

## Волновые потоки при учете турбулентной вязкости и диффузии на шельфе

Асимптотическим методом многомасштабных разложений исследуются нелинейные эффекты при распространении внутренних волн с учетом турбулентной вязкости и диффузии. В первом порядке малости по крутизне волны находится решение в линейном приближении, дисперсионное соотношение и декремент затухания волны. Во втором порядке малости по крутизне волны находится среднее течение, индуцированное волной за счет нелинейности, и вертикальная составляющая скорости стока дрейфа, которая при учете турбулентной вязкости и диффузии отлична от нуля. Определяются волновые потоки тепла и соли, обусловленные фазовым сдвигом колебаний температуры, солёности и вертикальной скорости в волне. Указанные потоки сравниваются с потоками, обусловленными вертикальной составляющей скорости стока дрейфа, анализируется их вклад в суммарный волновой перенос. Показано, что волновые потоки на шельфе возрастают с уменьшением глубины моря при неизменной амплитуде и частоте волны и могут превосходить соответствующие турбулентные потоки.

**Ключевые слова:** волновой поток, турбулентная вязкость, диффузия, стоков дрейф.

**Введение.** Вертикальный обмен в Черном море имеет важное значение в переносе примесей, взвеси, растворенных газов и органических веществ. Перенос по вертикали в морской среде осуществляется мелкомасштабными движениями, по установившимся представлениям, вертикальный обмен обусловлен турбулентностью. Природа морской турбулентности еще не до конца изучена. Известно несколько механизмов генерации мелкомасштабной турбулентности в стратифицированной толще моря. Это гидродинамическая неустойчивость течений, обрушение внутренних волн. Турбулентность имеет перемежаемый характер, и можно говорить об эффективном коэффициенте турбулентного обмена и о характерном масштабе турбулентных пятен в зависимости от локальных гидрологических условий (частоты плавучести, например [1 – 3]). С характерным масштабом турбулентных пятен (масштабом плавучести) связаны скорость диссипации турбулентной энергии и коэффициент вертикального турбулентного обмена [2, 3].

Влияние турбулентной вязкости и диффузии на внутренние волны рассматривалось в [4], где было показано, что внутренние волны затухают. Нелинейные эффекты при распространении пакетов внутренних волн проявляются в генерации средних на масштабе волны течений [5 – 7]. Вертикальная скорость индуцированного волной течения пропорциональна градиенту квадрата амплитуды и на переднем и заднем фронте пакета имеет разные знаки. Поэтому интегрального вертикального переноса индуцированным течением при прохождении волнового пакета не происходит. Однако, как будет показано в настоящей работе, при учете турбулентной вязкости и диффузии появляется фазовый сдвиг между колебаниями вертикальной скорости и плотности (температуры, солёности), отличный от  $\pi/2$ . За счет указанного фазово-

го сдвига вертикальный поток тепла  $\overline{u_3 T}$  отличен от нуля (здесь  $u_3$  – вертикальная скорость,  $T$  – волновое возмущение температуры, черта сверху означает осреднение по периоду волны). То же относится и к вертикальному волновому потоку соли. Эти потоки пропорциональны квадрату амплитуды волны. Ниже будет показано, что при учете турбулентной вязкости и диффузии отлична от нуля вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа, которая тоже вносит свой вклад в волновой тепломассоперенос. Представляет интерес сравнить волновые потоки с турбулентными для типичных амплитуд внутренних волн на шельфе Черного моря.

**Постановка задачи.** В приближении Буссинеска рассматриваются свободные внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии. Асимптотическим методом многомасштабных разложений исследуются нелинейные эффекты при распространении этих волн. В первом порядке малости по крутизне волны  $\varepsilon$  находятся решения линейного приближения, дисперсионное соотношение и декремент затухания волны на турбулентности. Определяются пограничные решения у дна и свободной поверхности. Во втором порядке малости по крутизне волны находится среднее течение, индуцированное волной за счет нелинейности после осреднения уравнений движения по периоду волны. Определяются вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа и волновые потоки тепла и соли.

Введем безразмерные переменные по следующим формулам (волнистой чертой сверху обозначены размерные физические величины):

$$\tilde{t} = \frac{t}{\omega_*}, \quad \tilde{k} = \frac{k}{H}, \quad \tilde{\omega} = \omega_* \omega, \quad \tilde{u}_1 = u_1 H \omega_*, \quad \tilde{u}_3 = u_3 H \omega_*, \quad \tilde{P} = \bar{\rho}_0 H^2 \omega_*^2 P,$$

$$\tilde{\rho} = \rho_0 \omega_*^2 \frac{H \rho}{g}, \quad \tilde{x}_i = H x_i, \quad \tilde{K}_i = K_i \mu, \quad \tilde{M}_i = M_i \mu \quad (i=1, 3).$$

Система уравнений гидродинамики для волновых возмущений в безразмерных переменных в приближении Буссинеска имеет вид:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_1} + K_1 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + K_3 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_3} + K_1 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + K_3 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} - \rho, \quad (1б)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = M_1 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_1^2} + M_3 \varepsilon_2^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_3^2} - u_3 \frac{d\rho_0}{dx_3}, \quad (1в)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1г)$$

здесь  $g$  – ускорение силы тяжести;  $x_1, x_3$  – горизонтальная и вертикальная координаты, вертикальная ось направлена вверх;  $\rho$  и  $P$  – волновые возму-

щения плотности и давления;  $\rho_0$  – невозмущенная средняя плотность воды;  $u_1, u_3$  – горизонтальная и вертикальная компоненты волновых возмущений скорости;  $K_1, K_3, M_1, M_3$  – горизонтальные и вертикальные коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии соответственно, которые предполагаются постоянными;  $H$  – глубина моря;  $\omega_*$  – характерная частота волны;

$\varepsilon_2^2 = \frac{\mu}{H^2 \omega_*}$  – малый параметр, пропорциональный значению горизонтальной

турбулентной вязкости. В [7] полагалось, что эффекты турбулентной вязкости настолько слабы, что крутизна волны  $\varepsilon \sim \varepsilon_2$ . Мы же, наоборот, предполагаем, что  $\varepsilon \ll \varepsilon_2$ , это означает, что временной масштаб огибающей пакета определяется характерным временем диссипации волны на турбулентности. Ясно, что в этом случае структура индуцированных за счет нелинейности средних течений изменяется [8].

