

145-152.

6. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, В.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
7. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород. – М.: Недра, 1975. – 278 с.
8. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – Т. 1.

Об авторе

Васильев Дмитрий Леонидович, кандидат технических наук, научный сотрудник отдела Проблем разработки месторождений на больших глубинах, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), г. Днепрпетровск, Украина

About the author

Vasilyev Dmitry Leonidovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Researcher in Department of Mineral Mining at Great Depth, N.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

УДК 678.4.06: 621.81

В.И. Дырда, д-р техн. наук, профессор
(ИГТМ НАН Украины),
С.П. Сокол, ст. преподаватель, декан,
Е.В. Калганков, ст. преподаватель,
В.А. Колбасин, канд. техн. наук, доцент,
А.В. Толстенко, канд. техн. наук, доцент
(ДГАУ)

РАСЧЁТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ УПРУГО-НАСЛЕДСТВЕННЫХ СРЕД ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Аннотация. Рассматривается расчёт долговечности упруго-наследственных сред с использованием наиболее важных критериев разрушения.

Ключевые слова: диссипация, энтропия, долговечность, повреждённость, критерий разрушения

V.I. Dyrda, D. Sc. (Tech.), Professor
(IGTM NASU),
S.P. Sokol, Senior Teacher, Dean,
Ye.V. Kalgankov, Senior Teacher,
V.A. Kolbasin, Ph. D. (Tech.), Associate Professor,
A.V. Tolstenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor
(DSAU)

CALCULATION OF DURABILITY OF ELASTIC-HEREDITARY ENVIRONMENT AT A LONG CYCLIC LOADING

Abstract. Calculation of durability of elastic-hereditary environment is observed using the most important criteria of destruction.

Keywords: dissipation, entropy, durability, damage, fracture criterion

К упруго-наследственным средам [1], т.е. к таким средам, для расчёта которых классическая теория упругости не всегда приемлема вследствие наличия в них значительной части вязкой составляющей, памяти о предыдущих воздействиях и нестабильности механических свойств во времени (эффекты старения), относятся многие конструкционные материалы и, прежде всего, эластомеры (резины, полиуретаны). Принцип Больцмана – Вольтерра в определённой степени позволяет преодолеть эти разногласия, о чем свидетельствует создание теории вязкоупру-

гости, уже получившей широкое признание. Эта же теория легла и в основу механики разрушения упруго-наследственных сред со всеми специфическими особенностями, присущими этим средам, и, прежде всего, наличием большой диссипации, старения и значительной зависимости физико-механических свойств от режима нагружения, влияния внешней среды, температуры диссипативного разогрева и т.д. Такие особенности механики деформирования и разрушения упруго-наследственных сред предопределили и выбор их критериев разрушения. Обычные критерии разрушения (прежде всего допускаемые напряжения $[\sigma]$ и допускаемые деформации $[\varepsilon]$) оказались приемлемыми для частных случаев и в основном при статических нагружениях. При длительных циклических нагрузках они фактически оказались непригодными.

Рассмотрим расчёт долговечности упруго-наследственных сред с использованием обобщённых критериев разрушения.

Расчёт долговечности на основе энтропийного критерия. Полагаем, что разрушение наступает при достижении приращением плотности энтропии некоторого критического значения, которое является постоянной материала:

$$S(t^*) - S(0) = \int_0^{t^*} \dot{S}(t) dt = \Delta S^*, \quad (1)$$

где $S(t^*)$ и $S(0)$ – плотность энтропии в момент разрушения и в начальный момент времени;

ΔS^* – критическое значение приращения плотности энтропии.

Конкретное выражение скорости $\dot{S}(t)$ изменения плотности энтропии через параметры, характеризующие процесс разрушения, получим на основе законов термодинамики. Полагаем, что набор параметров $\{\varepsilon_{ij}^e, T, G\}$, является достаточным для полного описания процесса разрушения резины. Тогда, используя первый закон термодинамики в виде

$$\dot{u} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \chi,$$

где u – внутренняя энергия системы;

χ – энергия немеханического воздействия,

и представляя компоненты тензора деформаций в виде суммы $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$, тензоров обратимых (упругих) ε_{ij}^e и необратимых (вязких) ε_{ij}^p деформаций, определение плотности свободной энергии

$$f = U - TS, \quad (2)$$

а также условие, что f является функцией состояния системы, т.е. $f = f(\varepsilon_{ij}^e, T, G)$, можно получить следующее выражение для $\dot{S}(t)$:

$$\dot{S}(t) = \frac{1}{T} \left[\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \left(s + \frac{\partial f}{\partial T} \right) \dot{T} + \left(\sigma_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{\partial f}{\partial G} \dot{G} + \dot{\chi} - \dot{q} \right].$$

Учитывая равенства, рассмотренные в работе [2]: $S = -\partial f / \partial T$; $\sigma_{ij} = \partial f / \partial \varepsilon_{ij}^e$ и подставляя полученное соотношение в (1), приходим к окончательному выражению условия разрушения:

$$\Delta S^* = \int_0^{t^*} \frac{1}{T} \left(\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\chi} - \frac{\partial f}{\partial G} \dot{G} - \dot{q} \right) dt. \quad (3)$$

Указанная система уравнений вместе с заданными граничными и начальными условиями позволяет рассчитать время до разрушения резиновой конструкции в произвольной точке.

