлическое сопротивление осевой вращающейся трубы при возмущенном ламинарном течении.  $N = \omega r_w / \nu_{zcp}$  – параметр вращения потока; 1 – Kikiyama и др. (расчет); 2 – Kikiyama и др. (эксперимент); 3 – Kawamura & Michima; 4 – Борисенко и др. (эксперимент); 5 – Алексеев и др.

существенному снижению потерь давления по сравнению с невращающимся каналом. Обобщенные уравнения для расчета гидравлического сопротивления и теплообмена приведены в работах [4, 29].

### 3. Радиальные вращающиеся каналы

В радиально вращающихся каналах на поток воздействуют два поля массовых сил – центробежное и кориолисово. Центробежные силы изменяются по длине трубы, а кориолисовы – по поперечному сечению. Кориолисовы силы пропорциональны угловой скорости вращения, а центробежные – ее квадрату. Следовательно, кориолисовы силы оказывают существенное влияние на теплообмен и гидродинамику только при небольшой частоте вращения канала.

На рис. 19 представлены уточненные границы режимов в радиально вращающемся канале в зависимости от угловой скорости канала при центробежном и центростремительном течении потока, полученные на основе обобщения опубликованных опытных данных. Здесь  $N_{ц} = Re_{\omega} d / \nu_{zcp}$  – комбинированное чис-



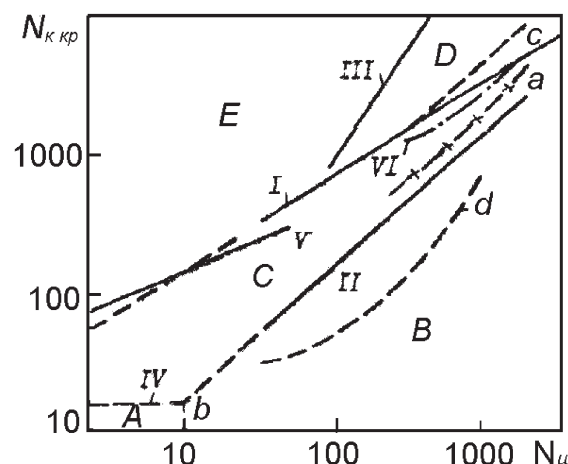
**Рис. 18. Гидравлическое сопротивление осевой вращающейся трубы при турбулентном течении. 1 – 7 – эксперимент (Murakata & Kikayama). 1– 6:  $L/d = 30 - 70$ ; 7:  $L/d > 100$ ; 8 – Щукин ( $L/d > 100$ ); 9 – переход к ламинарному течению ( $L/d > 100$ ).**

ло подобия. Четко выделяются пять режимов течения – *A*, *B*, *C* – ламинарные режимы – «невозмущенный», с существенным влиянием центробежных сил и с макровихрями; *D*, *E* – турбулентные режимы с макровихрями и без них. На рис. 19 линия 1 соответствует верхней границе ламинарного режима *C* (с макровихрями), которая описывается уравнением  $N_{кр.} = 42,3 N_{ц}^{0,62}$ .

Обобщенные уравнения подобия для расчета теплообмена и гидравлического сопротивления в радиально-вращающихся трубах представлены в [4].

#### 4. Каналы, вращающиеся относительно параллельной оси

В практике газотурбостроения различают прямые каналы параллельные оси вращения или наклонные по отношению к ней. В работах [4, 30] подробно рассматриваются прямые, наклонные и криволинейные вращающиеся каналы, там же приведены обобщенные урав-

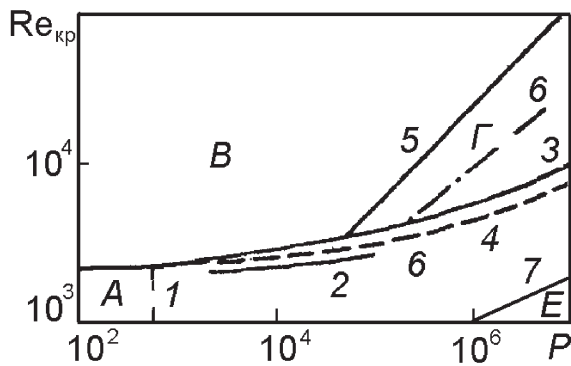


**Рис. 19. Границы режимов течения в радиально вращающемся канале [4].**  
**Центробежное течение:** *A*, *B*, *C* – ламинарные режимы – обычный, с существенным влиянием центробежных сил, с макровихрями; *D*, *E* – турбулентное течение с макровихрями и без них; *I* – верхняя; *II*, *a* – нижняя граница режима; *C*, *b* – граница режимов *A* и *B*; *III*, *c* – граница влияния вращения в целом; *d* – граница данных по режиму *B*; *IV* граница режимов *A* и *C*; *V* – линия  $Re_{кр} = 2300$ .  
**Центростремительное течение:** *VI* – граница возмущенного ламинарного и турбулентного потока.