Граничные условия на свободной поверхности – кинематическое и динамические [9]:

$$\frac{d\zeta_3}{dt} = u_3, \quad -P + g_1 \zeta_3 + 2\varepsilon_2^2 K_3 \frac{du_3}{dx_3} = 0, \quad K_3 \frac{du_1}{dx_3} + K_1 \frac{du_3}{dx_1} = 0, \quad (2)$$

здесь  $\zeta_3$  – возвышение свободной поверхности;  $g_1 = \frac{g}{\omega_*^2 H}$ . Последние два

условия определяют отсутствие нормальных и тангенциальных напряжений. На дне примем условие прилипания:

$$u_3(-1) = 0, \quad u_1(-1) = 0. \quad (3)$$

Граничные условия по плотности первого рода (постоянство плотности на границе) имеют вид:

при  $x_3 = 0$

$$\rho(0) + \zeta_3 \frac{\partial \rho_0}{\partial x_3} + \zeta_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0, \quad (4a)$$

при  $x_3 = -1$

$$\rho(-1) = 0. \quad (4б)$$

Следуя методу асимптотических многомасштабных разложений, решение исходной системы уравнений (1) будем искать в виде асимптотического ряда [5]:

$$\psi = \sum_{n=1} \varepsilon^n \psi_n(\xi, \tau, z, \theta), \quad \rho = \sum_{n=1} \varepsilon^n \rho_n(\xi, \tau, z, \theta), \quad (5)$$

где  $\psi(x_1, x_3, t)$  – функция тока, которая определяет поле волновых скоростей

( $\frac{\partial \psi}{\partial x_3}$  – горизонтальная скорость,  $-\frac{\partial \psi}{\partial x_1}$  – вертикальная скорость);  $\tau = \varepsilon^2 t$ ;

$\xi = \varepsilon^2 x_1$ ;  $\theta$  – фаза волны ( $\theta$  – быстрая,  $\xi$  и  $\tau$  – медленные переменные).  
 Волновое число и частота определяются по формулам  $k = \frac{\partial \theta}{\partial x_1}$ ,  $\omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t}$ .

Волновые возмущения функции тока  $\psi_1$  и плотности  $\rho_1$  в линейном приближении представим в виде

$$\psi_1 = A(\xi, \tau) \varphi_1(x_3) e^{i\theta} + \text{к.с.}, \quad \rho_1 = A(\xi, \tau) n_1(x_3) e^{i\theta} + \text{к.с.}, \quad (6)$$

здесь к.с. – комплексно-сопряженные слагаемые. Подставляя (6) в (1), получим уравнения для  $\varphi_1(x_3)$  и  $n_1(x_3)$ :

$$\begin{aligned} & \left( i\omega - k^2 M_1 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left( M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \left[ k^2 \left( k^2 K_1 \varphi_1 - \frac{d}{dx_3} \left( K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} \right) \right) + \frac{d}{dx_3} \left( -k^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{d}{dx_3} \left( K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) \right) \right] \varepsilon_2^2 - i \varepsilon_2^2 \omega \left( k^2 M_1 - \frac{d}{dx_3} \left( M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) \left( -k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 = \\ & = \omega^2 \left( -k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 - k^2 \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\left( i\omega - k^2 M_1 \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left( M_3 \frac{d}{dx_3} \right) \right) n_1 = -ik \frac{d\rho_0}{dx_3} \varphi_1. \quad (7b)$$

Из граничных условий (2), (3) получим с точностью до  $\varepsilon^1$ :

на свободной поверхности при  $x_3 = 0$

$$\frac{kg_1}{\omega} \varphi_1 - \frac{\omega}{k} \frac{d\varphi_1}{dx_3} - ik \varepsilon_2^2 K_1 \frac{d\varphi_1}{dx_3} + ik^{-1} \varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left( K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} \right) - 2ik \varepsilon_2^2 K_3 \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0, \quad (8a)$$

$$K_3 \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + K_1 k^2 \varphi_1 = 0, \quad (8b)$$

на дне при  $x_3 = -1$

$$\varphi_1 = \frac{d\varphi_1}{dx_3} = 0. \quad (8b)$$

Граничные условия для функции  $n_1$  имеют вид:

на свободной поверхности при  $x_3 = 0$

$$n_1(0) + \frac{k}{\omega_{01}} \varphi_1(0) \frac{d\rho_0}{dx_3} = 0, \quad (9a)$$

на дне при  $x_3 = -1$

$$n_1(-1) = 0. \quad (9b)$$

Уравнение (7а) имеет малый параметр при старшей производной. Следуя [9, 10], это уравнение при малом  $\varepsilon_2$  будем решать асимптотическим методом Люстерника – Вишика, разлагая  $\varphi_1, n_1, \omega$  в ряды:

$$\varphi_1(x_3) = \sum_{i=0} \varphi_{1i}(x_3) \varepsilon_2^i + \varepsilon_2 \sum_{i=0} v_i^1 \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} v_i^0 \varepsilon_2^i, \quad (10a)$$

$$n_1 = \sum_{i=0} n_{1i}(x_3) \varepsilon_2^i + \varepsilon_2 \sum_{i=0} w_i^1 \varepsilon_2^i + \varepsilon_2^2 \sum_{i=0} w_i^0 \varepsilon_2^i, \quad (10б)$$

$$\omega = \omega_{01} + \varepsilon_2 \omega_{02} + \varepsilon_2^2 \omega_{03} + \dots, \quad (10в)$$

