

Исследование влияния рельефа дна на ветровую циркуляцию в двухслойном бассейне

Исследуется глубинная циркуляция в замкнутом бассейне с неровным дном. Учет стратификации рассмотрен на примере двухслойной модели, качественно описывающей термодинамику небольших морей и водоемов. Влияние рельефа дна выявляется методом сравнения рассчитанных скоростей течения в нижнем слое для бассейна с плоским дном и бассейна с параболическим рельефом. Показана интенсификация течения в нижнем слое для замкнутого бассейна при учете рельефа дна.

Ключевые слова: ветровая циркуляция, влияние рельефа дна.

Введение. Данное исследование мотивировано недавними наблюдениями глубинной циркуляции Черного моря с использованием всплывающих буев [1]. Скорость наблюдаемых глубинных течений в Черном море в среднем была равна 1 – 3 см/с, иногда она доходила до 7 см/с. В ходе эксперимента было запущено три буя – на глубине пикноклина 200 м, в промежуточном слое 750 м и в глубинном слое 1550 м. Данные, полученные с первого буя, указывают на активную роль мезомасштабных вихрей в динамике верхнего слоя моря. Скорость течения здесь достигала 15 см/с вдоль оси Основного Черноморского течения. Данные с буев на глубине промежуточного слоя 750 м и горизонте 1550 м также указывают на влияние мезомасштабных вихрей на течения, хотя скорость здесь в основном не превышала 5 см/с. Кроме того, характерная траектория буя на глубине 1550 м до захвата его мезомасштабным вихрем проходила вдоль изолиний функции f/H , что указывает на существенное влияние рельефа дна на придонные течения. Наблюдаемая циркуляция во всей толще моря была циклонической без изменения направления у дна, как это имеет место в океане. Таким образом, проведенный эксперимент дает новое представление о глубинной циркуляции в Черном море, т. к. ранее предполагалось, что течения в глубинной части этого бассейна должны быть очень слабыми. Слабая циркуляция в глубинных слоях не вызвала сомнения, т. к. Черное море имеет резко выраженный мелкий пикноклин [2]. Следовательно, если аппроксимировать стратификацию двухслойной моделью, то течение в нижнем слое должно быть намного слабее, чем в верхнем. Учет влияния рельефа дна на циркуляцию исследован в задачах применительно к океаническим масштабам [3] – [5] и типам рельефа дна. Менее исследованы течения в замкнутых бассейнах, где влияние рельефа может приводить к качественным изменениям структуры глубинной циркуляции. Отметим в этой связи результаты работы [6], в которой проведено аналитическое исследование влияния меридионального наклона дна на глубинные течения. Было показано, что такие наклоны могут приводить к существенной перестройке течений в поверхностных и глубинных слоях, а также значительно интенсифицировать глубинные течения в замкнутом бассейне.

© И.И. Карпатович, 2011

В данной работе предлагается двухслойная модель, объясняющая интенсификацию глубинной циркуляции в замкнутом бассейне с котловинным типом рельефа дна. Двухслойная модель хорошо описывает циркуляцию Черного моря, имеющего резко выраженный пикноклин. В рамках численного эксперимента удастся показать интенсификацию течения в нижнем слое, центральной и юго-западной частях бассейна, что соответствует наблюдениям глубинных течений с помощью всплывающих буйев.

Уравнения движения. Рассмотрим стационарную ветровую циркуляцию в двухслойном бассейне с глубиной $H(x, y)$, используя простейшую двухслойную линейную модель:

$$-f v_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + A_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$f u_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + A_1 \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$-f v_2 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - g_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + A_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}, \quad (4)$$

$$f u_2 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - g_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} + A_2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Здесь $u_{1,2}$, $v_{1,2}$, $w_{1,2}$ – зональные, меридиональные и вертикальные составляющие скорости течения в верхнем и нижнем слоях; ζ_1 и ζ_2 – уровень моря и отклонение поверхности раздела слоев; $f = f_0 + \beta y$ – параметр Кориолиса; $g_1 = g \frac{\Delta \rho}{\rho}$; $\Delta \rho$ – разница плотности слоев; A_1, A_2 – коэффициенты вертикального турбулентного обмена в верхнем и нижнем слоях.