Реализацию приведенной схемы расчёта времени до локального разрушения системы осуществим на примере конкретной резиновой конструкции – призматического резинометаллического элемента сдвига типа БРМ102 из резины 51-1562. Образцы предварительно облучались до интегральной дозы $D = 3 \cdot 10^5$ Гр и впоследствии разрушались при $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$.

Полагаем, что нагружение происходит в области малых деформаций, интенсивность облучения постоянна во времени, температурное поле быстро устанавливается и в дальнейшем остаётся также стационарным. В рассматриваемом случае (3) принимает вид

$$T\Delta S^* = \int_0^{t^*} \left(\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\chi} - \frac{\partial f}{\partial G} \dot{G} - \dot{q} \right) dt.$$

С учётом того факта, что работа напряжений на упругих (обратимых) деформациях равна нулю при замкнутом пути деформирования, т.е.

$$\int_0^{t^*} \sigma \dot{\varepsilon}_{ij}^e = 0,$$

это условие преобразуется в выражение

$$T\Delta S^* = \int_0^{t^*} \left(\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \dot{\chi} - \frac{\partial f}{\partial G} \dot{G} - \dot{q} \right) dt. \quad (4)$$

Пренебрегая изменением реологических характеристик резины за время одного цикла деформирования, определяем первый интеграл в виде

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega} N^*} \sigma \dot{\varepsilon} dt = \frac{G_0 \varepsilon_0^2}{2} \sum_{N=1}^{N^*} \psi(N). \quad (5)$$

Второй интеграл в (4) будет равен

$$\int_0^{t^*} \dot{\chi} dt = a \rho \int_0^{t^*} I(x, t) dt, \quad (6)$$

где a – поглощённая доза на единичный поток излучения (табличная величина); ρ – плотность резины.

Для вычисления третьего интеграла в (4) конкретизируем функцию плотности свободной энергии следующим образом [2]: $f = \frac{1}{2} G \varepsilon^2 + (T - T_0) A \varepsilon + f_p(\varepsilon_{ij}^p, T)$. С учётом этого

$$\int_0^{t^*} \frac{\partial f}{\partial G} \dot{G} dt = \frac{1}{2} \int_0^{t^*} \varepsilon^2 \dot{G} dt.$$

В предположении стационарности теплового потока \dot{q} четвёртый интеграл представляется в виде

$$\dot{q} = \frac{2\lambda_p \theta(x, y, z) \left[\frac{Hbh}{2+H\ell} + \frac{H\ell h}{2+Hb} + \frac{H_1\ell b}{2+H_1h} \right]}{\ell b h \left[1 - \frac{Hx^2}{\ell(2+H\ell)} - \frac{Hy^2}{b(2+Hb)} - \frac{H_1\ell b}{h(2+H_1h)} \right]},$$

где ℓ, b, h – размеры элемента;

H и H_1 – коэффициенты теплообмена резина – воздух и резина – металл соответственно;

λ_p – коэффициент теплопроводности резины.

Объединяя формулы (5) и (6), получаем окончательное выражение для (4) в виде

$$T\Delta S^* = \frac{G_0 \varepsilon_0^2}{2} \sum_{N=1}^{N^*} \psi(N) - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega} N^*} \varepsilon^2 G dt + \frac{2\pi}{\omega} a \rho J N^* - \frac{2\pi}{\omega} \dot{q} N^*, \quad (7)$$

которое позволяет определить при известных функциях $\psi(N)$, $G(N)$, а также установившейся температуре T предельное количество циклов N^* или время

$t^* = \frac{2\pi}{\omega} N^*$ до разрушения произвольной точки резинового массива конструкции.

Функции $\psi(N)$ и $G(N)$ принимались в виде

$$\psi(N) = \psi_0 - \mu_N N; \quad G(N) = G_1 - \nu_N N;$$

где ψ_0, G_1 – коэффициенты диссипации и модуль сдвига в момент $t = 0$;

$$\mu_N = 0,30 \cdot 10^{-10};$$

$$\nu_N = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ Па}.$$

Постоянная ΔS^* определялась на основе стандартных опытов по одноосному циклическому (с постоянной частотой и амплитудой) растяжению резиновых лопаток, поскольку время до локального разрушения таких образцов практически совпадает со временем разделения их на части, что позволяет легко фиксировать момент времени t^* .

Задавая численные значения входящих в уравнение (7) величин ($\varepsilon_0 = 0,21$; $\omega = 10,8$ Гц; $\theta = 27$ К; $\lambda_p = 0,15$ Вт/(м·К); $\psi_0 = 0,15$; $G_0 = 0,82$ МПа; $H = 40$ м⁻¹; $H_1 = 5240$ м⁻¹; $\Delta S^* = 2,45 \cdot 10^9$ Н/(м²·К); $D = 3 \cdot 10^5$ Гр; $\rho = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³; $\ell = 0,1$ м; $b = 0,05$ м; $h = 0,025$ м), получаем $t^* = 19300$ ч.

Экспериментально наблюдаемый интервал времени до появления первой видимой трещины в рассматриваемых конструкциях составляет $(20-25) \cdot 10^3$ ч. Как видно, соответствие расчётного и экспериментального значений долговечности конструкции вполне удовлетворительное.