нения подобия для расчета гидравлического сопротивления и теплообмена.

На рис. 20 представлены уточненные области режимов течения для четырех типов каналов, полученные обобщением опытных данных различных авторов. Здесь влияние массовых сил характеризуется числом подобия  $P = l^3 \Delta F / \rho v^3$ , где  $l$  – характерный размер, кратный расстоянию между точками с максимальным  $F_{max}$  и минимальным  $F_{min}$  значениями массовой силы;  $\Delta F = F_{max} - F_{min}$ .

В параллельном вращающемся канале круглого и прямоугольного сечения (соотношение сторон 2:1) нижней границей ламинарного макровихревого течения является значение  $P = 500...600$  (линия 1). Линия 2 соответствует началу перехода к турбулентному течению,



**Рис. 20. Режимы течения в параллельных вращающихся, неподвижных горизонтальных (обогреваемых, криволинейных (необогреваемых) и радиальных вращающихся каналах.**

**A – ламинарное; Б – ламинарное макровихревое; В – турбулентное;**

**Г – турбулентное макровихревое течение;**

**Е – область, где центробежные и кориолисовы силы соизмеримы;**

**1 – 6 – уравнения различных авторов.**

а линия 6 – границе между турбулентным режимом с макровихрями и без них. На рис. 20 линия 5 – граница турбулентного режима с макровихрями в криволинейном вращающемся канале

Для некоторой области чисел  $Ro$  в работе [30] получено следующее выражение для числа Нуссельта в параллельно вращающемся канале

$$Nu_{cp}/Nu_{0cp} = (1 + 28Ro)^{0.5}, \quad (16)$$

которое является обобщением формулы А.И. Борисенко при  $Ro = 0,14$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дорфман Л.А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. Москва: Физматгиз, 1960. – 260с.

2. Owen J.M., Rogers R.H. Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems. Volume 1: Rotor-Stator-Systems. – Taunton (Somerset, England): Research Studies Press Ltd, 1989. – 278 p.

3. Owen J.M., Rogers R.H. Flow and Heat

Transfer in Rotating-Disc Systems. Volume 2: Rotating Cavities. – Taunton (Somerset, England): Research Studies Press Ltd, 1995. – 295 p.

4. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: В 9 т. – Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996. – Т. 2: Вращающиеся системы. – 289 с.

5. Shevchuk, I.V. Convective Heat and Mass Transfer in Rotating Disk Systems. – Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009. – 239 p.

6. Шевчук И.В., Халатов А.А. Интегральный метод расчета турбулентного пограничного слоя на вращающемся диске: квадратичная аппроксимация тангенса угла закрутки потока // Пром. теплотехника. – 1996. – Т.18, № 4. – С.78-87.

7. Шевчук И.В., Халатов А.А. Интегральный метод расчета теплообмена в турбулентном пограничном слое на вращающемся диске: квадратичная аппроксимация тангенса угла закрутки потока // Пром. теплотехника. – 1997. – Т. 19, № 4-5. – С. 145-150.

8. Шевчук И.В. Турбулентный теплообмен вращающегося диска при постоянной температуре или плотности теплового потока на стенке // Теплофизика высоких температур. – 2000. – Т. 38, № 3. – С. 521-523.

9. Шевчук И.В. Влияние температуры стенки на ламинарный теплообмен вращающегося диска: приближенное аналитическое решение // Теплофизика высоких температур. – 2001. – Т. 39, № 4. – С. 682-685.

10. Халатов А.А., Шевчук И.В. Закон теплообмена около диска, вращающегося в свободном пространстве // Доповіді НАН України. – 2002. – № 8. – С. 84-88.

11. Shevchuk I.V. A New Type of the Boundary Condition Allowing Analytical Solution of the Thermal Boundary Layer Equation // International J. Thermal Sciences. – 2005. – Vol. 44, No 4. – P. 374-381.