где  $v_i^1((1+x_3)/\varepsilon_2), w_i^1((1+x_3)/\varepsilon_2)$  – погранслойные решения в окрестности дна;  $v_i^0(x_3/\varepsilon_2), w_i^0(x_3/\varepsilon_2)$  – погранслойные решения в окрестности свободной поверхности. Погранслойные поправки представляют собой быстроубывающие функции при удалении от границы, которые обеспечивают выполнение краевых условий.

Подставляя разложения (10) в (7а), получим краевую задачу для  $\varphi_{10}$ , определяющую вертикальную структуру моды в линейном приближении, а также краевую задачу для  $\varphi_{12}$  и погранслойные решения в окрестности дна и свободной поверхности [8]. Из условия разрешимости краевой задачи для  $\varphi_{12}$  находится декремент затухания волны на турбулентности  $\delta\omega$  [8] ( $\delta\omega = \frac{\varepsilon_2^2 \omega_{03}}{i}$ ,  $\omega_{03}$  – мнимая поправка к частоте).

Уравнение для неосциллирующей на временном масштабе волны поправки к функции тока находится из уравнения второго приближения по параметру  $\varepsilon$ , осредненного по периоду волны. Как и при отсутствии турбулентности, неосциллирующую поправку к функции тока  $C(x_3, \tau, \xi)$  следует искать в виде  $C = c(x_3) A_1 A_1^*$ , где  $A_1 = A \exp(\delta\omega \cdot t)$ .

Функция  $c(x_3)$  удовлетворяет краевой задаче

$$\varepsilon_2^2 \frac{d^2}{dx_3^2} \left( K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ki \frac{d}{dx_3} \left( \left( -k^2 + \frac{d^2}{dx_3^2} \right) \varphi_1 \varphi_1^* \right) + \text{к.с.} \quad (11)$$

с граничными условиями:

при  $x_3 = 0$

$$\varepsilon_2^2 \frac{d}{dx_3} \left( K_3 \frac{d^2 c}{dx_3^2} \right) = ik \varphi_1^* \frac{d^2 \varphi_1}{dx_3^2} + \text{к.с.}, \quad \frac{d^2 c}{dx_3^2} = 0,$$

при  $x_3 = -1$

$$\frac{dc}{dx_3} = c = 0.$$

Вертикальная компонента скорости индуцированного волной среднего течения определяется через функцию  $c(x_3)$ :  $\bar{u}_{\text{зинд}} = -\varepsilon^2 c(x_3) \frac{\partial |A_1|^2}{\partial x_1}$ .

Средняя скорость стокова дрейфа частиц жидкости находится по следующей формуле [11]:

$$\mathbf{u}_s = \overline{\int_0^t \mathbf{u} dt} \nabla \mathbf{u}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{u}$  – поле волновых эйлеровых скоростей; черта сверху означает осреднение по периоду волны. Вертикальная компонента скорости стокова дрейфа с точностью до членов, квадратичных по крутизне волны, будет иметь вид

$$u_{3s} = \varepsilon^2 k^2 \frac{2\delta\omega}{\omega\omega^*} \frac{d}{dx_3} (\varphi_1 \varphi_1^*) A_1 A_1^*. \quad (13)$$

При отсутствии турбулентности, когда коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии равны нулю,  $\delta\omega = 0$ , вертикальная компонента скорости стокова дрейфа также равна нулю.

Вертикальный волновой поток массы определяется следующим образом:

$$q_\rho = \overline{u_3 \rho} + \rho_0 u_{3s} + \rho_0 u_{\text{зинд}}. \quad (14)$$

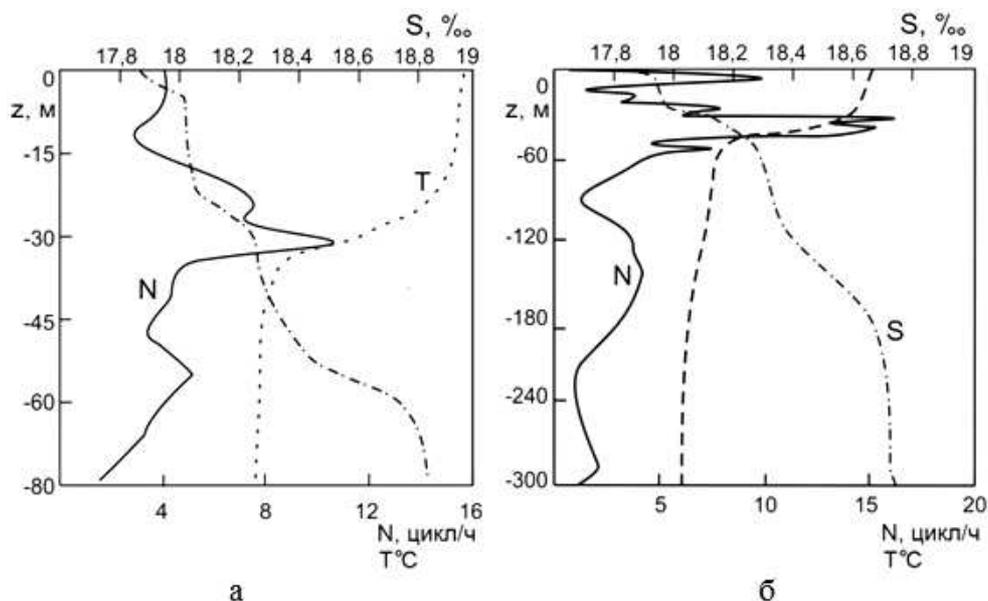
Ввиду того что вертикальная скорость индуцированного течения  $|u_{\text{зинд}}| = \left| -c(x_3) \frac{\partial (A_1 A_1^*)}{\partial \xi} \varepsilon^4 \right| \ll |u_{3s}|$ , последним слагаемым пренебрегаем. Волновой поток  $\overline{u_3 \rho}$  с точностью до членов, квадратичных по амплитуде, определяется по формуле

