

УДК 532.5 + 536.24

Халатов А.А.

Институт технической теплофизики НАН Украины

ТЕПЛООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА В ПОЛЯХ МАССОВЫХ СИЛ:

ОБЗОР РАБОТ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ИТТФ НАН УКРАИНЫ

Часть 3. Выпуклые и вогнутые поверхности

У статті представлено короткий огляд робіт в області теплообміну і гідродинаміки біля опуклих і увігнутих поверхонь.

В статье представлен краткий обзор работ в области теплообмена и гидродинамики около выпуклых и вогнутых поверхностей.

The brief review is given in the field of heat transfer and hydrodynamics over convex and concave surfaces.

$C_f/2 = \tau_w/(\rho w_f^2/2)$ – коэффициент поверхностного трения;

$C_{fR}/2$ – коэффициент поверхностного трения на вогнутой поверхности при отсутствии вихрей Гертлера;

$Gö = Re_x \cdot (\delta/R_w)^{0,5}$ – число Гертлера;

g_1, g_0 – функции, описывающие линейное и нелинейное влияние вихрей Гертлера на поверхностное трение;

g_1^T, g_0^T – функции, описывающие линейное и нелинейное влияние вихрей Гертлера на теплообмен;

$H = \delta^*/\delta^{**}$ – форм-параметр пограничного слоя;

m – показатель степени для профиля температуры в пограничном слое;

$Nu_x = \alpha x/\lambda$ – число Нуссельта по длине канала x ;

n – показатель степени для профиля скорости потока в пограничном слое;

Pr – число Прандтля;

R_w – радиус кривизны выпуклой или вогнутой поверхности, м;

$Re_x = w_f \cdot x/\nu$ – число Рейнольдса по продольной координате;

$Re^{**} = w_f \cdot \delta^{**}/\nu$ – число Рейнольдса по толщине потери импульса;

$Re_s = w_s \cdot s/\nu$ – число Рейнольдса по высоте щели s ;

$St = \alpha/(C_p w_f \rho)$ – число Стантона;

St_R – число Стантона на вогнутой поверхности при отсутствии вихрей Гертлера;

s – высота щели пленочного охлаждения, м;

T – температура, К;

T_w^* – температура адиабатной стенки, К;

T_s – температура охладителя, К;

w – продольная скорость потока, м/с;

w_s – скорость охладителя на выходе из щели, м/с;

w_m – максимальная скорость потока, м/с;

x, z – продольная и поперечная координаты, м;

y – расстояние по нормали от стенки, м.

α – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·К);

δ^{**} – толщина потери импульса, м;

δ^* – толщина вытеснения, м;

δ – толщина пограничного слоя, м;

δ_T – толщина теплового пограничного слоя, м;

$\eta = (T_f - T)/(T_f - T_s)$ – эффективность пленочного охлаждения;

ν – кинематическая вязкость, м²/с;

$\theta = T - T_w$ – текущая разность температур, град;

$\theta_f = T_f - T_w$ – температурный напор, град;

ρ – плотность, кг/м³;

σ – волновое число, м⁻¹;

τ_{xw} – поверхностное трение в продольном направлении, Н/м²;

ξ – безразмерное расстояние (динамический пограничный слой);

ξ_T – безразмерное расстояние (тепловой пограничный слой);

ξ_1 – относительные потери энергии закрученного потока в канале;

Ψ_R – относительная функция трения (кривизна) при $Re^{**} = \text{const}$;

Ψ_R^T – относительная функция теплообмена (кривизна) при $Re^{**} = \text{const}$;

Ψ_{Tu} – относительная функция трения (турбулентность) при $Re^{**} = \text{const}$;

Ψ_{Tu}^T – относительная функция теплообмена (турбулентность) при $Re_T^{**} = \text{const}$;

Ψ_{Δ} – относительная функция трения (градиент давления) при $Re^{**} = \text{const}$;
 Ψ_{Δ}^T – относительная функция теплообмена (градиент давления) при $Re_T^{**} = \text{const}$.

Нижние индексы:

s – параметры на выходе из щели;
 f – параметры в потоке;

Программа исследований теплообмена и гидродинамики около выпуклых и вогнутых поверхностей инициирована в ИТТФ НАНУ в 1987 г. с целью более глубокого изучения влияния на теплообмен и гидродинамику сложных граничных условий, наиболее характерных для современных и перспективных энергетических установок, и повышения точности расчета таких процессов. В программе рассмотрены два типа течения – сдвиговый пограничный слой и полуограниченные струи около выпуклой и вогнутой поверхности. Изучены влияние кривизны поверхности, внешней турбулентности, продольного градиента давления, пленочного (завесного) охлаждения, пористого вдува в пограничный слой и его отсоса через выпуклую пористую стенку, адаптация и релаксация пограничного слоя. Получены новые данные о влиянии продольной кривизны поверхности на турбулентную структуру, локальные и интегральные параметры криволинейного пограничного слоя, аналогию Рейнольдса, законы трения и теплообмена, центробежную неустойчивость Гертлера.

Продольная кривизна поверхности способствует появлению поперечного градиента давления, т.е. статическое давление поперек пограничного слоя становится переменным ($\frac{\partial P}{\partial r} \approx \rho \frac{w_f^2}{r}$). В свою очередь поперечный градиент давления трансформирует профили скорости и температуры в пограничном слое таким образом, что около выпуклой поверхности они становятся менее, а около вогнутой – более заполненными по сравнению с профилем скорости около плоской поверхности. Выпуклая кривизна ($R_w > 0$) способствует более позднему переходу ламинарного потока в турбулентный по сравне-

w – параметры на стенке канала;
 Tu – турбулентность;
 d – дискретный вдув;
 kr – критический параметр;
 o – параметры осевого потока;
 T – тепловой;
 ψ – щель.

нию с течением на плоской поверхности, а вогнутая ($R_w < 0$) – более раннему [1]. При этом воздействие кривизны на критическое число Рейнольдса сильнее проявляется на вогнутой поверхности. Одним из наиболее важных свойств криволинейного пограничного слоя является активное и консервативное воздействие массовых сил на структуру потока. В первом случае в потоке развивается турбулентность и возникают вихри Гертлера, а во втором – поле центробежных массовых сил препятствует развитию турбулентности и вторичных течений или снижает их интенсивность.