12. Indinger T., Shevchuk I.V. Transient laminar conjugate heat transfer of a rotating disk: theory and numerical simulations // International J. Heat and Mass Transfer. – 2004. – Vol. 47, № 14-16. –

P. 3577-3581.

13. *Shevchuk I.V.* Unsteady conjugate laminar heat transfer of a rotating non-uniformly heated disk: application to the transient experimental technique // *International J. Heat and Mass Transfer*. – 2006. – Vol. 49, No 19-20. – P. 3530-3537.

14. *Шевчук И.В.* Нестационарный ламинарный теплообмен вращающегося диска: автомобильное решение // *Теплофизика высоких температур*. – 2004. – Т. 42, № 4. – С. 590-593.

15. *Shevchuk I.V., Buschmann M.H.* Rotating Disk Heat Transfer in a Fluid Swirling as a Forced Vortex // *Heat and Mass Transfer*. – 2005. – 41, No 12. – P. 1112-1121.

16. *Шевчук И.В.* Ламинарный теплообмен вращающегося диска при его перпендикулярном обдуве: приближённое аналитическое решение // *Теплофизика высоких температур*. – 2002. – Т. 40, № 5. – С. 739-747.

17. *Шевчук И.В.* Точное решение задачи теплообмена при однородном обдуве вращающегося диска // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. – 2003. – Т. 46, № 1. – С. 22-32.

18. *Шевчук И.В.* Интегральный метод расчета турбулентного центробежного течения в зазоре между параллельными вращающимися дисками при недокрутке потока // *Пром. теплотехника*. – 1997. – Т. 19, № 6. – С. 18-23.

19. *Шевчук И.В.* Влияние распределения температуры стенки на теплообмен при центробежном течении в зазоре между параллельными вращающимися дисками // *Инженерно-физический журнал*. – 1999. – Т. 72, № 5. – С. 927-930.

20. *Шевчук И.В., Карабай Х., Оуэн Дж.М., Халатов А.А.* Теплообмен при турбулентном центробежном течении между вращающимися дисками при перекрутке потока на входе // *Пром. теплотехника*. – 1998. – Т. 20, № 4. – С. 15-19.

21. *Халатов А.А., Гойхенберг М.М., Менделеева Т.В.* Динамика предварительно закрученного газового потока в междисковом зазоре в случае безлопаточного диффузора // *Пром. теплотехника*. – 1992. – Т. 14, № 4-6. – С. 43-48.

22. *Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В.* Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: В 9 т. – Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 2000. – Т. 4: Инженерное и технологическое оборудование. – 212 с.

23. *Шевчук И.В., Делас Н.И.* Аэродинамика и теплообмен турбулентного потока в ротационном дисковом воздухоочистителе // *Пром. теплотехника*. – 2003. – Т. 25, № 4. – С. 31-35.

24. *Шевчук И.В.* Автомодельное решение уравнений Навье-Стокса и энергии для вращающихся течений между конусом и диском // *Теплофизика высоких температур*. – 2004. – Т. 41, № 1. – С. 105-110.

25. *Шевчук И.В.* Ламинарный теплообмен закрученного потока в коническом диффузоре: автомобильное решение // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. – 2004. – Т. 47, № 1. – С. 47-52.

26. *Shevchuk I.V.* Laminar Heat and Mass Transfer in Rotating Cone-and-Plate Devices // *ASME J. Heat Transfer*. – 2011. – Vol. 133, No 2. – P. 024502-1-024502-3.

27. *Shevchuk I.V.* An Integral Method for Turbulent Heat and Mass Transfer over a Rotating Disk for the Prandtl and Schmidt Numbers Much Larger than Unity // *Heat and Mass Transfer*. – 2009. – Vol. 45, No 10. – P. 1313-1321.

28. *Shevchuk I.V.* A New Evaluation Method for Nusselt Numbers in Naphthalene Sublimation Experiments in Rotating-Disk Systems // *Heat and Mass Transfer*. – 2008. – Vol. 44, No 11. – P. 1409-1415.

29. *Шевчук И.В., Халатов А.А.* Теплообмен и гидродинамика в каналах, вращающихся относительно своей оси (обзор) // *Инженерно-физический журнал*. – 1997. – 70, № 3. – С. 514-528.

30. *Шевчук И.В., Халатов А.А.* Теплообмен и гидродинамика в прямых каналах, вращающихся относительно параллельной или наклонной оси (обзор) // *Теплофизика высоких температур*. – 1996. – 34, № 3. – С. 461-473.

*Получено 03.05.2012 г.*