Расчёт долговечности на основе критерия разрушения по величине развивающейся в материале повреждённости. Сформулируем критерий следующим образом: условием локального разрушения является достижение величиной развивающейся повреждённости в некотором характерном объёме критического уровня $p_{кр}$, т.е. $\Delta p(t) = p_{кр}$. Если начальное состояние фиксировано, условием разрушения системы будет достижение приращением повреждённости Δp критического уровня $\Delta p_{кр}$, т.е.

$$\Delta p(t) = p(t) - p(0) = \Delta p_{кр}, \quad (8)$$

где $\Delta p_{кр} = p_{кр} - p(0)$; $p(0)$ – повреждённость в исходном состоянии.

В принципе, параметр поврежденности должен характеризовать дефектность материала и изменение его физико-механических характеристик в процессе разрушения и может быть введен так же, как и кинетическое уравнение для него, либо чисто эвристически, либо на основе анализа конкретных механизмов разрушения. В работе [3] на основе термодинамического анализа процесса разрушения получено следующее выражение для скорости развития поврежденности полимеров, моделируемой включениями:

$$\dot{\rho} = \lambda_0 \left[A + \frac{1}{\lambda_0} (a_0 \dot{T} + a_1 T_1 + a_2 S_p \sigma_{ij} + a_3 \sigma') \right].$$

Здесь S_p – след тензора напряжений σ_{ij} ; σ' – главное нормальное (растягивающее) напряжение; коэффициенты A , λ_0 , a_0 , a_1 , a_2 , a_3 зависят от числа элементарных реакций и вклада этих реакций в процесс разрушения.

Использовать эту формулу для практических расчетов на сегодняшний день не представляется возможным, и, прежде всего, из-за отсутствия достаточной экспериментальной информации. К тому же при её получении была сделана предположка, обуславливающая линейную связь между термодинамическими силами и потоками, т.е., между скоростью развивающейся поврежденности, температурой, напряжениями и т.д. Между тем результаты многочисленных экспериментов для резин [4] свидетельствуют о том, что такая линейная зависимость может существовать только на некотором весьма незначительном промежутке изменения температуры и напряжений.

Отмечая эти недостатки и используя закон Аррениуса в виде

$$\dot{\rho} = ck_0 \exp(-U_0/kT),$$

где k_0 – константа действия;

c – постоянная, зависящая от концентрации повреждений в материале, авторы переходят к формуле

$$\dot{\rho} = ck_0 \exp \left[-\frac{1}{kT} \left(U_0 - N^{(0)}T - N^{(1)} \frac{\partial T}{\partial I_1} - N^{(2)} \sigma_{ij} \right) \right],$$

где $N^{(0)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$ – тензоры нулевой, первой и второй валентностей соответственно.

Следует подчеркнуть, что переход к этой формуле в работе [3] не обоснован.

Тем не менее, описанный алгоритм с отмеченными допущениями при наличии достаточной экспериментальной информации может быть использован для расчета долговечности натуральных резиновых деталей [5]. Применимость его для элемента сдвига подробно рассмотрена в [4, 6]. В случае стационарной температуры выражение для определения времени до локального разрушения элементов типа БРМ принимает вид

$$t^* = \frac{\rho_{кр} \exp(U_0/kT)}{ck_0 J_0 \operatorname{ch} \left(\frac{\gamma \tau}{kT} \right)}; \quad \rho_{кр} = 1 - \sqrt{\frac{0,4}{\gamma_{эф} G}} \tau, \tag{9}$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$\gamma_{эф}$ – эффективная удельная энергия образования повреждений;

$\rho_{кр}$ – удельная энергия образования повреждений;

τ – главное растягивающее напряжение.

При этом значения параметров c , k_0 , γ , $\gamma_{эф}$ можно получить либо при обработке данных по долговечности образцов (т.е. пересчётом по приведенным выше формулам), либо заимствовать из литературы по линейным полимерам (для резин такие данные отсутствуют). Естественно, что вычисленное таким образом значение критической поврежденности является до некоторой степени условным и вряд ли может быть использовано для широкого круга задач.

Формула (9) в количественном и качественном смысле удовлетворительно описывает долговечность эластомерных конструкций при высоких температурах (т.е. в критической области, когда $\theta \geq \theta_{кр}$) и, кроме того, позволяет установить связь между поврежденностью и температурой. Вместе с тем формула (9) неудовлетворительно описывает долговечность при умеренных температурах и больших временах наработки. Связано это с тем, что входящие в формулу величины $\rho_{кр}$, γ , $\gamma_{эф}$, ck_0 не определяются из независимых экспериментальных исследований. В связи с этим наиболее приемлемо определение параметров поврежденности прямыми экспериментальными способами, один из которых подробно рассмотрен в [1]. Там же приведено уравнение [1, (2.17)] для определения долговечности резиновых образцов.

Рассмотрим применимость этого уравнения для определения времени до разрушения модельных образцов в виде тонких пластинок и натуральных элементов сдвига типа БРМ.

Расчёт долговечности резиновых пластинок при циклическом растяжении.