Граничные условия для уравнений (1) – (6) следующие:

при $z = 0$

$$A_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho}, \quad A_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho}, \quad w_1 = 0; \quad (7)$$

при $z = h_0$

$$A_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = -k_1 (\bar{u}_1 - \bar{u}_2), \quad A_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -k_1 (\bar{v}_1 - \bar{v}_2),$$

$$A_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = A_1 \frac{\partial u_1}{\partial z}, \quad A_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} = A_1 \frac{\partial v_1}{\partial z}, \quad (8)$$

$$w_1 = w_2 = 0;$$

при $z = H$

$$A_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = -k_2 \bar{u}_2, \quad A_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} = -k_2 \bar{v}_2, \quad (9)$$

$$w_2 = u_2 \frac{\partial H}{\partial x} + v_2 \frac{\partial H}{\partial y}.$$

Здесь τ_x и τ_y – составляющие тангенциального напряжения ветра; k_1, k_2 – коэффициенты трения между слоями и о дно моря; $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_1, \bar{v}_2$ – средние скорости течений в верхнем и нижнем слоях, определяемые выражениями

$$(\bar{u}_1, \bar{v}_1) = \frac{1}{h_0} \int_0^{h_0} (u_1, v_1) dz, \quad (\bar{u}_2, \bar{v}_2) = \frac{1}{H-h_0} \int_{h_0}^H (u_2, v_2) dz.$$

На поверхности моря и границе раздела слоев полагаем вертикальную скорость равной нулю, что допустимо ввиду линейности задачи и малости ζ_1 и ζ_2 по сравнению с толщинами слоев. Интегрируя уравнения (1) – (6) по вертикали в пределах каждого слоя, с учетом граничных условий (7) – (9) получим:

$$-f \bar{v}_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{\tau_y}{\rho h_0} - \frac{k_1}{h_0} (\bar{u}_1 - \bar{u}_2), \quad (10)$$

$$f \bar{u}_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + \frac{\tau_x}{\rho h_0} - \frac{k_1}{h_0} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2), \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial y} = 0, \quad (12)$$

$$-f \bar{v}_2 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - g_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - \frac{k_2}{H-h_0} \bar{u}_2 + \frac{k_1}{H-h_0} (\bar{u}_1 - \bar{u}_2), \quad (13)$$

$$f \bar{u}_2 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - g_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} - \frac{k_2}{H-h_0} \bar{v}_2 + \frac{k_1}{H-h_0} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2), \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \bar{u}_2 (H-h_0) + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}_2 (H-h_0) = 0. \quad (15)$$

Стандартный вид уравнений неразрывности (12) и (15) позволяет ввести интегральные функции тока в верхнем и нижнем слоях по формулам

$$\bar{v}_1 h_0 = \frac{\partial \psi_1}{\partial x}, \quad \bar{u}_1 h_0 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial y}, \quad (16)$$

$$\bar{v}_2 (H - h_0) = \frac{\partial \psi_2}{\partial x}, \quad \bar{u}_2 (H - h_0) = -\frac{\partial \psi_2}{\partial y}. \quad (17)$$

Исключая перекрестным дифференцированием наклоны уровня ζ_1 и ζ_2 в формулах (10), (11) и (13), (14), с учетом (16), (17) получим:

$$\beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = \frac{\text{rot}_z \Phi}{\rho} - \frac{k_1}{h_0} \Delta \psi_1 + \frac{k_1}{H - h_0} \Delta \psi_2 - \frac{k_1}{(H - h_0)^2} I_1(\psi_2, H), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - \frac{f}{H - h_0} I(\psi_2, H) &= -\frac{k_1 + k_2}{H - h_0} \Delta \psi_2 + \frac{k_1}{h_0} \Delta \psi_1 + \\ &+ \frac{2(k_1 + k_2)}{(H - h_0)^2} I_1(\psi_2, H) - \frac{k_1}{(H - h_0) h_0} I_1(\psi_1, H). \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $\text{rot}_z \tau = \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}$, $I(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x}$,