$$\overline{u_3 \rho / (\varepsilon^2 |A_1|^2)} = -ik \varphi_{10} (\varepsilon_2^2 n_{12} + \varepsilon_2 w_0^1 + \varepsilon_2^2 w_0^0)^* - ik (n_{10})^* (\varepsilon_2^2 \varphi_{12} + \varepsilon_2 v_0^1 + \varepsilon_2^2 v_0^0) + \text{к.с.}$$

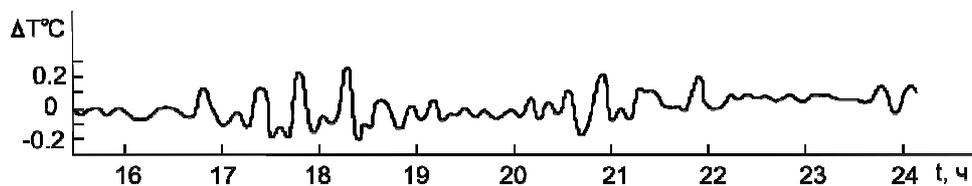
Аналогично (14) определяются волновые потоки тепла и соли, для чего необходимо заменить  $\rho_0$  на  $T_0$  (или  $S_0$  – для потока соли),  $\frac{d\rho_0}{dx_3}$  на  $\frac{dT_0}{dx_3}$  (или  $\frac{dS_0}{dx_3}$ ).

**Результаты расчетов.** Сделаем расчет вертикальных потоков тепла и соли для внутренних волн низшей моды при стратификации, характерной для шельфа Черного моря в весенне-летний период западнее г. Евпатория по данным измерений в этом районе. Вертикальные профили температуры, частоты Брента – Вайсяля и солёности показаны на рис 1. Данные средние профили получены по полусуточной серии зондирований прибором МГИ-4102 (ИСТОК-5), интервал между зондированиями составлял 0,5 ч. Отфильтрованные реализации 15-минутных колебаний температуры в термоклине по данным прибора МГИ-1301 (ДКСТ), соответствующие прохождению внутренних волн, показаны на рис 2. Максимальная амплитуда волны по вертикальным смещениям составила 0,3 м. Такие колебания были зарегистрирова-

ны и прибором МГИ-1304 (РИТМ). Это волновые пакеты преимущественно первой моды, т. к. распределенные датчики температуры у приборов РИТМ являются фильтром, выделяющим колебания первой моды. Для оценки потоков коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии предполагались постоянными и соответствовали типичным значениям:  $K_1 = 1 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $K_3 = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $M_1 = 0,5 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $M_3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ . Значения коэффициентов вертикального турбулентного обмена по порядку величины соответствуют значениям, полученным по минимумам в спектрах первых разностей флуктуаций температуры, согласно данным зондирования прибором МГИ-8101 («Комплекс-1») и методике, изложенной в [2].



Р и с. 1. Вертикальные профили частоты Брента – Вэйсяля, солености и температуры при  $H = 78 \text{ м}$  – а,  $H = 300 \text{ м}$  – б