Физическое подобие

Подобие потоков при обтекании выпуклой или вогнутой поверхности радиусом R_w характеризуется дополнительным числом подобия $\delta^{**}/R_w = \text{const}$, где δ^{**} – толщина потери импульса в пограничном слое. В отдельных случаях для характеристики подобия используется отношение δ/R_w , где δ – толщина динамического пограничного слоя.

Таким образом, для потоков около криволинейных поверхностей при отсутствии каких-либо внешних воздействий (градиент давления, турбулентность, др.) уравнения подобия для теплообмена и поверхностного трения будут иметь следующий вид:

$$Nu = Nu_o \cdot f_1(\delta^{**}/R_w), C_f = C_{f_o} \cdot f_2(\delta^{**}/R_w), \quad (1)$$

где Nu_o , C_{f_o} – число Нуссельта и коэффициент поверхностного трения около плоской пластины при Re^{**} , $Re_T^{**} = \text{const}$.

Пограничный слой

Безразмерные профили скорости и температуры в криволинейном пограничном слое удовлетворительно описываются степенными

уравнениями: $w/w_f = \xi^{1/n}$, $\theta/\theta_f = \xi_T^{1/n_T}$, где $\xi = y/\delta$, $\xi_T = y/\delta_T$ апоказатели степени n и n_T являются функциями числа подобия δ^{**}/R_w (или δ/R_w). Значения показателей степени n и n_T для пограничного слоя около выпуклой поверхности меньше, чем около плоской пластины, а около вогнутой – больше. В диапазоне изменения параметра кривизны пограничного слоя δ^{**}/R_w от 0 до 0,0015 для показателя степени n на выпуклой и вогнутой поверхности получены следующие уравнения [1, 2]:

$$\frac{1/n_o}{1/n} = 1 - 0,191 \left(\frac{\delta^{**}}{R_w} \cdot 10^3 \right)^{0,45}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_o} + 1107,5 \frac{\delta^{**}}{R_w} - 53740 \left(\frac{\delta^{**}}{R_w} \right)^2,$$

где значение n_o соответствует потоку около плоской поверхности.

Уравнения (2) могут быть использованы для вычисления формпараметра пограничного слоя H , т.к. показатель степени $1/n$ связан с ним уравнением $H = 1 + 2n$. В работе [1] показано, что для формпараметра H на криволинейной поверхности выполняется принцип суперпозиции $H = H_o \cdot H_R$, где H_o – формпараметр пограничного слоя для потока на плоской пластине при безградиентном обтекании, H_R – фактор кривизны. В частности, на выпуклой стенке фактор кривизны H_R описывается следующим уравнением (рис. 1):

$$H_R = 1 + 0,059 \cdot (10^3 \cdot \delta^{**}/R_w)^{0,28}. \quad (3)$$

Как следует из данных, приведенных на рис. 1, наиболее заметное изменение величины H_R наблюдается в области малой кривизны – при $\delta^{**}/R_w \leq 0,002$. На вогнутой стенке из-за увеличения заполненности профиля скорости фактор кривизны H_R уменьшается с ростом отношения δ^{**}/R_w [1, 2].

Универсальные профили скорости и температуры (законы стенки), уравнения для расчета толщины вязкого подслоя, выражения для функции следа, закона дефекта скорости и температуры в криволинейном пограничном слое, особенности формирования вязкого и теплопроводного подслоя рассмотрены в работах

[1 – 3]. В частности показано, что для выпуклой стенки линии, соответствующие закону стенки, располагаются выше данных для плоской пластины. Внешняя граница закона стенки в универсальных координатах уменьшается от 250...310 (плоская стенка) до 150...200 на выпуклой стенке и увеличивается до 700 на вогнутой. Толщина вязкого и теплопроводного подслоя на выпуклой стенке увеличивается по сравнению с плоской стенкой, а скорость и температура на границе подслоя уменьшаются. На вогнутой поверхности наблюдается обратная картина.

Продольная кривизна оказывает существенное влияние на турбулентную структуру пограничного слоя. Вследствие консервативного воздействия центробежных массовых сил на выпуклой поверхности квадратичные пульсации снижаются по всей толщине пограничного слоя. Нелинейный характер влияния кривизны проявляется в том, что уже при малой кривизне поверхности наблюдается резкое снижение квадратичных пульсаций [2, 3]. При обтекании вогнутой поверхности происходит увеличение нормальных напряжений, причем при сильной кривизне профиль продольных пульсаций имеет два максимума. Профиль поперечных пульсаций носит экстремальный характер с максимумом в середине пограничного слоя.

Турбулентное касательное напряжение трения изменяется аналогично нормальным

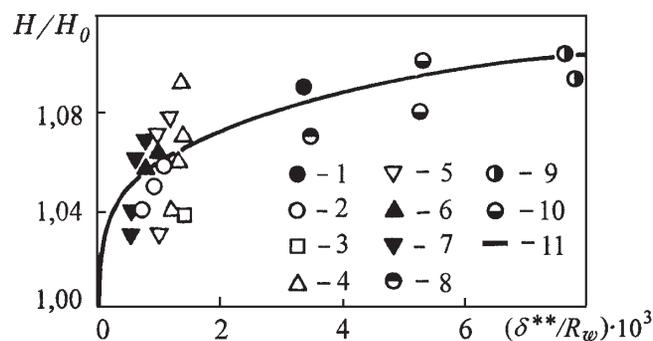


Рис. 1. Влияние выпуклой кривизны поверхности на фактор кривизны H_R [1, 2]. 1 – 10: экспериментальные данные различных авторов [1]. 11 – уравнение (3).

напряжениям: на выпуклой поверхности оно меньше, а на вогнутой – больше, чем на плоской (рис. 2). Причины появления отрицательных напряжений во внешней части пограничного слоя рассмотрены в разделе «Адаптация и релаксация пограничного слоя».

Уравнения для расчета касательного напряжения трения на криволинейной поверхности приводятся в работах [1, 3], а распределение турбулентной вязкости по толщине пограничного слоя выпуклой поверхности определяется уравнением:

$$\mu_T/\mu_{T0} = (1 - \beta \cdot Ri)^2, \quad (4)$$

где $\beta = 10 \cdot [1 + (\delta^{**}/R_w - 10^{-3})]^{-0,46}$.

