

Влияние проливов и рельефа дна на структуру баротропных течений в проточном бассейне

В рамках нелинейной теории длинных волн с учетом горизонтальной турбулентной вязкости и силы Кориолиса исследуется развитие течений и вихрей в бассейне переменной глубины с двумя проливами. Задача решается численно. Проводится сравнительный анализ результатов моделирования течений однородной жидкости с учетом положения проливов и рельефа дна. В бассейне постоянной глубины с симметричными проливами формируются только струйные течения. При несимметричных проливах периодически образуются вихревые структуры.

Изучение течений, формирующихся под действием потоков импульса через проливы (проточный бассейн), имеет теоретическое и практическое значение. К настоящему времени не исследованы вопросы влияния положения проливов и рельефа дна на структуру и интенсивность циркуляции, процессы вихреобразования. Особенно важна значимость таких исследований для прогноза течений в Мраморном море, некоторых северных морях, фиордах.

В работах [1 – 3] были описаны первые эксперименты по численному моделированию течений в проточном бассейне. Исследовано влияние геометрических характеристик бассейна и параметров расходов в проливах [1], нелинейных слагаемых в уравнениях движения [2] и горизонтальной вязкости [3] на структуру течений. Выполнен качественный и количественный анализ полученной циркуляции, установлена зависимость ее характеристик от ширины проливов и периода колебаний течений в них. Настоящая работа продолжает эти исследования. Проведен сравнительный анализ результатов моделирования течений однородной жидкости в бассейне с двумя проливами для различных типов конфигурации бассейна.

Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольный бассейн с размерами $a \times b$ переменной глубины с двумя проливами (рис. 1). Его глубина изменяется по закону

$$h(x, y) = h_1 + h_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}, \quad (1)$$

здесь h_1 – глубина проливов, $(h_0 + h_1)$ – максимальная глубина бассейна.

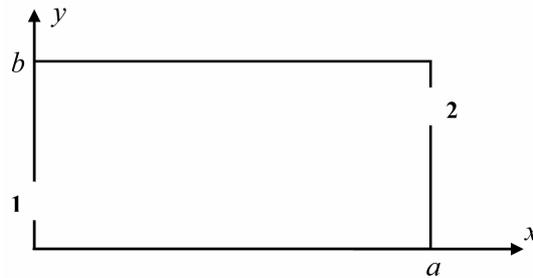
Уравнения движения жидкости с учетом горизонтальной турбулентной вязкости и уравнение неразрывности имеют вид [4]

$$\frac{du}{dt} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_L \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где t – время; u и v – составляющие скорости по осям x и y соответственно; f – параметр Кориолиса; ζ – возвышение свободной поверхности; g – ускорение силы тяжести; A_L – горизонтальный коэффициент турбулентной вязкости. В уравнениях движения (2), (3) используется полная производная по времени.



Р и с. 1. Схема бассейна

Ставятся следующие краевые условия:

в проливах

$$u_1 = u(0, y, t) = u_{01} \cos^2 \left(\frac{\pi(y - b_1)}{2l_1} \right) \sin \sigma, \quad v_1 = v(0, y, t) = 0, \quad b_1 - l_1 < y < b_1 + l_1, \quad (5)$$

$$u_2 = u(a, y, t) = u_{02} \cos^2 \left(\frac{\pi(y - b_2)}{2l_2} \right) \sin \sigma, \quad v_2 = v(a, y, t) = 0, \quad b_2 - l_2 < y < b_2 + l_2,$$

на твердых стенках

$$u = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq b_1 - l_1, & b_1 + l_1 \leq y \leq b, & x = 0, \\ 0 \leq y \leq b_2 - l_2, & b_2 + l_2 \leq y \leq b, & x = a, \end{cases} \quad (6)$$

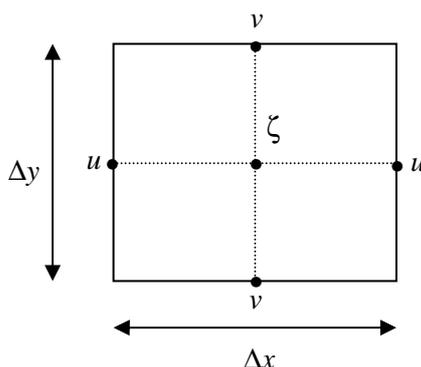
$$v = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad 0 \leq x \leq a, \quad y = 0, \quad y = b,$$

здесь индексы 1, 2 соответствуют номеру пролива; $u_{01,02}$ – максимальное значение скорости в проливе; $b_{1,2}$ – y -координата центра пролива; $2l_{1,2}$ – ширина пролива; σ – частота.