Пусть резиновые образцы нагружаются по схеме, показанной на рис. 1. Один конец образца зажат, к другому приложена нагрузка по закону $a(t) = a_0 \sin \omega t$, напряжённое состояние рассматривается как плоское. Используя разработанный в [68] алгоритм расчёта напряжённого состояния, определяем поле напряжений в рассматриваемом образце. Граничные условия уравнения (7) Ляме

$$\Delta \bar{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \bar{u} = 0,$$

где \bar{u} – вектор перемещений;

ν – коэффициент Пуассона;

примем в виде

$$U_x = 0; U_y = \pm La(t) \quad (y = \pm y_0);$$

$$\sigma_x = 0; \sigma_{xy} = 0 \quad (x = \pm 1);$$

$$y_0 = H/L,$$

где U_x, U_y – компоненты вектора перемещений;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ – компоненты тензора напряжений;

H, L – геометрические размеры пластинки

(см. рис. 1).

В этом случае расчётные формулы для компонентов вектора перемещений и тензора напряжений принимали вид

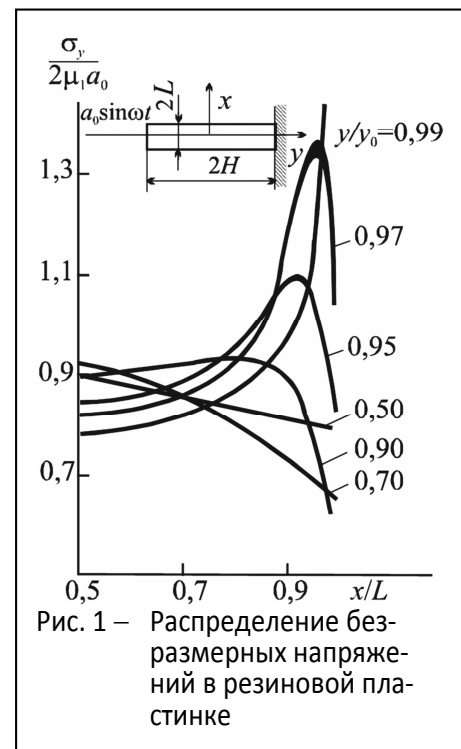


Рис. 1 – Распределение безразмерных напряжений в резиновой пластинке

$$\begin{aligned} \frac{U_x}{L} &= -\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[\left(\operatorname{cth} k_n + \frac{2-2\nu}{k_n} \right) \frac{\operatorname{sh} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} - x \frac{\operatorname{ch} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos k_n y + \\ &+ \frac{y_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left(y \frac{\operatorname{sh} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} - y_0 \operatorname{th} \lambda_j y_0 \frac{\operatorname{ch} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} \right) \sin \lambda_j x; \\ \frac{U_y}{L} &= 2(1-2\nu)\gamma'_0 - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[x \frac{\operatorname{sh} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} - \left(\operatorname{cth} k_n - \frac{1-2\nu}{k_n} \right) \frac{\operatorname{ch} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} \right] \times \\ &\times \sin k_n y + \frac{y_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\left(y_0 \operatorname{th} \lambda_j y_0 + \frac{3-4\nu}{\lambda_j} \right) \frac{\operatorname{sh} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} - y \frac{\operatorname{ch} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} \right] \cos \lambda_j x; \\ \sigma_x &= 2\nu\gamma'_0 - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[(k_n \operatorname{cth} k_n + 1) \frac{\operatorname{ch} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} - x k_n \frac{\operatorname{sh} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos k_n y + \\ &+ \frac{y_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\lambda_j y \frac{\operatorname{sh} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} - (\lambda_j y_0 \operatorname{th} \lambda_j y_0 - 2\nu) \frac{\operatorname{ch} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} \right] \cos \lambda_j x; \\ \sigma_y &= 2(1-\nu)\gamma'_0 - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[k_n x \frac{\operatorname{sh} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} - (k_n \operatorname{cth} k_n - 1) \frac{\operatorname{ch} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} \right] \cos k_n y + \\ &+ \frac{y_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[(\lambda_j y_0 \operatorname{th} \lambda_j y_0 + 2 - 2\nu) \frac{\operatorname{ch} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} - y \lambda_j \frac{\operatorname{ch} \lambda_j x}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} \right] \cos \lambda_j x; \\ \sigma_{xy} &= -\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left[k_n x \frac{\operatorname{ch} k_n x}{\operatorname{sh} k_n} - k_n \operatorname{cth} k_n \frac{\operatorname{sh} k_n}{\operatorname{sh} k_n} \right] \sin k_n y + \\ &+ \frac{y_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j y_j \left[\lambda_j y \frac{\operatorname{ch} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} - (\lambda_j y_0 \operatorname{th} \lambda_j y_0 + 1 - 2\nu) \frac{\operatorname{sh} \lambda_j y}{\operatorname{ch} \lambda_j y_0} \right] \sin \lambda_j x; \\ k_n &= \frac{(2n-1)\pi}{2y_0}; \quad \lambda_j = \pi_j. \end{aligned}$$

Кoeffициенты x_n , y_j , γ'_0 определялись из бесконечной системы алгебраических уравнений по методике, изложенной в работах [7]. Полученные таким образом значения напряжений σ_y (главные нормальные напряжения совпадают с σ_y , поэтому в дальнейшем будем использовать только σ_y) для различных значений безразмерной длины плёнки y/y_0 показаны на рис. 1. Напряжения приведены в безразмерном виде; при этом $a_0 = A/L$, где A – амплитуда деформации плёнки; μ_1 – упругая составляющая комплексного модуля сдвига резины. Видно, что в средней части пластинки нормальные напряжения изменяются незначительно. Существенное изменение напряжений начинается в области $x > (0,80 \div 0,85)$ и $y/y_0 > 0,9$ (так называемый краевой эффект). Экспериментально установлено, что пластинки разрушаются преимущественно в области, координируемой $y = (0,70 \div 0,85)$. Как показали исследования, именно в этой области наблюдается наибольшее искривление сечений образца. Аналитические расчёты подтверждают этот факт.