Здесь $Ri = 2(w/R)/(\partial w/\partial y)$ – число Ричардсона; $R = R_w + y$; y – расстояние от стенки по нормали; μ_T и μ_{T0} – турбулентная вязкость на выпуклой и плоской стенке. Для вогнутой поверхности может быть использована та же формула, в которой $\beta = 6,663 - 7,84 \cdot (\delta^{**}/R_w)^{0,14}$. Как следует, в обоих случаях параметр β уменьшается с

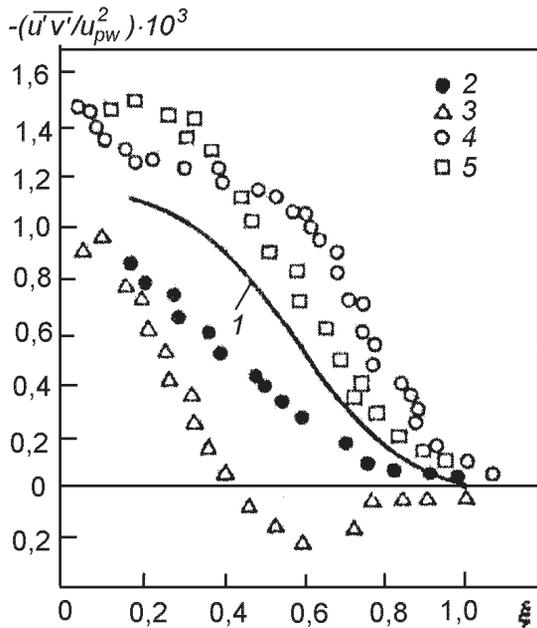


Рис. 2. Профили касательных напряжений трения [3]. 1 – плоская поверхность. 2, 3 – выпуклая поверхность ($\delta/R_w = 0,01$ и $0,10$); 4, 5 – вогнутая поверхность (δ/R_w и $0,10$).

ростом относительной кривизны δ^{**}/R_w . Выражение для турбулентного числа Прандтля приводится в работе [3], измерения показывают, что на выпуклой поверхности турбулентное число Прандтля увеличивается на 20...40%.

Законы трения и теплообмена

Влияние кривизны пограничного слоя на поверхностное трение и теплообмен удовлетворительно описывается уравнениями, следующими из метода суперпозиций [1]:

$$C_f = C_{f0} \cdot \Psi_R, \quad (5)$$

$$St = St_0 \cdot \Psi_R^T. \quad (6)$$

Уравнения для расчета относительных функций трения Ψ_R и теплообмена Ψ_R^T при безградиентном течении имеют следующий вид:

- на выпуклой стенке:

$$\Psi_R = [1 + 1000 \cdot (\delta^{**}/R_w)]^{-0,12}, \quad (7)$$

$$\Psi_R^T = [1 + 1000 \cdot (\delta^{**}/R_w)]^{-0,13}.$$

- на вогнутой стенке:

$$\Psi_R = [1 + 756 \cdot |\delta^{**}/R_w|]^{0,1}, \quad (8)$$

$$\Psi_R^T = [1 + 756 \cdot |\delta^{**}/R_w|]^{0,14}.$$

Уравнения (8) отражают осредненные по вогнутой поверхности значения Ψ_R и Ψ_R^T . Наличие вихрей Гертлера (см. далее) приводит к синусоидальному изменению коэффициентов трения и теплообмена в поперечном направлении с амплитудой $\pm 20\%$ по сравнению с осредненной величиной.

Влияние различных факторов

Внешняя турбулентность существенно влияет на локальные и интегральные характеристики криволинейного пограничного слоя. В частности, как указывалось выше, выпуклая кривизна способствует «затягиванию» ламинарно-турбулентного перехода. Наличие даже небольшой турбулентности ($Tu = 2\%$) устраняет стабилизирующее влияние выпуклой кривизны и уже при $Tu = 2\%$ значения критических чисел Рейнольдса для выпуклой и плоской стенки становятся одинаковыми.

На выпуклой стенке внешняя турбулентность не оказывает значительного влияния на профиль скорости в области закона стенки и следа. Более значительно она влияет на внешнюю часть пограничного слоя и проявляется сильнее, чем на плоской поверхности. Во внешней части пограничного слоя может возникать область отрицательных напряжений, где происходит передача энергии пульсаций от высоких волновых чисел к низким.

В работе [1] обосновано представление формпараметра H в виде двойной суперпозиции $H = H_o \cdot H_R \cdot H_{Tu}$, где функции H_R (рис. 1) и H_{Tu} отражают соответственно влияние кривизны и внешней турбулентности. На выпуклой поверхности уравнения для определения относительной функции H_{Tu} имеют следующий вид [1, 2]:

$$Tu = 0 \dots 4 \%: \quad H_{Tu} = 1 - 0,008 \cdot Tu^{1,51}; \quad (9)$$

$$Tu = 4 \dots 7 \%: \quad H_{Tu} = (1 + 0,363 \cdot Tu)^{-0,075}.$$

Анализ уравнений (9) показывает, что влияние внешней турбулентности практически одинаково для выпуклой и плоской поверхности [2, 3].

При наличии дополнительных факторов коэффициенты трения и теплообмена можно рассчитывать в соответствии с принципом суперпозиций [1]. При совместном влиянии кривизны и внешней турбулентности уравнения для поверхностного трения и теплообмена имеют следующий вид: $C_f = C_{f_o} \cdot \Psi_R \cdot \Psi_{Tu}$, $St = St_o \cdot \Psi_R^T \cdot \Psi_{Tu}^T$, где относительные функции Ψ_R и Ψ_{Tu}^T определяются уравнениями, характеризующими «чистое» влияние кривизны на трение и теплообмен [2, 3]. Выражения для относительной функции Ψ_{Tu} около вогнутой поверхности имеет следующий вид [1, 2]:

$$Tu = 0 \dots 3 \%: \quad \Psi_{Tu} = 1 + 0,02 \cdot Tu^{1,75}; \quad (10)$$

$$Tu = 3 \dots 7 \%: \quad \Psi_{Tu} = 0,992 \cdot Tu^{0,13}.$$

Как следует из сравнения [2, 3], внешняя турбулентность практически одинаково влияет на поверхностное трение на вогнутой и плос-

кой поверхности.