В начальный момент времени возмущения свободной поверхности отсутствуют и скорость равна нулю:

$$u(x, y, 0) = v(x, y, 0) = \zeta(x, y, 0) = 0. \quad (7)$$

Численная модель. Дифференциальная система уравнений (2) – (4) аппроксимируется полунявной конечно-разностной схемой второго порядка точности по времени и пространству на сетке C (в терминологии работы [5]), т.е. значение уровня рассчитывается в центре ячейки, а скорости – на ее боковых границах (рис. 2). При аппроксимации по времени использовалась известная схема «чехарда». Область интегрирования разбивалась на ячейки с горизонтальными размерами $\Delta x = 2$ км, $\Delta y = 1$ км. При краевых условиях (6) (непротекание для нормальной компоненты и скольжение для касательной компоненты скорости) вязкий пограничный слой заменяется на инерционный, который воспроизводится при выбранных шагах по горизонтали [6].

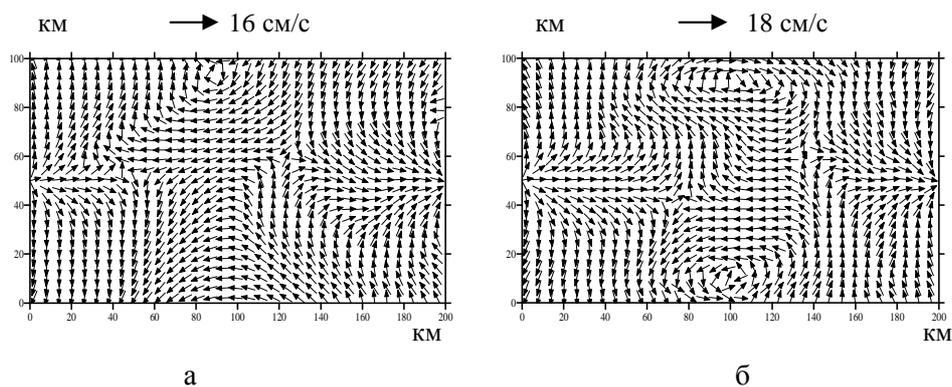


Р и с. 2. Схема ячейки расчетной сетки

Колебания скорости в проливах (5) задавались с периодами 12 и 24 ч, величина A_L принималась равной $0,1 \text{ м}^2/\text{с}$, параметр Кориолиса соответствовал значению на 47° с. ш. Были выбраны следующие параметры бассейна: $a = 200$ км, $b = 100$ км, $(h_1 + h_0) = 200$ м. Высота стенки (минимальная глубина) принималась равной глубине пролива, 20 м. Была проведена серия расчетов в зависимости от положения проливов и рельефа дна:

- эксперимент 1 – симметричные проливы одинаковой ширины и постоянная глубина бассейна;
- эксперимент 2 – симметричные проливы одинаковой ширины и переменная глубина бассейна;
- эксперимент 3 – несимметричные проливы разной ширины и постоянная глубина бассейна;
- эксперимент 4 – несимметричные проливы разной ширины и переменная глубина бассейна.

Численный эксперимент. Рассмотрим результаты расчетов. На рис. 3 – 5 приведены поля скорости в установившемся режиме. Анализ показал, что время приспособления течений к краевым условиям наступает при $t \geq 5\tau$, где τ – период волны.



Р и с. 3. Поля скоростей для первого (а) и второго (б) экспериментов

В экспериментах 1, 2 рассматривалось симметричное расположение проливов в бассейне с ровным и неровным дном. Характеристики проливов приведены в табл. 1, поля скоростей – на рис. 3 в момент времени $t = 146$ ч. При постоянной глубине бассейна течения имеют струйный характер и вихри в поле скорости отсутствуют. В период смены знака скорости в проливах течение в бассейне меняет направление и при этом наблюдается формирование области положительной и отрицательной завихренности (рис. 3, а). Среднее значение скорости в бассейне равно 16 см/с.