$$I_1(a, b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial y}.$$

На границах бассейна поставим интегральное условие непротекания, которое сводится к равенству нулю функций тока в верхнем и нижнем слоях на границе области интегрирования. Будем интегрировать численно систему уравнений (18), (19) в прямоугольном бассейне (размером x_0 по долготе и y_0 по широте) с котловинным профилем рельефа дна, качественно моделирующим Черное море.

Полагаем $x_0 = 1000$ км, $y_0 = 300$ км, $h_0 = 150$ м, $H_0 = 2$ км,
 $H = H_0 + \Delta H_0 \left(1 - \frac{(x - x_0/2)^2}{x_0^2/4}\right) \left(1 - \frac{(y - y_0/2)^2}{y_0^2/4}\right)$, $\tau_y = 0$, $\tau_x = \tau_0 \cos \frac{\pi y}{y_0}$,
 $\tau_0 = 0,008$ Н/м², $k_1 = 10^{-4}$ м/с, $k_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ м/с, $f_0 = 10^{-4}$ с⁻¹,
 $\beta = 1,6 \cdot 10^{-11}$ м⁻¹ · с⁻¹, $\rho = 10^3$ кг · м⁻³. В качестве масштаба длины выберем $L = 20$ км, близкий к радиусу деформации первой бароклинной моды Россби, масштаб скорости течений $U = 1$ см/с. Переходя в системе уравнений (18), (19) к безразмерным переменным, получим:

$$\begin{aligned} \beta_0 \frac{\partial \psi'_1}{\partial x'} &= T_0 \text{rot}_z \tau' - r_1 (\Delta \psi'_1 - \Delta \psi'_2 / (1 + \alpha H')) + \\ &+ \frac{\alpha}{(1 + \alpha H')^2} I_1(\psi'_2, H'), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
& \beta_0 \frac{\partial \psi'_2}{\partial x'} - \frac{\beta_1 (1 + \alpha_1 y')}{1 + \alpha H'} I(\psi'_2, H') = \\
& = -(r_2 + r_{12}) \Delta \psi'_2 / (1 + \alpha H') + r_{12} \Delta \psi'_1 - \\
& - \frac{r_{12} \alpha}{(1 + \alpha H')} I_1(\psi'_1, H') + \frac{2(r_{12} + r_2) \alpha}{(1 + \alpha H')^2} I_1(\psi'_2, H'),
\end{aligned} \tag{21}$$

безразмерные параметры здесь следующие:

$$\begin{aligned}
T_0 &= \frac{\tau_0 L}{\rho h_0 U^2}, \quad \beta_0 = \beta \frac{L^2}{U}, \quad \alpha = \frac{\Delta H_0}{(H_0 - h_0)}, \\
r_1 &= \frac{k_1 L}{h_0 U}, \quad r_2 = \frac{k_2 L}{(H_0 - h_0) U}, \\
r_{12} &= \frac{k_1 L}{(H_0 - h_0) U}, \quad \beta_1 = \frac{f_0 L \alpha}{U}, \quad \alpha_1 = \frac{\beta L}{f_0}.
\end{aligned}$$

Основным параметром, определяющим режим циркуляции в нижнем слое бассейна, является α .