При совместном влиянии кривизны и градиента скорости внешнего потока сохраняется принцип суперпозиции кривизны и градиента давления [1]; в этом случае коэффициенты трения и теплообмена записываются в следующем виде: $C_f = C_{f_o} \cdot \Psi_R \cdot \Psi_{\Lambda}$, $St = St_o \cdot \Psi_R^T \cdot \Psi_{\Lambda}^T$. Выражения для относительных функций градиента давления представлены в работах [1, 2].

Важной особенностью течения с положительным градиентом давления является отрыв пограничного слоя. На криволинейной поверхности под действием центробежных сил «заполненность» профиля скорости изменяется, что отражается на величине отрывных параметров [1]. В частности, отрывной параметр градиента давления Λ_{os}^R на выпуклой стенке определяется уравнением: $\frac{\Lambda_{os}^R}{\Lambda_{os}} = \left(1 + 1930 \frac{\delta^{**}}{R_w}\right)^{-1}$, где Λ_{os} – параметр градиента давления на плоской поверхности.

Неизотермичность в пограничном слое приводит к появлению дополнительной (архимедовой) массовой силы, которая влияет на поток совместно с центробежной силой. Как показано в работах ИТФ СО РАН (Россия) наличие неизотермичности изменяет форму числа Ричардсона [3], которое учитывает влияние кривизны и архимедовых сил, обусловленных градиентом температуры в пограничном слое. Вследствие этого изменяется вид уравнений, характеризующих законы трения и теплообмена. В частности, относительные функции выпуклой кривизны включают фактор неизотермичности T_w/T_f :

$$\Psi_R = \Psi_R^T = \left\{1 + 2200 \left| \frac{\delta^{**}}{R_w} \right| \left[1 + \frac{(T_w/T_f) - 1}{2[(T_w/T_f)n^{-1} + 1]}\right]\right\}^{-0,115}, \quad (11)$$

где $1/n$ – показатель степени в уравнении (2) для выпуклой стенки. При $T_w/T_f > 1$ относительные функции кривизны Ψ_R и Ψ_R^T для выпуклой стенки уменьшаются по сравнению со случаем квазиизотермического потока ($T_w/T_f \approx 1$), а для вогнутой поверхности наблюдается обрат-

ный эффект. Совместное влияние кривизны и неизотермичности на трение и теплообмен характеризуется уравнением $\Psi_{R,N} = \Psi_{R,N}^T = \Psi_R \cdot \Psi_N = \Psi_R^T \cdot \Psi_N^T$, где относительные функции неизотермичности определяются уравнениями $\Psi_N = \Psi_N^T = 4\{(T_w/T_f)^{0,5} + 1\}^{-2}$, полученными для случая плоской поверхности.

В условиях сжимаемого течения число Ричардсона учитывает влияние кривизны и архимедовых сил, обусловленных градиентом плотности потока в пограничном слое. В этом случае для определения относительных коэффициентов трения и теплообмена в области чисел Маха до 5 (работы ИТФ СО РАН) рекомендуются уравнения $\Psi_{R,M} = \Psi_{R,M}^T = \Psi_R \cdot \Psi_M = \Psi_R^T \cdot \Psi_M^T$, где значения Ψ_R и Ψ_R^T определяются по уравнениям (7) и (8), а функции сжимаемости Ψ_M и Ψ_M^T – по уравнениям для плоской пластины.

Вдвух в пограничный слой исследовался в работе [3] для случая выпуклой пористой стенки при подаче воздуха во внешний воздушный поток. Вдвух, как и положительный градиент давления, снижает заполненность профиля скорости в пограничном слое и поверхностное трение. Основное влияние он оказывает на вязкий и теплопроводный подслой, а действие кривизны сосредоточено в области следа. Так как выпуклая кривизна и пористый вдвух являются независимыми факторами и не оказывают взаимного влияния, то локальные и интегральные параметры пограничного слоя подчиняются принципу суперпозиции отдельных факторов. В частности, коэффициент трения записывается в следующем виде:

$$C_f = C_{f_0} \cdot \Psi_R \cdot \Psi_b \quad (12)$$

где C_{f_0} – коэффициент трения на плоской поверхности; Ψ_R – относительная функция кривизны; $\Psi_b = (1 - b/b_{кр.0})^2$ – относительная функция, учитывающая влияние вдвух на трение; b – параметр вдвух; $b_{кр.0}$ – критический гидродинамический параметр вдвух для криволинейной стенки, определяемый уравнением $b_{кр.0} = b_{кр.0} \cdot [1 + 10^3 \cdot (\delta^{**}/R_w)]^{-0,5}$ [3],

где $b_{кр.0} = 4 \cdot (1 + 5,3 \cdot Re^{*-0,18})$.

Выражение для критического теплового параметра вдвух $b_{кр.0}$ имеет следующий вид:

$$b_{кр.0} = b_{кр.0} \cdot [1 + 10^3 \cdot (\delta^{**}/R_w)]^{-0,5}, \quad (13)$$

где $b_{кр.0}$ – критический тепловой параметр вдвух на плоской пористой поверхности при $Re_T^{**} = const$ [3]. Как видно, это выражение совпадает с уравнением для критического гидродинамического параметра вдвух.

Как показано в работе [3] вследствие выполнения принципа суперпозиции отдельных факторов расчет теплообмена и поверхностного трения на выпуклой пористой поверхности можно проводить по уравнениям для плоской пористой поверхности с учетом фактора кривизны Ψ_R и влияния кривизны на критический параметр вдвух в уравнении для Ψ_b [3].

Центрбежная неустойчивость

Как указывалось выше, на вогнутой поверхности вследствие действия центрбежных массовых сил в пограничном слое при определенных условиях возникают вторичные вихри Гертлера (рис. 3), которые приводят к неравномерному распределению поверхностного трения и теплообмена поперек поверхности. Для расчета критического числа Гертлера, в работе [3] получены следующие уравнения:

- Ламинарное течение:

$$\delta/R_w = 0 \dots 0,02: \quad G\ddot{o}_{кр.0} = 22,97; \quad (14)$$

$$\delta/R_w > 0,02: \quad G\ddot{o}_{кр.0} = 22,76 \cdot (\delta/R_w)^{0,05},$$

- Турбулентное течение:

$$G\ddot{o}_{кр.0} \cdot 10^{-3} = 2,213 - 66,8 \cdot (\delta/R_w) + 773 \cdot (\delta/R_w)^2 - 3073 \cdot (\delta/R_w)^3. \quad (15)$$