Т а б л и ц а 1

Характеристики проливов в экспериментах 1 и 2

Номер пролива	Координаты центра пролива (x, y), км	Ширина пролива, км	u_0 , м/с
1	(0, 50)	3	0,5
2	(200, 50)	3	0,5

На рис. 3, б представлено поле скорости для второго расчета (переменная глубина) при $t = 146$ ч. В отличие от эксперимента 1 при одинаковых характеристиках проливов у стенок бассейна образуются два вихря: у северной границы наблюдается антициклонический вихрь, у южной – циклонический. Эксперимент 2 показал, что вихри возникают каждые полпериода, время их существования ~ 1 ч, орбитальные скорости ~ 10 см/с, средняя скорость в бассейне 18 см/с. Из рис. 3, б видно, что размеры вихрей значительно отличаются. Циклонический круговорот имеет размер ~ 40 км, антициклонический – 80 км. Такие отличия можно объяснить действием силы Кориолиса, которая учитывается в уравнениях движения. Это предположение подтверждается результатом дополнительного эксперимента, в котором в отличие от эксперимента 2 параметр Кориолиса был постоянным. В обоих вариантах,

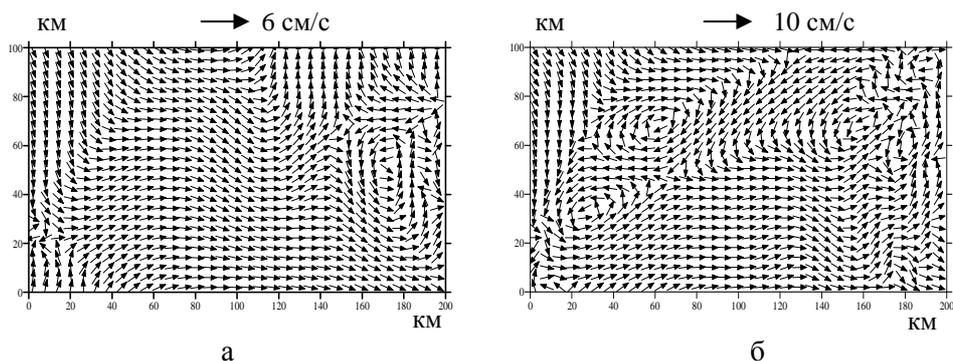
когда скорость в проливе максимальна, формируются струйные течения. В эксперименте 2, когда скорость минимальна, возникают вихри (рис. 3, б).

Рассмотрим случай несимметричного расположения проливов (табл. 2). На рис. 4 показаны поля скоростей течений для экспериментов 3, 4 при $t = 133$ ч. Видно (рис. 4, а), что в эксперименте 3 возле восточной границы бассейна при смене знака скорости в соответствии с (5) формируется вихрь. В данном случае он наблюдается только в районе пролива 2. Отметим, что скорость в этом проливе меньше, чем в первом. Время жизни вихря ~ 1 ч, орбитальная скорость не превышает 6 см/с, диаметр – 20 км. На рис. 4, б представлено поле скорости в бассейне переменной глубины. В этом расчете вихри возникают по всей площади бассейна, их размеры меняются в диапазоне 10 – 60 км, время жизни $\sim 2,5$ ч, среднее значение скорости 10 см/с.

Т а б л и ц а 2

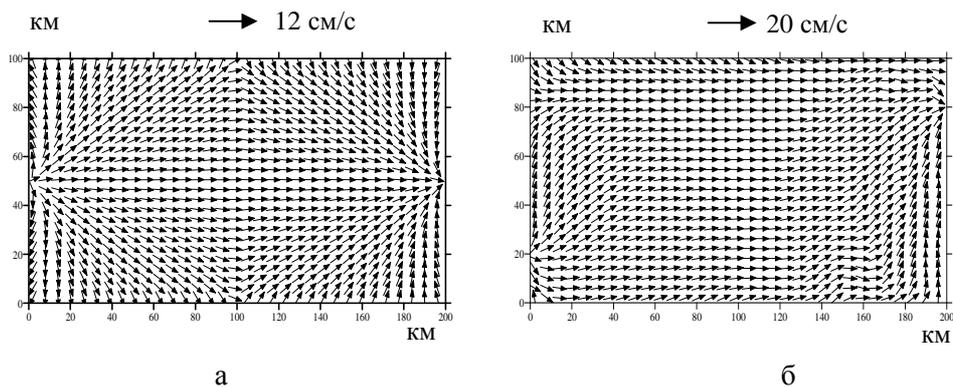
Характеристики проливов в экспериментах 3 и 4