На рис. 2 представлены кривые изменения безразмерного перемещения $U_y(x, y)$ для различных значений y/y_0 . Как видно, плоскими остаются лишь поверхности $y=0, \pm y_0$. Максимальному искривлению подвергаются сечения, координируемые $y/y_0 = (0,70 \div 0,85)$. Так, при $y/y_0 = 0,84$ отклонение составляет

$$[(U_{y \setminus x/L=0} - U_{y \setminus x/L=1}) / U_{y \setminus x/L=0}] = 0,13.$$

Здесь, очевидно, и следует искать объяснения тому факту, что исследуемые образцы разрушаются в области $y/y_0 = (0,70 \div 0,85)$. В дальнейшем при расчёте долговечности пластинок рассматривались именно эти области; для них же вычислялись и значения нормальных напряжений.

В качестве примера определим долговечность образца в виде пластинки с длиной рабочей части 0,05 м, шириной 0,02 м и толщиной 50 мкм, циклически деформируемой при амплитуде 0,01 м, частоте 9,2 Гц и отсутствии предварительного растяжения.

Расчётное напряжение $\sigma = 1,6 \cdot 10^6$ Па; температура диссипативного разогрева $T = 296$ К (комнатная температура 293 К); $\gamma = 21,5$ Дж·м²·К/(кмоль·Н); $\Delta p_{кр} = 5,6$; $\Delta p_{\infty} = 7,05$;

$$\ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}} = 1,58; \quad \tau_0 = 10^{-13} \text{ с};$$

$k = 8,32 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К); $U_0 = 133,9 \cdot 10^6$ Дж/кмоль. В этом случае [1]

$$t^* = \tau_0 \ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}} \exp \left[\frac{U_0 - \gamma(\sigma, T)\sigma}{kT} \right] = 10^{-3} \cdot 1,58 \exp \left(\frac{133,9 \cdot 10^6 - 21,5 \cdot 1,6 \cdot 10^6}{8,32 \cdot 10^3 \cdot 296} \right) = 5,3 \cdot 10^4 \text{ с.} \tag{10}$$

Экспериментально для партии образцов получено время до разрушения $(5-7) \cdot 10^4$ с. Как видно, совпадение вполне удовлетворительное.

Расчитанное аналогичным способом время до разрушения образцов при различных значениях напряжений и температур представлено на рис. 3 и, как следует из графиков, удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными.

Расчёт долговечности элементов сдвига. Как показали исследования, уравнение (10) вполне пригодно и для определения времени до разрушения реальных резиновых элементов при их циклическом нагружении. При этом параметры U_0 и τ_0 остаются постоянными: $U_0 = 133,9 \cdot 10^6$ Дж/кмоль; $\tau_0 = 10^{-13}$ с; напряжение σ для любой точки образца рассчитывается по приведенной выше методике, а темпера-

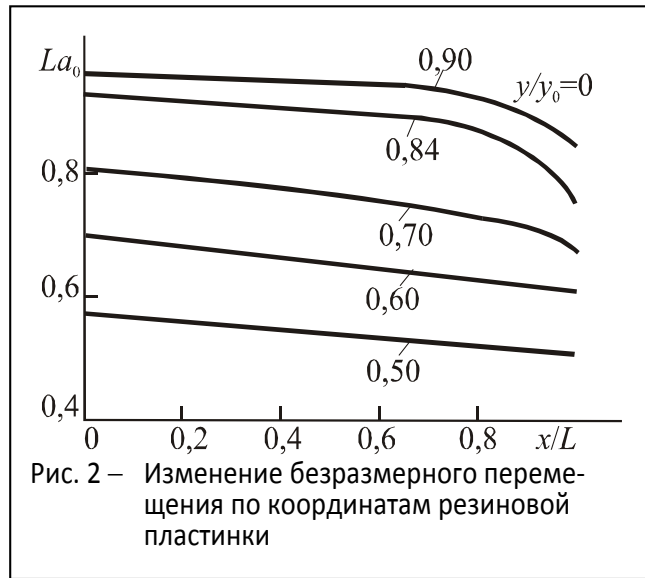


Рис. 2 – Изменение безразмерного перемещения по координатам резиновой пластинки



Рис. 3 – Зависимость $T \sim \lg t^*$ для различных напряжений: сплошная линия – расчет; интервал – эксперимент

тура диссипативного розогрева определяется экспериментально или вычисляется по приведенным выше уравнениям. Критическое значение поврежденности резины принимается таким же, как и для модельных образцов, т.е. $\Delta p_{кр} = 5,6$, а значение

$\ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}}$ можно принимать таким, как для модельных образцов при минимально испытанном напряжении с поправкой на температуру нагрева рассматриваемого образца. В дальнейшем при расчетах натуральных изделий величина $\ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}}$ принималась равной 3,5 для образцов с температурой диссипативного разогрева до 323 К и 4,5 – с температурой свыше 323 К. Рассмотрим два примера.