Уравнения для расчета коэффициента трения и числа Стантона поперек вогнутой поверхности с использованием линейного и нелинейного подхода имеют следующий вид [2, 3]:

$$C_f = C_{fR} \cdot [1 + g_1 \cdot \cos(\sigma z) + g_0]; \quad (16)$$

$$St = St_R \cdot [1 + g_1^T \cdot \cos(\sigma z) + g_0^T].$$

Здесь: C_{fR} , St_R – коэффициент поверхностного трения и число Стантона на вогнутой поверх-

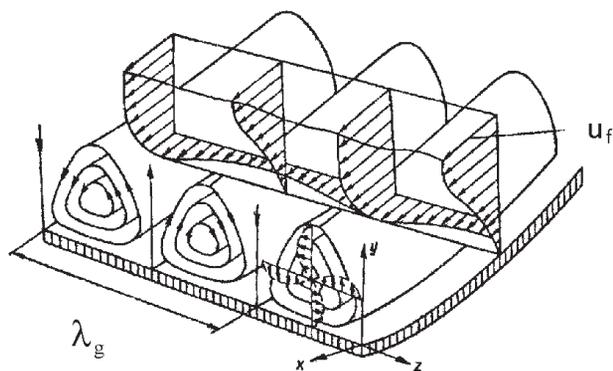


Рис. 3. Вихри Гертлера в пограничном слое.

ности при отсутствии вихрей Гертлера (уравнения 5, 6 и 8); g_1, g_1^T, g_0, g_0^T – функции, описывающие линейное и нелинейное влияние вихрей Гертлера на поверхностное трение и теплообмен [2, 3]. В случае ламинарного потока эти функции имеют порядок 70...100 % по сравнению с плоской пластиной, а для турбулентного – только 10 ... 20 %.

Анализ влияния внешней турбулентности, продольного градиента давления, вдува и отсоса потока через вогнутую пористую стенку на центробежную неустойчивость, критическое и волновое число Гертлера представлен в работах [2, 3].

Эффективность пленочного охлаждения

Особенности влияния кривизны на профили скорости и температуры приводят к изменению эффективности пленочного охлаждения: текущее значение эффективности пленочного охлаждения на выпуклой поверхности больше, а на вогнутой меньше, чем на плоской.

Для расчета эффективности пленочного охлаждения на криволинейной поверхности в работе [1] получено следующее уравнение:

$$\eta = \left\{ 1 + 0,24 \frac{x}{m_b s} \text{Re}_s^{-0,25} \cdot \Pi \Psi_i \right\}^{-0,8}, \quad (17)$$

где m_b – параметр вдува; Re_s – число Рейнольдса для охлаждающей струи, построенное по ширине щели s ; произведение $\Pi \Psi_i$ характеризует суперпозицию влияющих факторов.

Уравнение (17) для криволинейной поверхности можно представить в следующем виде

$\eta = \eta_0 \varepsilon_R$, где η_0 – эффективность пленочного охлаждения на плоской поверхности; $\varepsilon_R = (1 + 0,24 \text{Re}_s^{-0,25} (x/m_b \cdot s))^{0,8} \cdot (1 + 0,24 \text{Re}_s^{-0,25} (\Psi_R (x/m_b \cdot s))^{-0,8}$ – поправка на кривизну поверхности. Фактор выпуклой или вогнутой кривизны Ψ_R в этом уравнении определяется уравнениями (7) и (8). Взаимосвязь эффективности пленочного охлаждения для щелевой $\eta_{щ}$, для которой получены приведенные выше зависимости, и дискретной η_d подачи охладителя (через систему отверстий) определяется уравнением $\eta_d = 0,714 \cdot \eta_{щ}$ [1].

Для определения эффективности пленочного охлаждения на выпуклой поверхности при ускорении потока рекомендуется уравнение [1]: $\eta_{R,\Lambda} = \eta_0 \cdot \varepsilon_R \cdot \varepsilon_\Lambda$, где η_0 – эффективность пленочного охлаждения на плоской поверхности; ε_R – вышеприведенный фактор кривизны поверхности; $\varepsilon_\Lambda = (w_f / w_{вх})^{-0,19}$ – фактор ускорения потока около выпуклой поверхности [1].

Адаптация и релаксация пограничного слоя

В реальных технических устройствах криволинейные поверхности почти всегда сопрягаются с прямолинейными участками. При переходе с плоской поверхности на криволинейную происходит адаптация пограничного слоя от течения на поверхности с бесконечным радиусом кривизны к течению на поверхности с конечным значением кривизны. При переходе потока с криволинейной поверхности на плоскую происходит обратный процесс – релаксация, т.е. восстановление структуры потока.

По данным [2, 3] при переходе с плоской поверхности на выпуклую для адаптации пограничного слоя необходимо расстояние равное 10...12 толщинам начального пограничного слоя (δ_0). При переходе с плоской на вогнутую поверхность требуется большее расстояние для адаптации из-за появления вихрей Гертлера, причем пограничный слой адаптируется тем раньше, чем меньше начальная толщина пограничного слоя.

При адаптации одновременно действуют три фактора – «скачкообразное» изменение кривизны поверхности (dR_w/dx – effect), локальный градиент давления вследствие пере-

стройки пограничного слоя от плоского потока к криволинейному (и наоборот) и собственно эффект кривизны поверхности (δ/R_w). На малых расстояниях от входа более заметны первые два фактора, а на больших – третий. При релаксации потока имеют место только первые два фактора.

В математическом описании «скачкообразное» изменение кривизны поверхности учитывается за счет использования эффективного радиуса кривизны, который при адаптации и релаксации пограничного слоя определяется уравнением [3]:

$$R_{eff} = \frac{R_w}{1 + a \exp(-x/R_w)}, \quad (18)$$

где $a = R_w/R_0 - 1$. Например, при переходе с плоской поверхности на криволинейную $R_0 = \infty$, $a = -1$.

Уравнения для потенциальной скорости на криволинейной поверхности, которая характеризует локальный градиент давления для ламинарного и турбулентного пограничного слоя, приведены в работе [3]. Локальный градиент давления при адаптации и релаксации вызывает «скачкообразное» изменение локальных и интегральных параметров криволинейного пограничного слоя и поверхностного трения. Как следует из рис. 4 «скачки» поверхностного трения возникают не только при переходе с плоской поверхности на криволинейную, но и наоборот. В математической модели необходимо также учитывать влияние кривизны пограничного слоя на турбулентную вязкость и теплопроводность.