Метод интегрирования системы уравнений (20), (21). Для интегрирования системы уравнений (20), (21) введем в прямоугольной области равномерную сетку по координатам x и y с шагом h :

$$\begin{aligned}
\varphi(x, y) &\rightarrow \varphi(x_i, y_j), \quad x_i = ih, \quad y_j = jh, \\
h &= x_0 / N = y_0 / M, \quad 0 \leq i \leq N, \quad 0 \leq j \leq M.
\end{aligned}$$

В каждом из слоев определим функции вихря:

$$z_1 = \Delta \psi_1, \tag{22}$$

$$z_2 = \Delta \psi_2. \tag{23}$$

Дифференциальные операторы заменим следующими конечно-разностными аппроксимациями, обеспечивающими второй порядок точности по пространственным координатам:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi}{\partial x} &\rightarrow \frac{\varphi^{i+1,j} - \varphi^{i-1,j}}{2h}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rightarrow \frac{\varphi^{i,j+1} - \varphi^{i,j-1}}{2h}, \\
\Delta \varphi &\rightarrow \frac{\varphi^{i+1,j} + \varphi^{i-1,j} + \varphi^{i,j+1} + \varphi^{i,j-1} - 4\varphi^{i,j}}{h^2}.
\end{aligned}$$

На границе прямоугольной области функция тока полагается равной нулю. Определим следующий двухшаговый итерационный процесс. На первом шаге из уравнений (20), (21) находим функции вихря z_1 и z_2 во внутренних точках сетки. На втором шаге из уравнений Пуассона (22), (23) находим

новое приближенное значение функции тока в каждом из слоев по методу верхней релаксации:

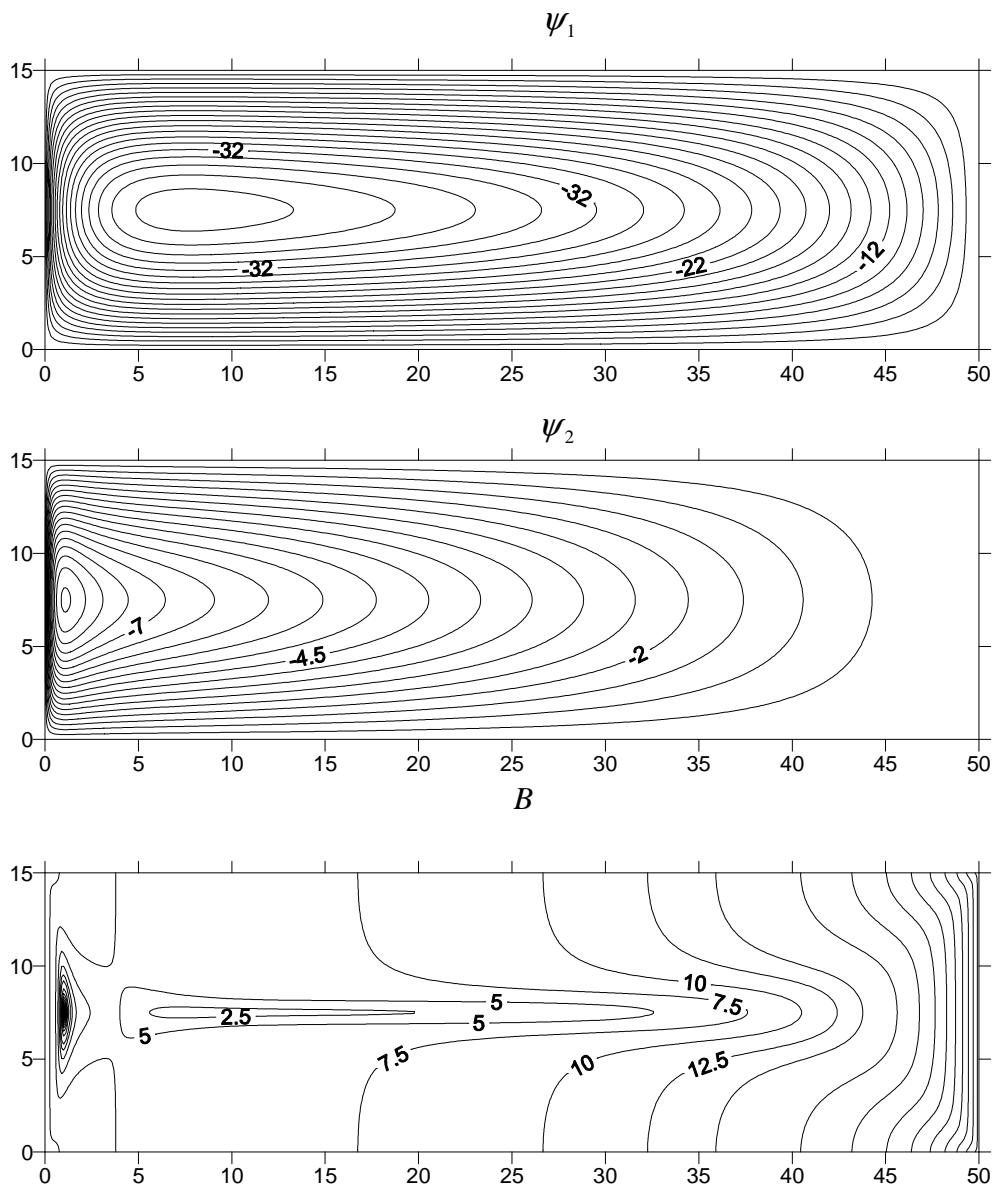
$$\bar{\psi}_k^{i,j} = \psi_k^{i,j} + \frac{\mu_k}{4} (\psi_k^{i+1,j} + \psi_k^{i-1,j} + \psi_k^{i,j+1} + \psi_k^{i,j-1} - 4\psi_k^{i,j} - z_k^{i,j} h^2), \quad k=1, 2.$$