Пример 1. Определим время до локального разрушения резинового элемента типа БРМ 102 из резины 51-1562 при следующих параметрах нагружения и значениях физико-механических величин: температура в центре резинового массива ($x = y = z = 0$) для партии изделий $T = 323-329$ К; $\gamma_0 = 0,21$; $\sigma = 0,15$ МПа; γ в зависимости от температуры составляет 29,60-30,93. Время до разрушения определяем из формулы (10)

$$t^* = \tau_0 \ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}} \exp \left[\frac{U_0 - \gamma(\sigma, T)\sigma}{kT} \right] =$$

$$= 10^{-13} \cdot 3,5 \exp \left(\frac{133,9 \cdot 10^6 - 29,6 \cdot 1,6 \cdot 10^6}{8,32 \cdot 10^3 \cdot 323} \right) = 1,12 \cdot 10^8 \text{ с.}$$

Если принять $T = 329$ К; $\gamma = 30,93$; $\ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}} = 4,5$, то время до разрушения $t^* = 1,33 \cdot 10^8$ с. Экспериментально для партии БРМ102 нижний предел наработки до появления магистральной трещины составляет $(1,01-1,08) \cdot 10^8$ с. Как видно, совпадение удовлетворительное.

Пример 2. Определим время для локального разрушения БРМ102 из резины 51-1562 при следующих параметрах: $\sigma = 0,215$ МПа; $\gamma_0 = 0,3$; $\ln \frac{\Delta p_{\infty}}{\Delta p_{\infty} - \Delta p_{кр}} = 4,5$; температура в центре ($x = y = z = 0$) $T = 329$ К; $\gamma = 26,6$. В этом случае

$$t^* = 10^{-13} \cdot 4,5 \exp \left(\frac{133,9 \cdot 10^6 - 26,6 \cdot 0,215 \cdot 10^6}{8,32 \cdot 10^3 \cdot 340} \right) = 3,5 \cdot 10^7 \text{ с.}$$

Экспериментально для партии БРМ102 при указанном режиме нагружения нижний предел наработки до появления магистральной трещины составляет $(3,4-3,7) \cdot 10^7$ с.

В рассмотренных примерах приведен расчет времени до разрушения для центральной области элементов сдвига ($x = y = z = 0$). В принципе формула (10) позволяет определять долговечность для любой области, если для неё известны значения входящих параметров. Однако на сегодняшний день имеющиеся экспериментальные методы не позволяют определять микроструктурные характеристики резины в массивных образцах (к тому же и по координатам), поэтому для практических расчетов можно использовать предложенный метод, полагая, что разрушению в центральной области соответствует появление на поверхности резины магистральной усталостной трещины. Следует также подчеркнуть, что рассматри-

ваемый критерий имеет определённые ограничения, и прежде всего в связи с отсутствием достаточно полной экспериментальной информации о кинетике повреждённости резин и их микроструктурных характеристиках (так, например, не выяснен достаточно подробно закон изменения Δp_∞ от режима нагружения и т.д.) в широком диапазоне изменений напряжений, температур, внешней среды и т.д. К тому же используемый для этой цели метод ИК-спектроскопии, как, впрочем, и другие методы, не получил должного развития, и исследования в этой области находятся в начальной стадии. С развитием прямых физических методов будут развиваться и совершенствоваться методы расчёта резиновых изделий.

Вместе с тем критерий разрушения резины по развивающейся повреждённости является довольно эффективным и перспективным. Он наиболее полно отражает физическую сущность механизма разрушения, так как включает в себя как макро- (σ, T), так и микроструктурные ($\Delta p_\infty, \Delta p_{кр}$) характеристики материала.

Расчёт долговечности на основе обобщённого критерия разрушения диссипативного типа. Расчёт долговечности эластомерных конструкций рассматривался наиболее подробно с использованием двух критериев: энергетического ψ - критерия диссипативного типа и критерия по повреждённости.

Энергетический критерий, основанный на строгих термодинамических концепциях, имел тот недостаток, что энергия разрушения ΔU вводилась как континуальная величина и не отражала в прямом смысле особенности микроструктуры резины, а значит, и не учитывала особенности процесса её микроразрушения. Критерий по повреждённости, как отмечалось, не всегда можно эффективно использовать для расчёта эластомерных конструкций из-за отсутствия достаточно ясного аналитического аппарата, связывающего микроповреждённость резины с такими её макрохарактеристиками, как модуль сдвига, коэффициент поглощения энергии и т.д.

В рамках термодинамического подхода к описанию разрушения резины возможно построение такого критерия, который соединял бы достоинства названных критериев и вместе с тем связывал бы в единое целое макро- и микрохарактеристики резины. Выберем в качестве полного набора термодинамических параметров следующий: $\{\varepsilon_{ij}, T, p(t)\}$, где ε_{ij} – тензор деформации, $i, j = 1, 2, 3$; $p(t)$ – функция повреждённости материала.