Для каждого значения δ_o^{**} существует конкретное значение $(\delta^{**}/R_w)_a$, характеризующее завершенность процесса адаптации. В общем случае длина участка адаптации δ_a на выпуклой стенке может быть вычислена из уравнения [3]:

$$\delta_a^{**}/R_w = 0,0035 + 2,69(\delta_o^{**}/R_w)^{0,92}. \quad (19)$$

При переходе с плоской поверхности на выпуклую коэффициент трения за «скачком» определяются выражением [3]:

$$(C_f/C_{f0})_{Re^{**}} = [1 + 1000(\delta^{**} - \delta_o^{**})/R_w]^{-0,3}. \quad (20)$$

Данные, представленные на рис. 5 показывают, что кривые для различных значений δ_o^{**}/R_w постепенно сходятся к кривым зависимости C_f/C_{f0} для $\delta_o^{**}/R_w = 0$.

При переходе с вогнутой на плоскую поверхность локальный градиент давления приводит к местному торможению потока, «скачкообразному» уменьшению поверхностного трения (рис. 4) и его последующему восстановлению. При ламинарном и турбулентном

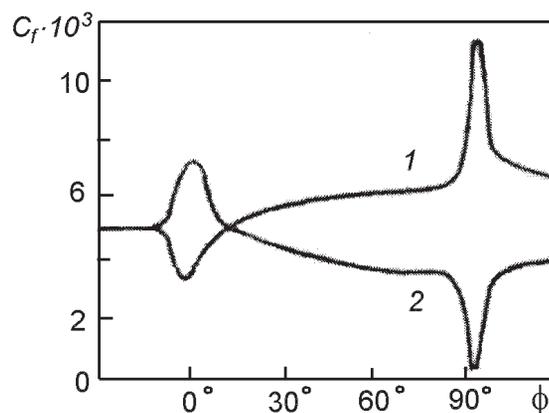


Рис. 4. Коэффициент поверхностного трения на криволинейной поверхности [3].
1 – вогнутая поверхность.
2 – выпуклая поверхность.

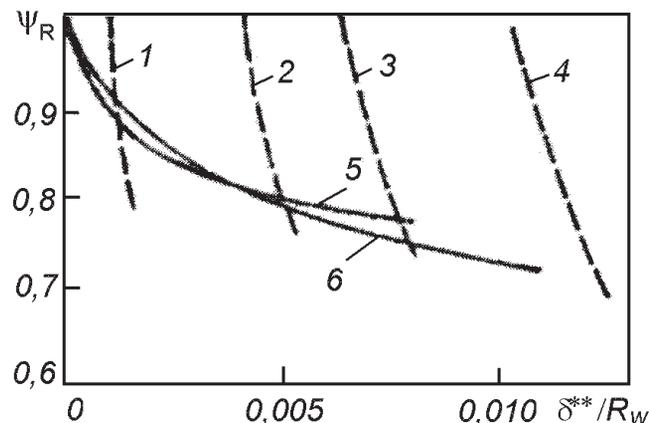


Рис. 5. Относительный закон трения на выпуклой поверхности [3]. 1 – $\delta_o^{**}/R_w = 0,001$; 2 – $= 0,0036$; 3 – $= 0,006$; 4 – $= 0,01$; 5, 6 – уравнения [3] и (7) для выпуклой стенки при $\delta_o^{**}/R_w = 0$.

режиме расчет поверхностного трения на участке адаптации можно выполнять по уравнениям [2, 3]:

$$(C_f / C_{f0})_{\text{Re}_x} = 1 - 0,15 \sin\left(\frac{\pi}{8} \frac{x}{\delta_0}\right), \quad (21)$$

$$(C_f / C_{f0})_{\text{Re}_x} = 1 - a \sin\left(\frac{\pi}{A_T} \frac{x}{\delta_0}\right),$$

где

$$a = 0,1826 + 2,87 \frac{\delta_0}{R_w} - 12,963 \left(\frac{\delta_0}{R_w}\right)^2;$$

$$A_T = 6,87 + 412 \left(\frac{\delta_0}{R_w}\right) - 1907 \left(\frac{\delta_0}{R_w}\right)^2.$$

Как следует из этих уравнений, длина участка адаптации при ламинарном режиме меньше, чем при турбулентном. Что касается турбулентного режима, то с ростом параметра кривизны длина участка адаптации и величина скачка коэффициента трения увеличиваются.

В отличие от поверхностного трения теплоотдача не претерпевает «скачкообразного» изменения при переходе с плоской поверхности на криволинейную. Расчет теплообмена на участке адаптации около выпуклой поверхности можно производить по уравнению [2, 3]:

$$(St / St_0)_{\text{Re}_r^{**}} = [1 + 1000 \frac{\delta^{**} - \delta_0^{**}}{R_w}]^{-0,33}. \quad (22)$$

Характер распределения турбулентных касательных напряжений на выпуклой поверхности зависит от начальной толщины пограничного слоя. Анализ развития профилей по длине поверхности показывает [3], что резкое «подавление» касательных напряжений после перехода пограничного слоя с плоской на выпуклую поверхность сменяется их постепенным выравниванием. В пограничном слое с начальной толщиной δ_0 возможно возникновение области отрицательных турбулентных касательных напряжений во внешней части пограничного слоя (рис. 2). Это обусловлено переходом энергии осредненного движения в пульсационное и передачей энергии турбулентных пульсаций от высоких волновых чисел к низким (реверс каскадного механизма Ричардсона-Колмогорова). По-видимому, по-

явление области отрицательных касательных напряжений обусловлено не кривизной поверхности, а адаптацией пограничного слоя – переходом с плоской поверхности на выпуклую [3].

Процессы релаксации при переходе с криволинейной поверхности на плоскую протекают значительно медленнее, чем процессы адаптации. После выпуклой поверхности влияние кривизны на профили скорости сохраняется на расстояниях более 30 толщин пограничного слоя, а на вогнутой это расстояние еще больше в связи с возможностью возникновения вихрей Гертлера и их «сходом» на плоскую поверхность.