Новые значения функций тока $\bar{\psi}_{1,2}$ используем для вычисления новых приближений $z_{1,2}$ из уравнений (20), (21) и т. д. Параметры релаксации $\mu_{1,2}$ подбираются эмпирически так, чтобы была сходимость итераций. Вычисления заканчивались после выполнения в каждом узле сетки условия $|\bar{\psi} / \psi - 1| \leq \varepsilon$, где ε – малый параметр.

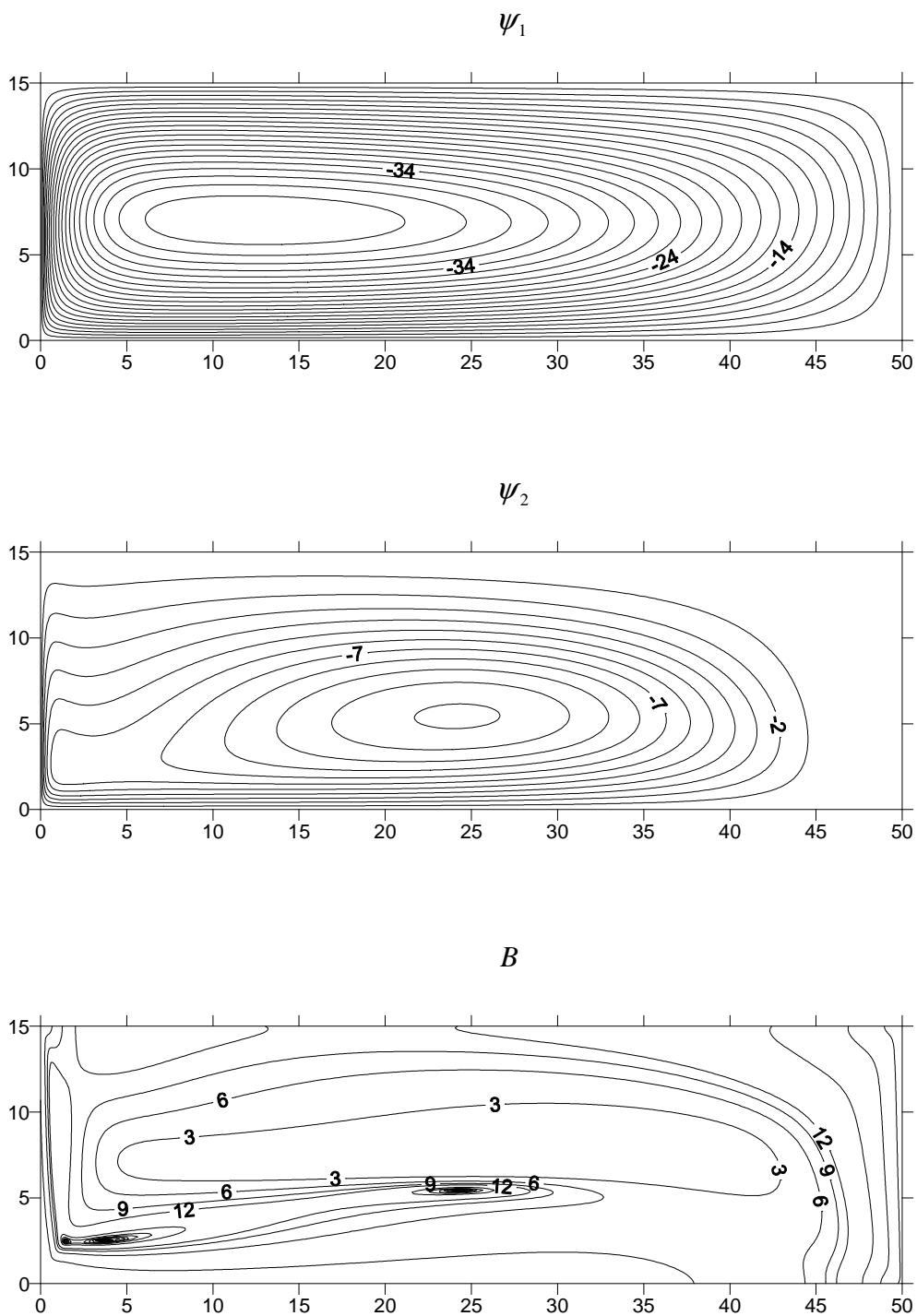
Система уравнений (20), (21) интегрировалась вышеуказанным методом при различных значениях параметра ΔH_0 : $\Delta H_0 = 0$ (плоское дно), $\Delta H_0 = 100$ м, $\Delta H_0 = 150$ м (рис. 1 – 3) с шагом 2 км на сетке 500×150 узлов. Параметры μ_1 и μ_2 полагались равными 0,2, $\varepsilon = 10^{-7}$.