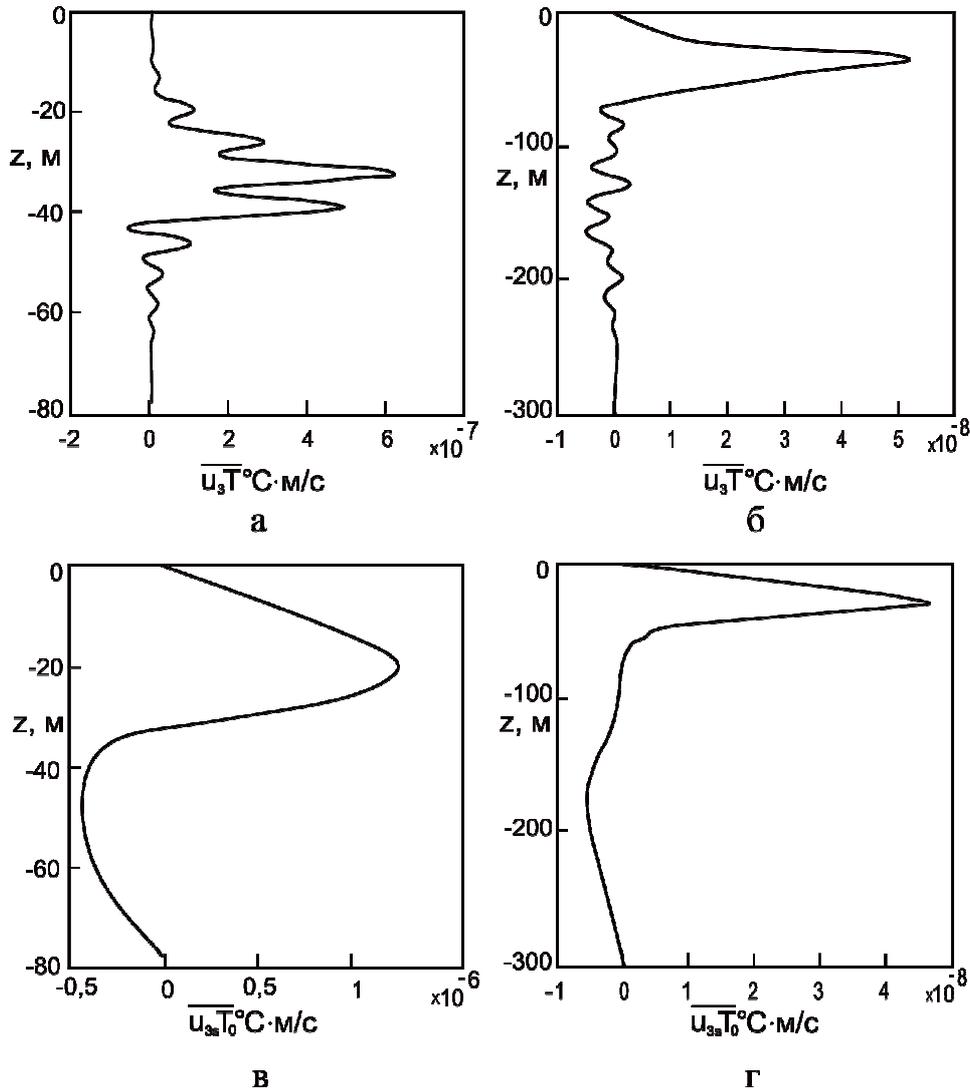


Р и с. 2. Временной ход 15-минутных колебаний температуры на горизонте 32 м

Суммарный волновой поток тепла  $q_T$  связан с  $\overline{u_3 T}$  соотношением  $q_T = \overline{u_3 T} + T_0(x_3)u_{3s}$  ( $T_0(x_3)$  – средний профиль температуры,  $u_{3s}$  – вертикальная составляющая скорости стока дрейфа). Аналогичным образом связаны и волновые потоки  $q_S$ ,  $\overline{u_3 S}$ .

Турбулентные потоки тепла и соли определялись по формулам

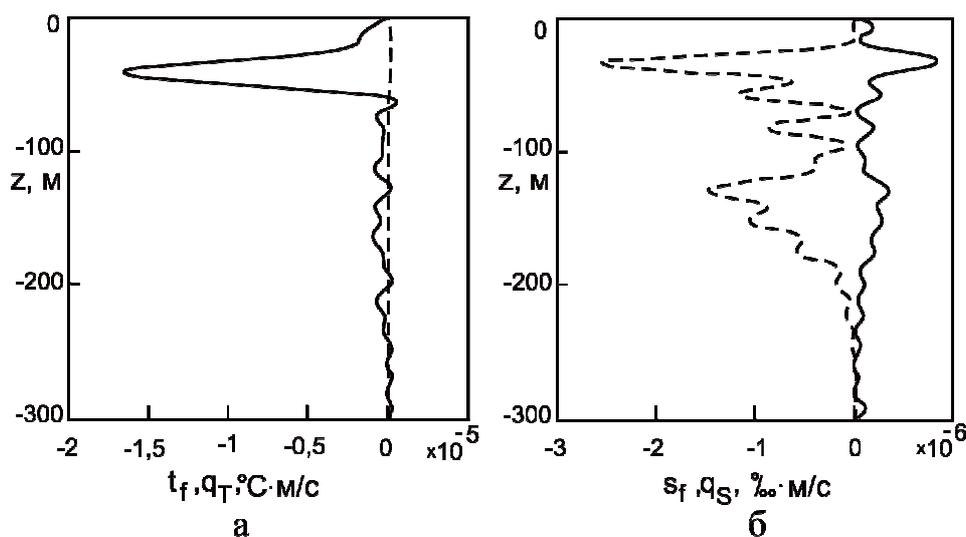
$$t_f = -M_3 \frac{dT_0}{dx_3}, \quad s_f = -M_3 \frac{dS_0}{dx_3}.$$



**Р и с. 3.** Вертикальное распределение волнового потока тепла  $\overline{u_3 T}$  при глубине моря 78 м – а и 300 м – б; вертикальные профили волнового потока тепла за счет вертикальной составляющей скорости стоков дрейфа при глубине моря 78 м – в и 300 м – г

Сравнительный анализ волновых и турбулентных потоков будем проводить при глубине моря 78 и 300 м. Вертикальные профили температуры, солёности и частоты Брента – Вайсяля при глубине моря 300 м показаны на рис. 1, б. На рис. 3, а, б показаны профили волновых потоков тепла  $\overline{u_3 T}$  для

внутренних волн низшей моды с периодом 1 ч при глубине моря 78 и 300 м, когда максимальная амплитуда по вертикальным смещениям составляет 0,3 м. На меньшей глубине волновой поток  $\overline{u_3 T}$  выше при той же частоте и амплитуде волны при неизменных коэффициентах турбулентного обмена. На рис. 3, в, г показаны вертикальные потоки тепла внутренних волн низшей моды с периодом 1 ч за счет вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа при глубине моря 78 и 300 м. С уменьшением глубины волновой поток за счет вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа увеличивается при неизменной амплитуде и частоте волны, причем этот поток выше потока  $\overline{u_3 T}$  вне термоклина. В термоклине вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа меняет знак, поэтому там выше поток  $\overline{u_3 T}$  (рис. 3, в).