В термодинамике сплошных сред наряду с внутренней энергией U , энтропией S удобно пользоваться другими функциями состояния системы. Введём функцию плотности свободной энергии в виде [3]

$$f \equiv U - TS \quad (11)$$

и функцию внутренней диссипации, определяемую выражением

$$d = \sigma_i / \varepsilon_{ij} - f - ST. \quad (12)$$

Тогда, используя локальную форму первого закона термодинамики для рассматриваемого случая $\dot{U} = \sigma_{ij} / \varepsilon_{ij} + r - \nabla \vec{q}$, где r – мощность внутренних источников теплоты, \vec{q} – вектор теплового потока, а также определения (11) и (12), можно получить соотношение, представляющее собой уравнение сохранения энергии в терминах энтропии и внутренней диссипации

$$T\dot{S} = d + r - \nabla \vec{q}. \quad (13)$$

С другой стороны, поскольку $S = S(\varepsilon_{ij}, T, p)$, справедливо соотношение

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{ij}} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{\partial S}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial S}{\partial p} \dot{p}. \quad (14)$$

Объединяя его затем с (13), приходим к равенству

$$\frac{1}{T}(d + r - \nabla \bar{q}) = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij} + \frac{\partial S}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial S}{\partial p} \dot{p}, \quad (15)$$

в котором положим справедливыми аппроксимации $dS/dp = \alpha_0$, $dS/d\varepsilon_{ij} = \beta_{ij}$, где α_0 и β_{ij} – некоторые постоянные.

Рассмотрим весьма распространённый на практике случай изотермического процесса разрушения. В этом случае количество теплоты, производимое внутренними источниками, полностью расходуется в окружающую среду и температура тела остаётся стационарной. Соотношение (15) для изотермического процесса упрощается и примет вид $d/T = \alpha_0 p + \beta_{ij} \varepsilon_{ij}$. Усредняя его за цикл деформирования, получаем

$$\alpha_0 \langle \dot{p} \rangle = \frac{1}{T} \langle d \rangle, \quad (16)$$

где

$$\langle \dot{p} \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} p dt; \quad \langle d \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} d dt; \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} \dot{\varepsilon}_{ij} dt = 0 \quad (17)$$

при деформировании по закону $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 \sin \omega t$.

Соотношение (16) представляет собой кинетическое уравнение для параметра повреждённости, которое можно использовать при построении критерия разрушения.

Принимаем, что разрушение системы происходит при достижении концентрации разорванных молекулярных связей резины некоторого критического уровня Δp^* , численное значение которого является постоянной материала

$$p(t) - p(0) = \int_0^{t^*} \langle p \rangle dt = \Delta p^* = \text{const}. \quad (18)$$

Тогда, подставляя (17) в (18), получаем следующее условие разрушения:

$$\Delta p^* = \int_0^{t^*} \frac{1}{\alpha_0 T} \langle d \rangle dt. \quad (19)$$

Конкретизируем, исходя из определения (12), функцию внутренней диссипации следующим образом: $d = \frac{1}{\eta} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$, где η – некоторая постоянная.

С учётом этого условие разрушения (19) запишется в виде

$$\Delta p^* = \int_0^{t^*} \frac{1}{\alpha_0 T} \left[\frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} \frac{1}{\eta} \frac{d}{dt} (\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}) dt \right] dt.$$

Или после выполнения операций интегрирования окончательно получаем

$$\Delta p^* = \frac{1}{k_1 T} \frac{G_0 \varepsilon_0^2 \psi}{2} N^*, \quad (20)$$

где введена новая критическая постоянная, являющаяся характеристикой резины как материала и не зависящая от типа конструкции элемента и вида деформации $k_1 = \alpha_0 \eta$. Отсюда предельное количество циклов до разрушения

$$N^* = \frac{2k_1 T \Delta p^*}{G_0 \varepsilon_0^2 \psi} \quad (21)$$

Рассмотрим пример. Определим долговечность элемента ВР103 из резины типа 51-1562 при следующих параметрах: температура в центральной области резинового массива $T = 310$ К; мгновенный модуль сдвига $G_0 = 1,0 \cdot 10^6$ Па; $\psi = 0,6$; $\varepsilon_0 = 0,02$; $k_1 = 2,7 \cdot 10^{-15}$ Дж/К; $\Delta p^* = 3,65 \cdot 10^{25}$ м⁻³. В этом случае

$$N^* = \frac{2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-15} \cdot 310 \cdot 3,65 \cdot 10^{25}}{1,0 \cdot 10^6 \cdot 0,02^2 \cdot 0,6} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ циклов.}$$