Номер пролива	Координаты центра пролива (x, y), км	Ширина пролива, км	u_0 , м/с
1	(0, 20)	1,5	1
2	(200, 80)	3	0,5



Р и с. 4. Поля скоростей для третьего (а) и четвертого (б) экспериментов

Сравнивая поля скоростей в экспериментах 3 и 4, отметим, что при несимметричном положении проливов в бассейне возникают вихревые образования, которые носят периодический характер. Их время формирования пропорционально частоте смены знака скорости в проливе в соответствии с (5). При неровном дне вихри более интенсивные: их время жизни и размер увеличиваются. Когда скорость в проливах максимальна, в экспериментах 3 и 4 также наблюдается ярко выраженное струйное течение (рис. 5). Его направление совпадает с направлением скорости в проливе. Когда же скорость минимальна, возникают вихревые структуры.



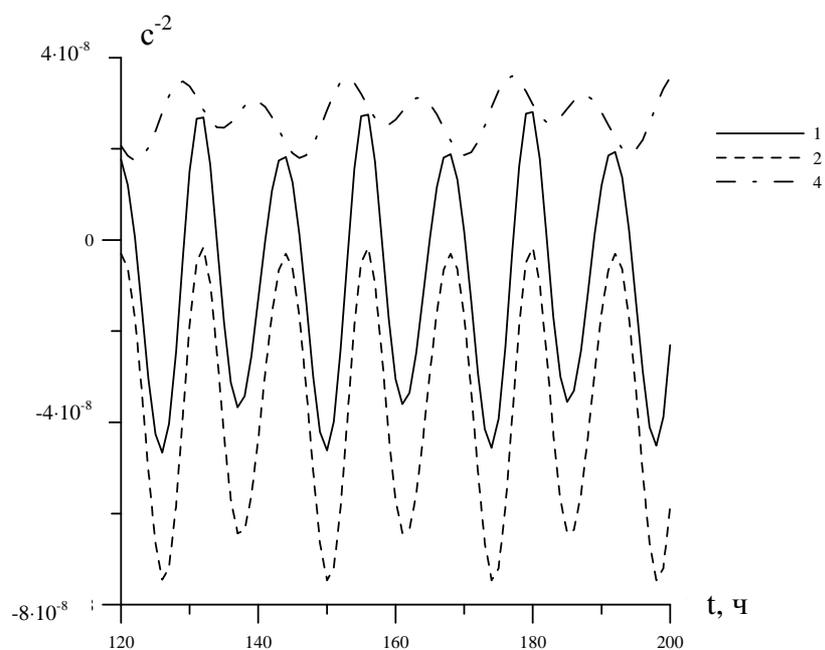
Р и с. 5. Поля скоростей для экспериментов 1, 2 (а) и 3, 4 (б)

Численный эксперимент показал, что наиболее интенсивные вихри наблюдаются в бассейне с переменным рельефом дна и проливами разной ширины. Они возникают по всей площади бассейна, когда скорость в проливах приближается к минимальному значению (рис. 4, б). Для исследования причин возникновения вихрей был проведен расчет баланса слагаемых в уравнении для абсолютного вихря скорости. С учетом (2), (3) оно имеет вид