Обсуждение результатов расчета скорости течений. Проведение трех численных экспериментов дает представление о влиянии рельефа дна на характер циркуляции в замкнутом бассейне. При плоском рельефе дна имеет место ярко выраженный пограничный слой у западного берега моря (рис. 1). Скорость течения наиболее интенсивна в западном пограничном слое (в верхнем слое ~ 51 см/с, в нижнем ~ 28 см/с), в юго-западной, северо-западной, южной и северной частях бассейна (в верхнем слое ~ 8 см/с, в нижнем ~ 1 см/с), менее интенсивна в центральной (в верхнем слое ~ 1 см/с, в нижнем $\sim 0,2$ см/с) и восточной (в верхнем слое ~ 3 см/с, в нижнем $\sim 0,1$ см/с) областях. При учете рельефа дна в обоих слоях происходит изменение режима циркуляции, причем в нижнем слое скорости течения становятся близкими к изолиниям функции f/H (рис. 2, 3). При значении параметра $\Delta H_0 = 100$ м скорость течения в западном погранслое ослабевает в верхней части моря до ~ 39 см/с, в нижней части до ~ 20 см/с; под воздействием рельефа дна она усиливается в южной части бассейна (в верхнем слое ~ 9 см/с, в нижнем ~ 4 см/с), в юго-западной части (в верхнем слое ~ 11 см/с, в нижнем ~ 5 см/с), в центральной (в верхнем слое ~ 2 см/с, в нижнем ~ 1 см/с) и в северной части (до ~ 2 см/с – только в нижнем слое). При $\Delta H_0 = 150$ м скорость течения в западном погранслое ослабевает (в верхней части моря до ~ 37 см/с, в нижнем слое до ~ 17 см/с); под воздействием рельефа дна она усиливается в южной части (в верхнем слое ~ 10 см/с, в нижнем ~ 4 см/с), в юго-западной части (в верхнем слое ~ 12 см/с, в нижнем ~ 5 см/с), в центральной части (в верхнем слое ~ 2 см/с, в нижнем ~ 1 см/с) и в северной части (до ~ 2 см/с – только в нижнем слое). На течения