Р и с. 4. Профили турбулентных (сплошная линия) и волновых (штриховая) потоков тепла – а и соли – б при  $H = 300$  м

Проведем сравнение суммарных волновых потоков с соответствующими турбулентными потоками. На рис. 4, а показаны профили турбулентного вертикального потока тепла  $t_f$  и суммарного волнового потока тепла  $q_T$  у внутренних волн низшей моды с периодом 1 ч при глубине моря 300 м. Волновой поток тепла меньше турбулентного. Волновой поток соли на рис. 4, б у этих волн по модулю превышает турбулентный (за исключением нижнего 100-метрового слоя, где эти потоки сравнимы по величине) и в основном определяется потоком  $\overline{u_3 S}$ . Проведем сравнение волновых и турбулентных вертикальных потоков при глубине моря 78 м. Поток тепла на рис. 5, а у волн с периодом 1 ч меньше турбулентного, а у 15-минутных внутренних волн он больше вне термоклина и в основном определяется вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа. Максимальное по модулю значение вол-

нового потока соли на рис. 5, б у волн с периодом 1 ч превосходит турбулентный поток и в основном определяется потоком  $\overline{u_3 S}$ . У 15-минутных внутренних волн волновой поток соли больше, чем у волн с периодом 1 ч и турбулентного потока вне термоклина, он определяется вертикальной составляющей скорости стоков дрейфа. С уменьшением периода волны вертикальная составляющая скорости стоков дрейфа возрастает и увеличивается ее вклад в суммарный волновой теплоперенос.

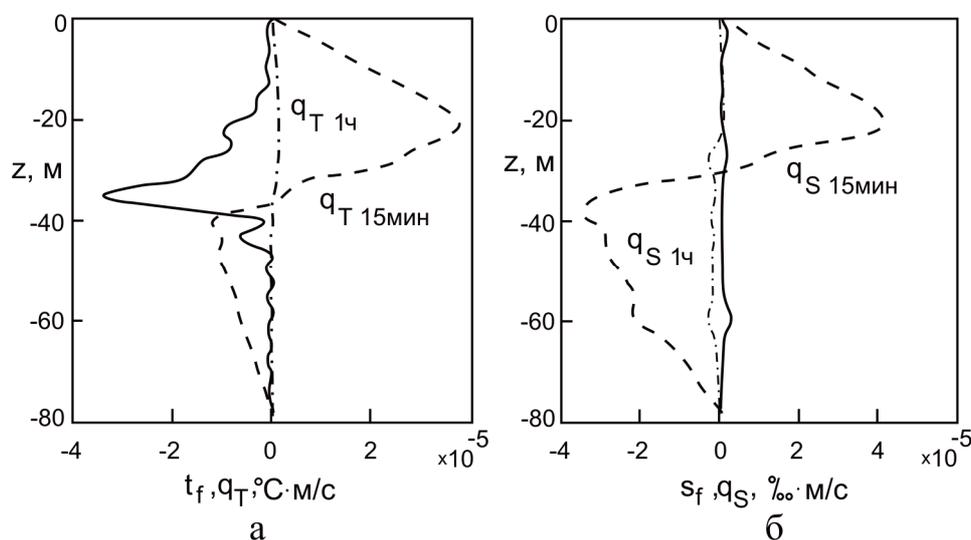


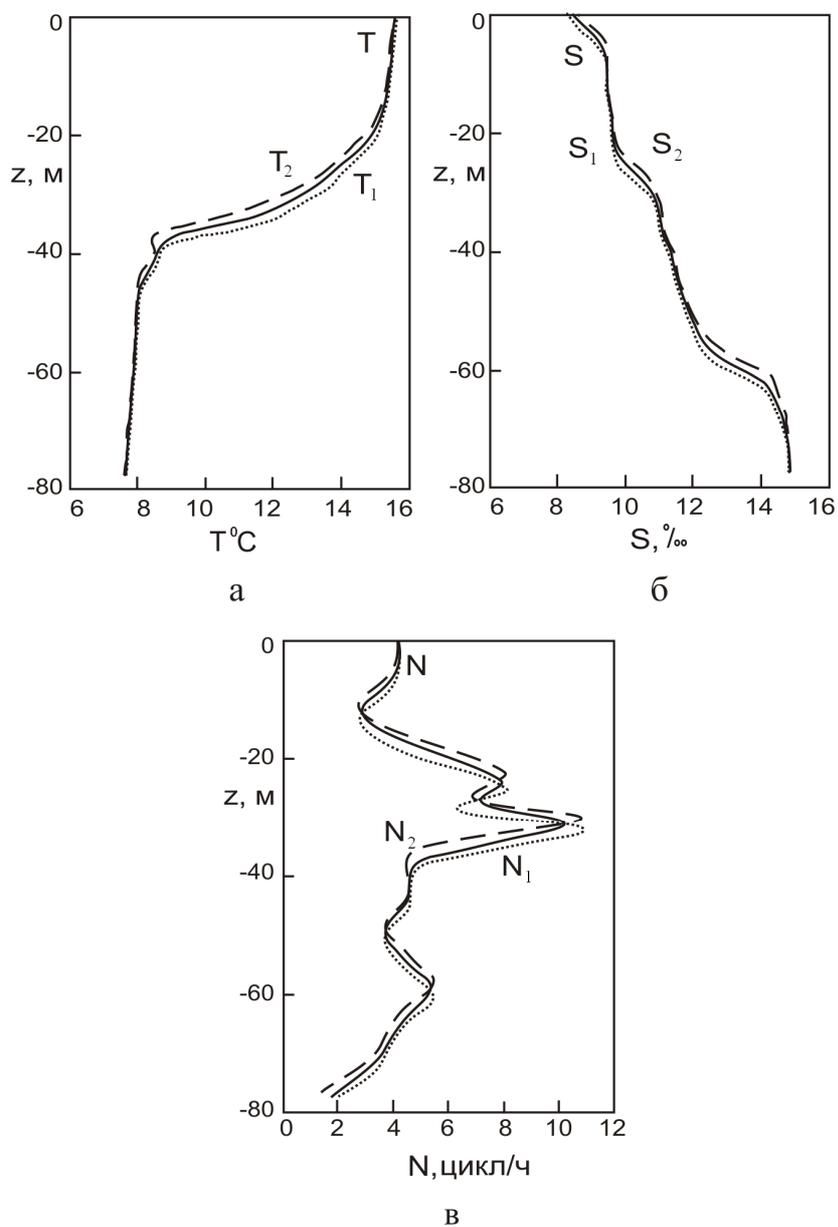
Рис. 5. Профили турбулентных (сплошная линия) и волновых (штриховая) потоков тепла – а и соли – б при  $H = 78$  м