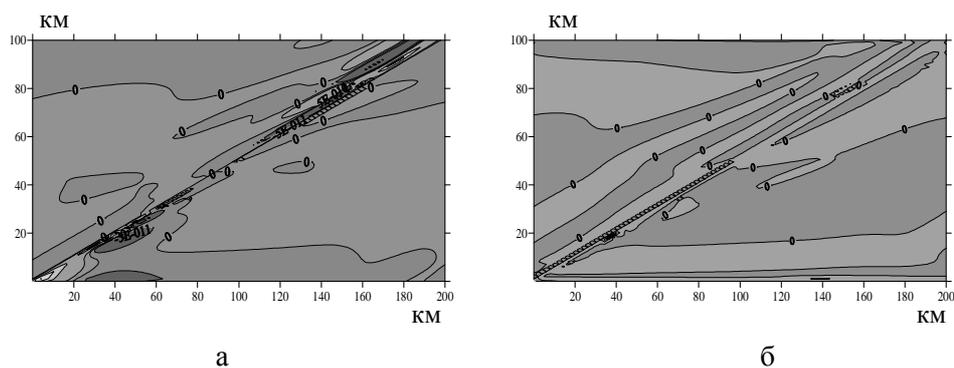
$$\underbrace{\frac{\partial \xi}{\partial t}}_1 = - \underbrace{\frac{\partial(\xi u)}{\partial x}}_2 - \underbrace{\frac{\partial(\xi v)}{\partial y}}_3 + A_L \underbrace{\left(\frac{\partial(\Delta v)}{\partial x} - \frac{\partial(\Delta u)}{\partial y} \right)}_4, \quad (8)$$

где $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f$.

По результатам численного эксперимента рассчитаны средние по поверхности (рис. 6, цифрами обозначены номера слагаемых) и пространственные (рис. 7, 8) распределения слагаемых в (8). Рассмотрим интегральные характеристики. Основной вклад в изменение завихренности дают второе и четвертое слагаемые в (8). Вклад третьего слагаемого незначителен и здесь не рассматривается. Таким образом, в образовании вихрей существенную роль играют меридиональная адвекция (второе слагаемое) и вязкость. Когда первое слагаемое в (8) положительно, в бассейне начинают образовываться вихри. При этом второе и четвертое слагаемые возрастают, но так как величина четвертого слагаемого больше, то их сумма положительна. Далее адвективное и вязкостное слагаемые уменьшаются, адвективное слагаемое приближается к своему минимальному значению. Когда их сумма принимает отрицательное значение, вихри исчезают и в бассейне начинает формироваться струйное течение.



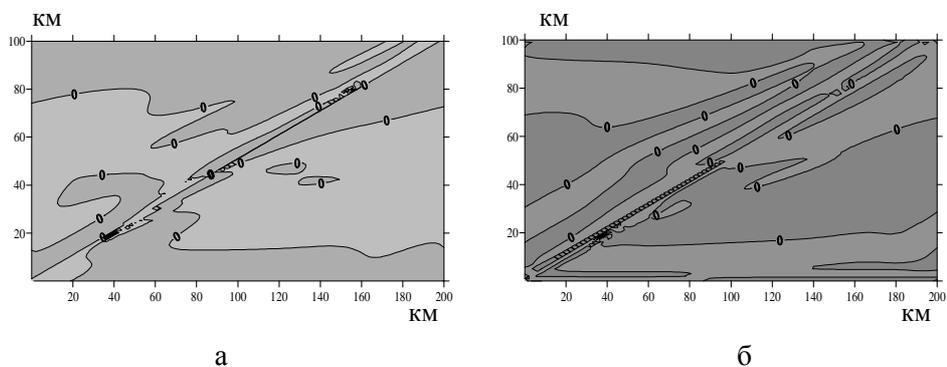
Р и с. 6. Интегральное распределение первого, второго и четвертого слагаемых в уравнении (8)



Р и с. 7. Пространственное распределение второго (а) и четвертого (б) слагаемых (c^{-2}) при наличии вихрей. Диапазон изменения второго слагаемого $-3,5 \cdot 10^{-10} \dots 5,5 \cdot 10^{-10}$, четвертого слагаемого $-2,2 \cdot 10^{-8} \dots 2,4 \cdot 10^{-8}$

Рассмотрим пространственное распределение слагаемых в уравнении (8). На рис. 7 показаны мгновенные значения второго и четвертого слагаемых, когда первое слагаемое максимально, т.е. в момент, когда вихри в бассейне наиболее интенсивны (133 ч). Наибольшие значения адвективного слагаемого наблюдаются в двух областях (рис. 7), которые расположены вдоль диагонали (светлые участки). Здесь значение на порядок выше, чем на периферии. Для вязкостного слагаемого иная картина. Таким образом, несмотря на то что величина второго слагаемого мала, его вклад может быть существенным.