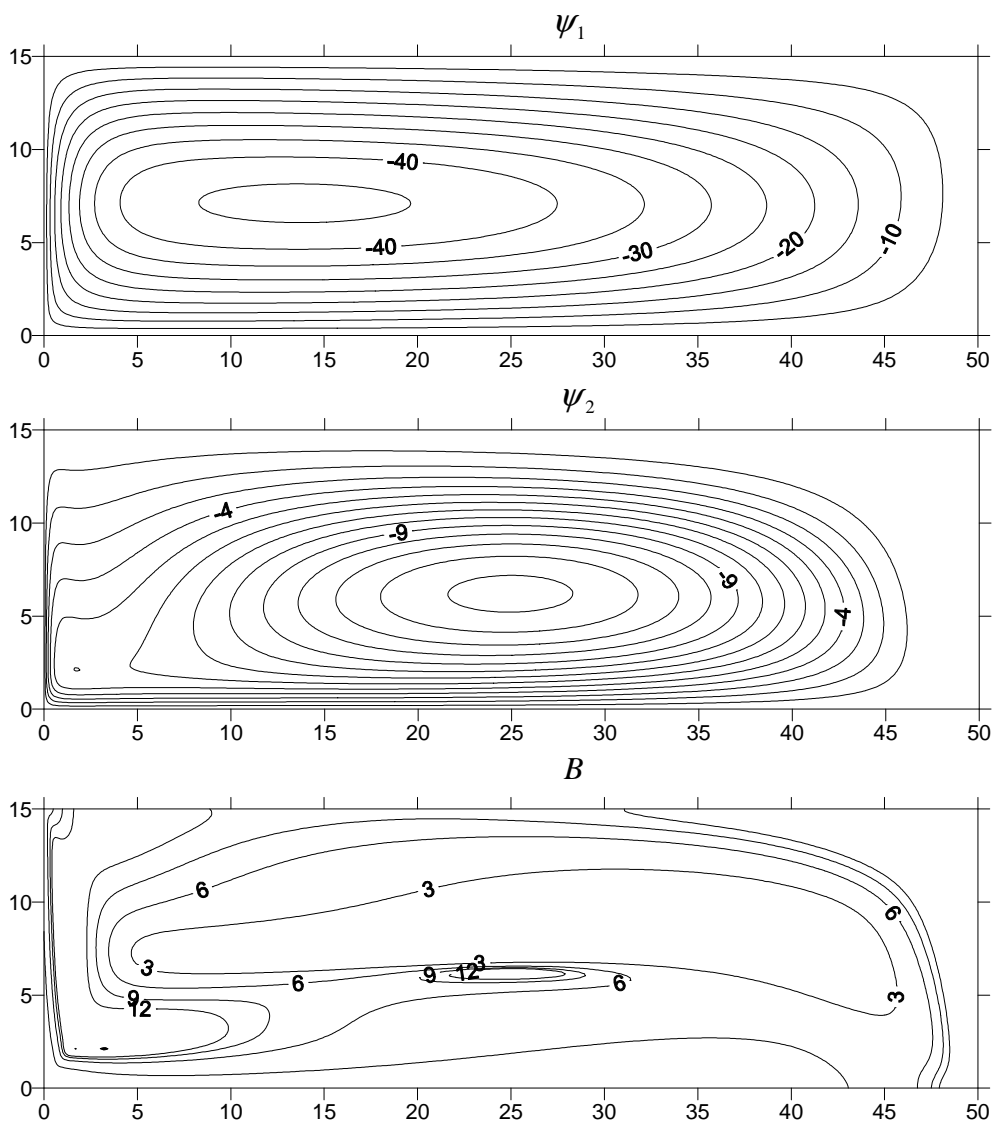
в северо-западной и восточной частях бассейна рельеф дна практически не влияет. Таким образом, с учетом рельефа дна течение усиливается в южной, северной (для нижнего слоя), юго-западной и центральной частях бассейна и ослабевает в западном погранслое. Вертикальная структура течений описывается функцией B , определяемой как отношение модулей вектора скорости течения в верхнем и нижнем слоях. Для значительной части бассейна функция B имеет структуру, близкую к баротропной. Бароклинная структура проявляется в западном погранслое, восточной части моря, а также в областях минимума функции ψ_2 (рис. 1 – 3).