При глубине моря 300 м определяющий вклад в волновой поток соли вносит  $\overline{u_3 S}$ , этот поток выше модуля турбулентного потока, за исключением нижнего 100-метрового слоя, где эти потоки сравнимы по абсолютной величине (рис. 4, б). Уменьшение роли вертикальной составляющей скорости стоков дрейфа объясняется тем, что с увеличением глубины моря она уменьшается при неизменной частоте и амплитуде волны.

С целью изучения влияния коэффициентов турбулентного обмена на волновые потоки были проведены расчеты для больших на порядок коэффициентов, т. к. имеет смысл говорить об интервале их значений. Волновые потоки при этом увеличиваются на порядок, и качественно вертикальная структура потока тепла сохраняется, а вклад вертикальной составляющей скорости стоков дрейфа в поток соли увеличивается.

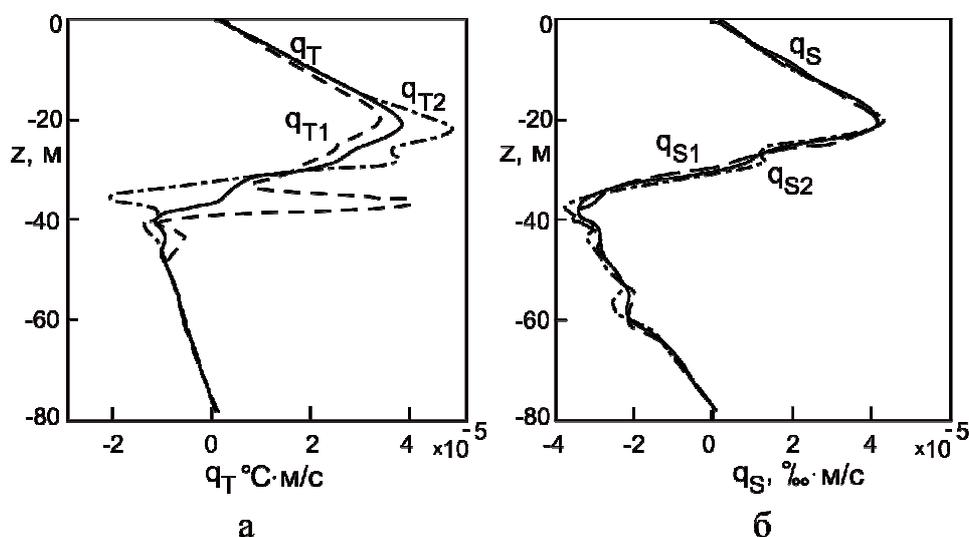
Рассмотрим влияние среднеквадратических отклонений температуры и солености на волновые потоки. На рис. 6 показаны профили  $T$  и  $S$  при глубине моря 78 м с учетом их среднеквадратических отклонений по данным измерений прибором ИСТОК-5. Указанные отклонения обусловлены мелко-масштабными динамическими процессами (турбулентность, мелко-

ные внутренние волны), которые формируют вертикальную тонкую структуру гидрофизических полей [12]. Расчет суммарных волновых потоков для 15-минутных внутренних волн низшей моды сделаем для температурного профиля  $T_1(x_3) = T_0(x_3) + \sigma_T$  и профиля солености  $S_1(x_3) = S_0(x_3) - \sigma_S$  ( $\sigma_T, \sigma_S$  – среднеквадратические отклонения температуры и солености).



**Р и с. 6.** Вертикальные профили температуры (а), солености (б) и частоты Брента – Вэйсяля (в) с учетом среднеквадратических отклонений

Указанное соотношение знаков при среднеквадратических отклонениях обеспечивает максимальное отклонение частоты плавучести в меньшую сторону. Аналогичный расчет делался для профиля температуры  $T_2(x_3) = T_0(x_3) - \sigma_T$  и профиля солёности  $S_2(x_3) = S_0(x_3) + \sigma_S$ . Здесь соотношение знаков при среднеквадратических отклонениях обеспечивает смещение частоты плавучести в большую сторону. Вертикальное распределение волнового потока тепла  $q_T$  и потоков для смещённых профилей температуры и солёности для первого  $q_{T1}$  и второго  $q_{T2}$  случаев показано на рис. 7, а. Поток  $q_{T1}$  соответствует профилям температуры  $T_1(x_3)$  и солёности  $S_1(x_3)$ , поток  $q_{T2}$  – профилям температуры  $T_2(x_3)$  и солёности  $S_2(x_3)$ . Максимальное значение потока  $q_{T2}$  на 20% выше максимального значения потока  $q_T$  при превышении частоты Брента – Вайсяля на 15%. В основном этот поток определяется вертикальной составляющей скорости стокового дрейфа. В вертикальной структуре потока  $q_{T1}$  проявляется влияние потока  $\overline{u_3 T}$ , что и обуславливает его отличие от потока  $q_T$ . Максимальное значение волнового потока  $q_{T1}$  на 15% меньше максимального значения потока  $q_T$  при отклонении частоты Брента – Вайсяля в меньшую сторону на 10%. Аналогичным образом рассчитывались потоки соли  $q_{S1}$  и  $q_{S2}$  (рис. 7, б). И в том, и в другом случае поток соли в основном определяется вертикальной составляющей скорости стокового дрейфа. Эти потоки отличаются слабо, так как относительные отличия солёности на профилях  $S_1(x_3)$ ,  $S_2(x_3)$  незначительны.