Локальные, интегральные и турбулентные характеристики пограничного слоя, поверхностное трение и теплообмен при релаксации турбулентного пограничного слоя рассмотрены в [3]. Как показано выше (рис. 4), при переходе с выпуклой поверхности на плоскую локальный положительный градиент давления приводит к резкому уменьшению коэффициента трения с последующим его восстановлением. Протяженность «пикообразного» изменения коэффициента трения составляет примерно 10 толщин пограничного слоя в конце выпуклой поверхности. Полное восстановление пограничного слоя происходит на длине 65... 70 толщин этого пограничного слоя. Это свидетельствует об эффекте «долгой памяти» теплообмена на воздействие кривизны. При ускорении потока около выпуклой поверхности для релаксации коэффициента трения требуется примерно 25 толщин пограничного слоя в конце криволинейного участка.

При «сходе» с вогнутой поверхности на плоскую возникает локальное ускорение потока, что приводит к локальному увеличению коэффициента трения с последующим его быстрым снижением (рис. 4). Если на вогнутой поверхности существуют вихри Гертлера, то они сохраняются на достаточно большом расстоянии на плоской поверхности, что приводит к пространственному распределению коэффициента трения. Если участок вогнутой

поверхности имеет короткую длину, то «скачка» коэффициента трения на начальном участке релаксации не наблюдается, а имеет место быстрое восстановление потока до параметров характерных для плоской поверхности.

Полуограниченная струя

Для полуограниченной струи около криволинейной поверхности, для которой профиль скорости включает области сдвигового и струйного течения, дополнительное условие физического подобия имеет следующий вид: $\delta_m/R_w = \text{const}$, где m – расстояние от стенки до максимального значения осевой компоненты скорости. Программа исследований ИТТФ НАНУ включает исследование полуограниченной струи около выпуклой и вогнутой поверхности.

При течении струи около криволинейной поверхности можно выделить начальный и основной участки течения. Длина начального участка около вогнутой поверхности описывается уравнением $x_H/s = 2,1(s/|R_w|)^{-0,65}$, где s – высота входной щели. На основном участке профиль скорости в пристеночной области полуограниченной струи ($y < \delta_m$) хорошо описывается степенной зависимостью $w/w_m = (y/\delta_m)^{1/n}$, где показатель степени n для выпуклой и вогнутой поверхности определяется соответственно уравнениями:

$$\begin{aligned} n/n_0 &= 1 - 1,7 \cdot (\delta_m/R_w)^{0,31}, \\ n/n_0 &= 1 + 2,69 \cdot (\delta_m/R_w). \end{aligned} \quad (23)$$

В струйной части ($y > \delta_m$) независимо от знака кривизны поверхности профиль скорости удовлетворительно описывается гиперболической зависимостью [3].

Продольная кривизна оказывает существенное влияние на тепловой пограничный слой. Безразмерный профиль температуры описывается степенной зависимостью $\theta/\theta_f = (y/\delta_T)^{1/m}$, где показатель степени m для вогнутой поверхности при $\delta_m/R < 0,2$ имеет следующий вид:

$$m/m_0 = 1 + 4,4 \cdot (|\delta_m/R_w|)^{0,56}, \quad (24)$$

где для полуограниченной струи около плоской поверхности $m_0 = 12$.

Для струи на вогнутой поверхности толщина области пристенного слоя δ_m и максимальное значение продольной скорости w_m определяются уравнениями [3]:

$$\delta_m/s = 0,246 \text{Re}_s^{-0,2} (x/s)^{0,75}, \quad w_m/w_s = 2,38 (x/s)^{-0,37}, \quad (25)$$

где $\text{Re}_s = w_s \cdot s/\nu$ – входное число Рейнольдса; w_s – скорость в сечении щели. На выпуклой поверхности аналогичные уравнения имеют следующий вид:

$$\delta_m/s = 0,142 \text{Re}_s^{-0,2} (x/s)^{0,9}, \quad w_m/w_s = 3/45 (x/s)^{-0,5}. \quad (26)$$

Для выпуклой стенки толщина теплового пограничного слоя нарастает медленнее, чем толщина пристенной области δ_m . При изменении отношения x/s от 42 до 93 отношение δ_T/δ_m уменьшается от 0,87 до 0,83. Для вогнутой стенки это отношение описывается уравнением [3]:

$$\delta_T/\delta_m = 2,1 \cdot \text{Re}_s^{0,02} \cdot (x/s)^{0,05} \cdot (|R_w|/s)^{-0,05}. \quad (27)$$

Как следует из этого уравнения с увеличением кривизны величина δ_T нарастает быстрее, чем δ_m .

Характер воздействия кривизны линий тока на турбулентные характеристики полуограниченной струи определяется знаком числа Ричардсона. Поперечный градиент скорости различный для пристенной и струйной области, что обуславливает знак числа Ричардсона. На вогнутой поверхности в пристеночной области число Ричардсона отрицательное ($\text{Ri} < 0$), а во внешней положительное ($\text{Ri} > 0$). Таким образом, в пристеночной области центробежные массовые силы имеют активный характер и усиливают турбулентность, а в струйной – консервативный. На выпуклой поверхности характер действия центробежных массовых сил – обратный: происходит ослабление турбулентности в пристеночной области и усиление в струйной.

На рис. 6 представлены данные, характеризующие распределение турбулентных касательных напряжений трения в струйной части профиля скорости около выпуклой и вогнутой стенки. В струйной области турбулентные

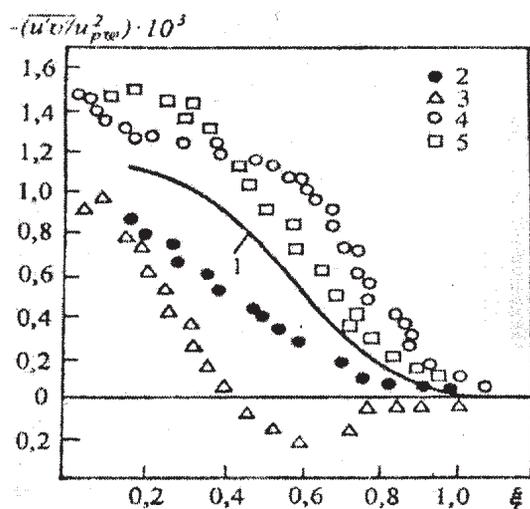


Рис. 6. Распределение турбулентных касательных напряжений в струйной области полуограниченной струи [3]. 1 – 4: выпуклая стенка (эксперимент); 1 – $\delta_m/R_w = 3,2 \cdot 10^{-3}$; 2 – $3,4 \cdot 10^{-3}$; 3 – $3,6 \cdot 10^{-3}$; 4 – $3,8 \cdot 10^{-3}$; 7 – 10: вогнутая стенка (расчет); 7 – $\delta_m/|R_w| = 1,5 \cdot 10^{-3}$; 8 – $3,75 \cdot 10^{-3}$; 9 – $7,5 \cdot 10^{-3}$; 10 – $18,75 \cdot 10^{-3}$; 5, 6 – плоская пластина (5 – эксперименты; 6 – расчет).