Экспериментально для партии элементов ВР103, работающих при амплитуде продольного сжатия $A = 3$ мм и частоте $\omega = 25$ Гц, нижний предел долговечности составил $2,3 \cdot 10^9$ циклов. Как видно, совпадение вполне удовлетворительное.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булат, А.Ф. Прикладная механика упругонаследственных сред: В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров. – К.: Наук. думка, 2011. – 568 с.
2. Вакуленко, А.А. О связях между напряжениями и деформациями в неупругих средах / А.А. Вакуленко // Исслед. по упругости и пластичности. – 1961. – № 1. – С. 3-35.
3. Ультан, В.Е. К вопросу о разрушении пространственно-структурированных полимеров / В.Е. Ультан, В.М. Чебанов, А.И. Чудновский // Механика полимеров. – 1972. – № 4. – С. 612-620.
4. Потураев, В.Н. Прикладная механика резины / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, И.И. Круш. – К.: Наук. думка, 1980. – 260 с.
5. Потураев, В.Н. Резина в горном деле / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.П. Надутый. – М.: Недра, 1974. – 152 с.
6. Poturaev, V.N. Fracture mechanics of viscoelastic systems / V.N. Poturaev, V.I. Dyrda // Proceedings of the fourth international conference on fracture, 19-20 June 1977. – Waterloo: University of Waterloo Press. – 1977. – N 3. – P. 463-466.
7. Потураев, В.Н. Исследование вибрационного разогрева прямоугольной вязкоупругой призмы при циклическом нагружении / В.Н. Потураев, В.Г. Карнаухов, В.И. Дырда [и др.] // Прикл. механика. – 1976. – 12, № 11. – С. 57-64.

Об авторах

Дырда Виталий Илларионович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, vita.igtm@mail.ru

Сокол Сергей Петрович, инженер, старший преподаватель, декан факультета, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина, sp.sokol@mail.ru

Калганков Евгений Васильевич, инженер, старший викладач кафедри «Надійність та ремонт машин», Дніпропетровський державний аграрний університет (ДДАУ), Дніпропетровськ, Україна

Колбасин Евгений Васильевич, кандидат технических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

Толстенко Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

About the authors

Dyrda Vitaly Illarionovich, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Head of Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, vita.igtm@mail.ru

Sokol Sergey Petrovich, Engineer, Senior Teacher, Dean of the Faculty, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Kalgankov Yevgeniy Vasilievich, Engineer, Senior Teacher of Department «Reliability and repair of machinery», Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Kolbasin Alexandr Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

Tolstenko Alexandr Vasilievich, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

УДК [622.003.5.622.807.2] (0433)

А.А. Потапенко, аспирант
(ИГТМ НАН Украины)

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ ПО ДЛИНЕ ТРУБЫ-ИМИТАТОРА СКВАЖИНЫ

Аннотация. Проведенные исследования в имитаторе скважины устройства кавитационных колебаний жидкости с критическим диаметром 2,5 мм свидетельствует о линейном изменении частоты импульсов в диапазоне от 1200 до 7000 Гц от давления подпора от 2 до 12 МПа при давлении нагнетания 22 МПа. Анализ результатов испытаний показывает, что пульсации давления жидкости существуют во всём исследованном диапазоне изменения подпора от 2 до 12 МПа. Установлено, что при распределении пульсаций по длине трубопровода – имитатора скважины наблюдаются два максимума давления. Судя по характеру изменения пульсаций давления можно предположить, что распространение пульсаций давления по длине трубопровода – имитатора скважины происходит по аналогии наложения двух гармонических колебаний с близкими частотами. Наличие таких максимумов в скважине пласта способствует образованию газоотводящих трещин на различных расстояниях от устройства и повышению эффективности дегазации угольных пластов.

Ключевые слова: устройство гидроимпульсной кавитации, имитатор скважины, напорное давление, подпорное давление

A.A. Potapenko, Doctoral Student
(IGTM NASU)

THE RESEARCH RESULTS OF PRESSURE FLUCTUATIONS DISTRIBUTION ALONG THE TUBE BOREHOLE SIMULATOR

Abstract. Research, carried out in a simulated borehole fluid oscillations of cavitation device with a critical diameter of 2.5 mm, indicates the linear variation of the pressure pulse frequency of backup pressure from 2 to 12 MPa at injection pressure 22 MPa in the range of 1200 to 7000 Hz. The analysis of test results shows that fluid pressure pulsations exist in the entire range of backup pressure from 2 to 12 MPa. It's established that two peaks of pressure are observed while distribution of fluctuations along the pipeline simulator of borehole. Judging by the nature of the change of pressure pulsations, one can assume that the distribution of pressure pulsations along the pipeline simulator of borehole occurs by analogy of superimposing of two harmonic oscillations with close frequencies. The presence of such maximums in a borehole of layer facilitates the formation of gas exhaust cracks at different distances from the device and improves the efficiency of coal seams degassing.

Keywords: hydroimpulsive cavitations device, simulator of borehole, forward pressure, backup pressure

Для повышения эффективности гидрорыхления выбросоопасных угольных пластов в ИГТМ НАНУ создано устройство гидроимпульсной кавитации (рис. 1) [1].

Устройство состоит из входного проточного канала 4, по которому высоконапорный поток жидкости поступает на вход в генератор упругих колебаний давления жидкости 1. В критическом сечении генератора 2 образуется кавитационная каверна, которая распространяется вдоль стенок критики и выходит в диффузорный канал 3. При достижении определённых размеров кавитационная каверна отрывается от стенок генератора, сносится по потоку и захлопывается в зоне повышенного давления в последиффузорном канале 5. После отрыва каверны, тотчас начинает расти новая каверна. Процесс отрыва и захлопывания диффузорной