Р и с. 7. Вертикальное распределение волновых потоков тепла  $q_T$ ,  $q_{T1}$ ,  $q_{T2}$  – а и соли  $q_S$ ,  $q_{S1}$ ,  $q_{S2}$  – б

### **Выводы.**

1. Вертикальные волновые потоки тепла и соли определяются потоками  $\overline{u_3 T}$ ,  $\overline{u_3 S}$  и вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа.
2. С уменьшением глубины моря волновые потоки  $\overline{u_3 T}$ ,  $\overline{u_3 S}$  и поток за счет вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа возрастают при неизменных частоте, амплитуде волны и коэффициентах турбулентного обмена.
3. Преобладающий вклад в суммарный волновой поток тепла вносит вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа. Вертикальный волновой поток соли в основном определяется потоком  $\overline{u_3 S}$ , хотя на мелководье при глубине моря 78 м преобладает вклад вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа.
4. С увеличением частоты волны волновые потоки увеличиваются при неизменной амплитуде волны и коэффициентах турбулентного обмена. В основном они определяются вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа и могут превышать соответствующие турбулентные потоки.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Bell I.H. Internal wave-turbulence interpretation of ocean fine structure // Geophys. Res. Lett. – 1974. – № 6. – P. 253 – 255.
2. Пантелеев Н.А., Охотников И.Н., Слепышев А.А. Мелкомасштабная структура и динамика океана. – Киев: Наук. думка, 1993. – 193 с.
3. Самодуров А.С., Чухарев А.М. Экспериментальные оценки коэффициента вертикального турбулентного обмена в стратифицированном слое Черного моря в области свала глубин // Морской гидрофизический журнал. – 2008. – № 6. – С. 14 – 24.
4. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Ч. 1. – М.: Мир, 1981. – 478 с.
5. Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. ФАО. – 1976. – 12, № 3. – С. 293 – 301.
6. Grimshaw R. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Stud. Appl. Math. – 1977. – 56. – P. 241 – 266.
7. Grimshaw R. The effect of dissipative processes on mean flows induced by internal gravity – wave packets // J. Fluid Mech. – 1982. – 115. – P. 347 – 378.
8. Слепышев А.А., Мартынова И.С. Нелинейные эффекты при распространении внутренних волн с учетом турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофизический журнал. – 2009. – № 5. – С. 3 – 22.
9. Черкесов Л.В. Гидродинамика волн. – Киев: Наук. думка, 1980. – 259 с.
10. Задорожный А.И. Затухание длинных волн в экспоненциально стратифицированном море // Морские гидрофизические исследования. – 1975. – № 3. – С. 96 – 110.
11. Longuet-Higgins M.S. On the transport of mass by time varying ocean current // Deep-Sea Res. – 1969. – 16, № 5. – P. 431 – 447.

12. *Ефремов О.И.* Экспериментальные исследования спектральных характеристик тонкой термохалинной структуры вод океана // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 1999. – 181 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь

Материал поступил  
в редакцию 14.09.10  
После доработки 21.03.11

АНОТАЦІЯ Асимптотичним методом багатомасштабних розкладань досліджуються нелінійні ефекти при розповсюдженні внутрішніх хвиль при врахуванні турбулентної в'язкості та дифузії. У першому порядку малості по крутості хвилі знаходиться рішення в лінійному наближенні, дисперсійне співвідношення і декремент загасання хвилі. У другому порядку малості по крутості хвилі знаходиться середня течія, індукована хвилею за рахунок нелінійності, та вертикальна складова швидкості дрейфу Стокса, яка при врахуванні турбулентної в'язкості та дифузії відмінна від нуля. Визначаються хвильові потоки тепла і солі за рахунок фазового зсуву коливань температури, солоності та вертикальної швидкості в хвилі. Вказані потоки порівнюються з потоками за рахунок вертикальної становлячої швидкості дрейфу Стокса, аналізуються їх внесок в сумарний хвильовий перенос. Показано, що хвильові потоки на шельфі зростають при зменшенні глибини моря при незмінній амплітуді та частоті хвилі та можуть перевершувати відповідні турбулентні потоки.

**Ключові слова:** хвильовий потік, турбулентна в'язкість, дифузія, дрейф Стокса.

ABSTRACT Nonlinear effects during propagation of internal waves are studied with regard for turbulent viscosity and diffusion using the asymptotic method of multiscale decomposition. In the first order solutions in linear approximation, dispersion relation and decrement of wave attenuation are found based on wave steepness. In the second order mean current induced by a wave due to nonlinearity and vertical component of the Stokes drift speed which differs from zero when turbulent viscosity and diffusion are taken into account, are found based on wave steepness. Wave fluxes of heat and salt conditioned by a phase shift of fluctuations of temperature, salinity and vertical velocity in a wave are calculated. The indicated fluxes are compared to those conditioned by speed vertical component of the Stokes drift; their contribution to total wave transport is analyzed. It is shown that wave fluxes on the shelf grow with decrease of the sea depth at invariable wave amplitude and frequency, and that they can exceed corresponding turbulent fluxes.

**Keywords:** wave stream, turbulent viscosity, diffusion, the Stokes drift.