касательные напряжения определяются уравнением:

$$\tau_{xy} = \rho \varepsilon (b - \delta_m) (w_m - w_{0,5m}) \partial w / \partial y, \quad (28)$$

где $w_{0,5m}$ – скорость потока при $y = b$; b – расстояние от стенки, где $w = 0,5 \cdot w_m$. Параметр ε можно определить по приведенным ниже зависимостям:

Вогнутая поверхность:

$$\varepsilon / \varepsilon_0 = 1 - 9,75 (\delta_m / |R_w|)^{0,75}, \quad (29)$$

Выпуклая поверхность:

$$\varepsilon / \varepsilon_0 = 1 + 13,8 (\delta_m / R_w)^{0,8},$$

где $\varepsilon_0 = 0,045 \dots 0,047$ – параметр, соответствующий полуограниченной струе около плоской пластины.

Для турбулентной полуограниченной струи характерно несовпадение координат нулевого турбулентного трения (ξ_0) и максимума скорости (w_m), что объясняется диффузией кинетической энергии турбулентности из струй-

ной области в пристеночную. В работе [3] для отношения ξ/ξ_0 получено общее для выпуклой и вогнутой стенки уравнение: $\xi/\xi_0 = 1 + 0,05 \cdot \exp(170 \cdot \delta/|R_w|)$, где ξ_0 – координата нулевого турбулентного трения для полуограниченной струи около плоской пластины.

Продольная кривизна оказывает слабое влияние на коэффициент трения около выпуклой и вогнутой поверхности. Более существенно она влияет на теплообмен. Для коэффициента теплообмена на выпуклой и вогнутой поверхности в работе [3] получены следующие уравнения:

$$Nu_x / Nu_{x_0} = 1 - 0,088 \cdot [(\delta_m / R_w) \cdot 10^3 - 0,5]^{0,81}, \quad (28)$$

$$Nu_x / Nu_{x_0} = 1 + 4,15 \cdot [(\delta_m / R_w) - 0,002]^{0,65},$$

где Nu_{x_0} – теплообмен при течении полуограниченной струи около плоской поверхности.

Аналогия Рейнольдса

Близость относительных значений факторов трения Ψ_R и теплообмена Ψ_T (уравнения 7, 8) свидетельствует о выполнении аналогии Рейнольдса на выпуклой и вогнутой стенке при безградиентном обтекании. Продольный градиент давления нарушает аналогию между теплообменом и трением в пограничном слое. Данные для коэффициента аналогии Рейнольдса ($A = 2St/C_f$) в ускоренном и замедленном потоках на выпуклой поверхности представлены на рис. 7. Как следует из этих данных, с точностью $\pm 5\%$ они соответствуют результатам, полученным для плоской поверхности в условиях продольного градиента давления.

При течении полуограниченной струи связь между теплообменом и трением отличается от выражения для сдвигового пограничного слоя. Как показано в работе [3] соотношение для аналогии Рейнольдса имеет следующий вид $St \cdot Pr_T \cdot Pr^k = 0,5 C_{f_j} (\delta_T / \delta_m)^{-1/m}$. Здесь: $k = 0,66$, Pr_T – турбулентное число Прандтля, значения δ_T и m определяются из вышеприведенных уравнений. Для полуограниченной струи около вогнутой поверхности отношение $2 \cdot St / C_f$ изменяется от 0,63 до 0,67 при изменении параметра кривизны от 0,002 до 0,02.

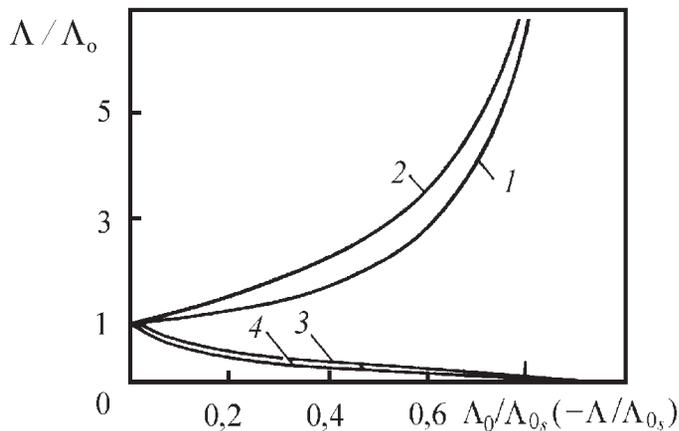


Рис. 7. Коэффициент аналогии Рейнольдса на плоской и выпуклой поверхности.

**1, 3 – выпуклая поверхность.
2, 4 – плоская поверхность;
1, 2 – $dP/dx > 0$; 3, 4 – $dP/dx < 0$.**

Выполненные работы определили перечень основных вопросов дальнейшего исследования. Основные из них – существенная неизотермичность потока и ее влияние на теплообмен и трение, совместное влияние сжимаемости

потока и градиента давления, полуограниченные струи при сложных граничных условиях, центробежная неустойчивость на поверхности переменной по длине кривизны, адаптация и релаксация турбулентного пограничного слоя при переходе с выпуклой поверхности на вогнутую и наоборот, разработка новых вихревых технологий аэротермодинамики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика около криволинейных поверхностей // К.: Наукова Думка.– 1992.– 135 с.
2. Халатов А.А., Шевчук И.В., Авраменко А.А. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. Т. 1. Криволинейные потоки // К.: Изд. ИТТФ НАН Украины.– 1996.– 284 с.
3. Халатов А.А., Шевчук И.В., Авраменко А.А., Кобзарь С.Г., Железная Т.А. Термогазодинамика сложных потоков около криволинейных поверхностей // К.: Изд. ИТТФ НАН Украины.– 1999.– 300 с.

Получено 01.09.2011 г.