Р и с. 1. Функция тока в верхнем и нижнем слоях и амплитудная структура при $\Delta H_0 = 0$



Р и с. 2. Функция тока в верхнем и нижнем слоях и амплитудная структура при $\Delta H_0 = 100$ м



Р и с. 3. Функция тока в верхнем и нижнем слоях и амплитудная структура при $\Delta H_0 = 150$ м

Выводы. Рассмотренная нами простейшая двухслойная модель без учета горизонтальной вязкости и нелинейных слагаемых дает качественное представление о влиянии рельефа дна на характер ветровой циркуляции для замкнутого двухслойного бассейна. В целом интегральная циркуляция в нижнем и верхнем слоях под влиянием рельефа дна усиливается (рис. 1 – 3), причем скорости течения в нижнем слое близки к изолиниям функции f/H . Течение у западного погранслоя несколько ослабевает; в центральной, южной и юго-западной частях бассейна оно усиливается как в верхнем, так и в нижнем слое. Последний факт подтверждается в эксперименте со всплывающими буйями.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Korotaev G., Oguz T., Riser S. Intermediate and deep currents of Black Sea obtained from autonomous profiling Floats // Deep-Sea Res. – 2006. – 2, № 53. – P. 1901 – 1910.
2. Korotaev G., Saenko O., Koblinsky C. Satellite altimetry observation of the Black Sea level // J. Geophys. Res. – 2001. – 106, № C1. – P. 917 – 933.
3. Саркисян А.С., Иванов В.Ф. Совместный эффект бароклинности и рельефа дна, как важный фактор в динамике морских течений // Изв. АН СССР. ФАО. – 1971. – 7, № 2. – С. 173 – 188.
4. Зырянов В.Н. Теория установившихся течений. – Л.: Гидрометеоздат, 1985. – 248 с.
5. Коротаев Г.К., Шапиро Н.Б. К вопросу о влиянии рельефа дна на океаническую циркуляцию (двухслойная модель) // Морские гидрофизические исследования. – Севастополь: МГИ АН УССР, 1971. – № 5. – С. 55 – 63.
6. Коротаев Г.К. Интенсификация глубинной циркуляции в мезомасштабном бассейне под влиянием рельефа дна // Морской гидрофизический журнал. – 2005. – № 2. – С. 3 – 10.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 01.04.10
После доработки 24.06.10

АНОТАЦІЯ Досліджується глибинна циркуляція у замкнутому басейні з нерівним дном. Урахування стратифікації розглянуте на прикладі двохшарової моделі, яка якісно описує термодинаміку невеликих морів і водоймищ. Вплив рельєфу дна виявляється методом порівняння розрахованих швидкостей течії в нижньому шарі для басейну з плоским дном і басейну з параболічним рельєфом. Показана інтенсифікація течії в нижньому шарі для замкнутого басейну при обліку рельєфу дна.

Ключові слова: вітрова циркуляція, вплив рельєфу дна.

ABSTRACT Deep-water circulation in a closed basin with uneven bottom is studied. Consideration of stratification is examined on the example of the two-layer model qualitatively describing thermodynamics of small seas and water basins. The topography effect is revealed by the method of comparison of the calculated flow velocities in the lower layer of the basin with flat bottom with those in the basin with parabolic relief. At consideration of bottom topography, the flow intensification in the lower layer of the closed basin is shown.

Keywords: wind circulation, effect of bottom relief.