На рис. 8 представлены мгновенные распределения второго и четвертого слагаемых в момент, когда в бассейне начинает устанавливаться струйное течение (137 ч). В это время значение первого слагаемого в (8) приближается к минимуму. В бассейне отсутствуют области больших пространственных градиентов для обеих исследуемых величин. В данном случае пространственное распределение вязкостного слагаемого качественно не отличается от существующего в вихревом режиме.



Р и с. 8. Пространственное распределение второго (*а*) и четвертого (*б*) слагаемых (с^2) при струйном течении. Диапазон изменения второго слагаемого $-3,2 \cdot 10^{-8} \dots 1,8 \cdot 10^{-8}$, четвертого слагаемого $-3,5 \cdot 10^{-7} \dots 4 \cdot 10^{-7}$

Рассматривая баланс слагаемых в уравнении вихря (8) для разных режимов, можно сказать, что основной вклад при образовании вихрей дают слагаемые 2 и 4. Их комбинация является определяющей. В бассейне устанавливается струйное течение, когда вязкостное слагаемое возрастает, а адвективное уменьшается.

Выводы. В работе выполнен сравнительный анализ результатов численных экспериментов при различном положении проливов с плоским и неровным дном. При одинаковых симметричных проливах в бассейне постоянной глубины формируются струйные течения, вихревые структуры не возникают. В бассейне переменной глубины с одинаковыми симметричными проливами периодически образуются вихри (диаметр ~ 20 км), время жизни которых ~ 1 ч, а орбитальная скорость не превышает 6 см/с. Несимметричное расположение проливов приводит к образованию вихрей независимо от вида рельефа дна. При этом наиболее интенсивные вихри возникают в бассейне с переменной глубиной. Их размер может достигать 60 км, время жизни увеличивается до 2,5 ч, а среднее значение орбитальной скорости – до 10 см/с.

Баланс членов в уравнении для абсолютного вихря показал, что основной вклад при образовании вихрей дают адвекция и вязкость. Если вязкостное слагаемое возрастает, а адвективное уменьшается и их сумма отрицательна, то устанавливается струйное течение. Если адвекция увеличивается, а вязкость уменьшается и их сумма положительна, в поле течений наблюдаются вихри.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Демьшев С.Г., Дымова О.А., Черкесов Л.В. Численное моделирование течений в бассейне переменной глубины с двумя проливами // Морской гидрофизический журнал. – 2007. – №4. – С. 3 – 12.
2. Демьшев С.Г., Дымова О.А. Влияние нелинейности при моделировании течений однородной жидкости в проточном бассейне // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2006. – С. 201 – 203.
3. Демьшев С.Г., Дымова О.А., Маркова Н.В., Черкесов Л.В. Исследование приливных волн и течений в бассейне с двумя проливами // Доповіді Національної академії наук України. – 2005. – № 11. – С.101 – 105.
4. Черкесов Л.В., Иванов В.А., Хартиев С.М. Введение в гидродинамику и теорию волн. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 264 с.
5. Arakawa A., Lamb V.R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equation // Monthly Weather Review. – 1981. – 109, № 1. – P. 18 – 36.
6. Каменкович В.М. Основы динамики океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1973. – 240 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 21.07.08
После доработки 05.08.08

АНОТАЦІЯ У рамках нелінійної теорії довгих хвиль з урахуванням горизонтальної турбулентної в'язкості і сили Коріоліса досліджується розвиток течій і вихорів в басейні змінної глибини з двома протоками. Задача розв'язується кількісно. Проводиться порівняльний аналіз результатів моделювання течії однорідної рідини з урахуванням положення проток і рельєфу дна. В басейні постійної глибини з симетричними протоками формуються тільки струминні течії. При несиметричних протоках періодично утворюються вихрові структури.

ABSTRACT Development of flows and eddies in a basin of variable depth with two straits is studied within the framework of non-linear theory of long waves with regard to turbulent viscosity and the Coriolis parameter. The problem is solved using numerical model. Comparative analysis of modeling of homogeneous fluid flows is carried out. The modeling results depend on the straits' location and the bottom relief. In the basin of constant depth and symmetric straits only jet flows are formed. Vortical structures arise periodically in the basin with asymmetrical straits.