УДК 621.382.3

К. ф.-м. н. М. А. ГЛАУБЕРМАН, к. т. н. В. В. ЕГОРОВ, к. ф.-м. н. Н. А. КАНИЩЕВА

Украина, Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова
E-mail: vyegorov@i.ua

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОТРАНЗИСТОРОВ НА ОСНОВЕ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Рассмотрены модели магнитотранзисторов, которые не основываются на решении двумерного уравнения непрерывности для инжектированных носителей. Показано, что несоответствие этих моделей точной теории снимается при достаточно корректном решении одномерного уравнения непрерывности.

Ключевые слова: магнитотранзистор, моделирование, уравнение непрерывности.

Магнитотранзисторы (**МТ**) и, главным образом, их балансная модификация — двухколлекторные магнитотранзисторы (**ДМТ**) — в настоящее время представляются наиболее перспективными базовыми элементами магнитных датчиков широкого применения. Однако при их техническом проектировании сталкиваются с отсутствием достаточно адекватной и простой теории. Точная теория таких структур, основанная на решении двумерного уравнения непрерывности для инжектированных носителей, оказывается непригодной для практического использования, поскольку теоретические соотношения получаются в виде либо спецфункций [1], либо бесконечных рядов [2, 3]. В то же время практика требует соотношений пусть даже приближенных, но выраженных элементарными (по возможности — алгебраическими) функциями. Этим обстоятельством обусловлен интерес к приближенным простым моделям, основанным на теории обычных одномерных транзисторов [4]. Однако теория одномерных транзисторов, примененная к МТ «в чистом виде», без учета их специфики, может оказаться принципиально неадекватной. В настоящей работе показано, как корректное использование этой теории с учетом исходных допущений приводит к решению проблемы.

Методы моделирования МТ и условия адекватности моделей

На рис. 1 показаны две возможные конструкции магнитотранзисторов (для определенности — типа $p-n-p$). В зависимости от ориентации регистрируемой компоненты вектора магнитной индукции B относительно поверхности образца они подразделяются на структуры с продольной и поперечной магнитной осью.

В обоих случаях инжектированные эмиттером Э неосновные носители (дырки) дрейфуют в электрическом поле E_0, созданном приложенным между омическими базовыми контактами $Б_1$ и $Б_2$ внешним напряжением V, и одновременно диффундируют к коллекторам $К_1$ и $К_2$. При достаточно совершенной геометрии структуры токи коллекторов I_{C1} и I_{C2} равны, а возникающий в магнитном поле их дисбаланс, обусловленный действием сил Лоренца и холловского поля E_H на ток неосновных носителей J, несет информацию о величине и знаке магнитной индукции. В [5] показана эквивалентность обоих типов ДМТ как в физическом аспекте, так и в смысле методики моделирования, поэтому все дальнейшие рассуждения относятся к обоим типам ДМТ.

Очевидно, что главной задачей исследования МТ является определение зависимости коллекторного тока I_C от индукции магнитного поля B или, что существеннее, зависимости коэффициента передачи эмиттерного тока $\alpha \equiv I_C / I_E$ от индукции.

Пренебрегая также несущественными в данном случае процессами в эмиттерном переходе, под α будем понимать коэффициент переноса заряда.

Известны точные решения уравнения непрерывности для инжектированных носителей в случаях неограниченной [1], полуограниченной [2] и ограниченной [3] базы. Как уже отмечалось, эти решения не выражаются в элементарных функциях, что не позволяет непосредственно использовать их в практических целях. Однако для одного параметра МТ, притом важнейшего — эффективности преобразования

$$S_R \equiv \alpha^{-1}(0) \left.\frac{d\alpha}{dB}\right|_{B=0}, \qquad (1)$$

все эти решения дают одинаковый точный результат:

$$S_R = \frac{\mu^* b E_0}{\varphi_T}, \qquad (2)$$

где b — характерный геометрический параметр МТ (для структуры на **рис. 1**, *б* — половина межколлекторного расстояния);
φ_T — температурный потенциал, $\varphi_T \equiv kT/e$;
μ^* — холловская подвижность неосновных носителей (в общем случае — эффективная [5]).

Учитывая, что выражение (2) справедливо для любых граничных условий, его можно считать универсальным и использовать в качестве условия для проверки на адекватность всевозможных моделей МТ.

В альтернативных, упрощенных моделях МТ, основанных на теории одномерных транзисторов, так или иначе вводится понятие эффективной длины базы W, и магниточувствительность связывается с изменением этой длины в магнитном поле:

$$\alpha = \alpha[W(B)], \tag{3}$$

так что

$$S_R \equiv \alpha^{-1}(W_0)\,\frac{d\alpha}{dW}\bigg|_{W=W_0}\frac{dW}{dB}\bigg|_{B=0}, \tag{4}$$

где W_0=$W(0)$ — эффективная длина базы при отсутствии магнитного поля.

В [5] обоснована принципиальная правомочность представления (3). Таким образом, адекватное моделирование МТ на основе теории одномерных транзисторов сводится к правильному определению зависимостей $\alpha(W)$ и $W(B)$.

Как показано в [5], точное определение указанных зависимостей требует использования специальных криволинейных координат и представляет собой неразрешимую в общем виде задачу. Поэтому на практике реальный двумерный МТ аппроксимируется, явно или неявно, транзистором с базой специальной прямолинейной псевдодвумерной конфигурации. Известны такие конфигурации базы двух видов — Г-образная [6], состоящая из двух следующих друг за другом линейных частей, каждая из которых ориентирована вдоль одной из координатных осей, и чисто линейная [7], ориентированная под определенным углом к этим осям.

На основе модели [6] получается выражение, связывающее S_R исключительно с геометрическими параметрами и не содержащее E_0, так что такую модель, согласно (2), следует признать недопустимо грубой. На основе модели [7] получается выражение вида

$$\alpha = 1 - \left(C_1 + C_2 B\right)/\tau,$$

где τ — время жизни инжектированных носителей в базе;
C_1, C_2 — величины, зависящие от геометрии МТ, подвижности этих носителей и E_0.

Отсюда, согласно (1), получаем

$$S_R = \frac{C_2}{C_1 - \tau}.$$

Здесь имеется зависимость S_R от E_0, но обнаруживается и зависимость от τ, что не должно иметь места в соответствии с (2). Важно отметить, что зависимости C_1 и C_2 от E_0 — монотонно убывающие, так что зависимость S_R от τ в сильных полях (а именно при таком условии строится модель [7]) не может считаться пренебрежимой.

Более близкое к (2) выражение получено в [8], где конфигурация линейного транзистора определялась усредненной траекторией инжектированного носителя [9]. Результат [8] можно записать в виде

$$S_R = f(W/L)\mu E_0/b,$$

где $f(W/L)$ — монотонно возрастающая функция;
L — диффузионная длина инжектированных носителей, также зависящая от τ.

Таким образом, известные применения теории одномерных транзисторов к МТ дают результаты, противоречащие универсальному условию (2). С другой стороны, такое применение в принципе корректно [5]. Это наводит на мысль о неправомочности допущений, положенных в основу моделей, и о том, что теорию одномерных транзисторов нельзя, вероятно, в готовом виде распространять на МТ. Попытаемся построить модель МТ, применяя лишь принципы, положенные в основу теории одномерных

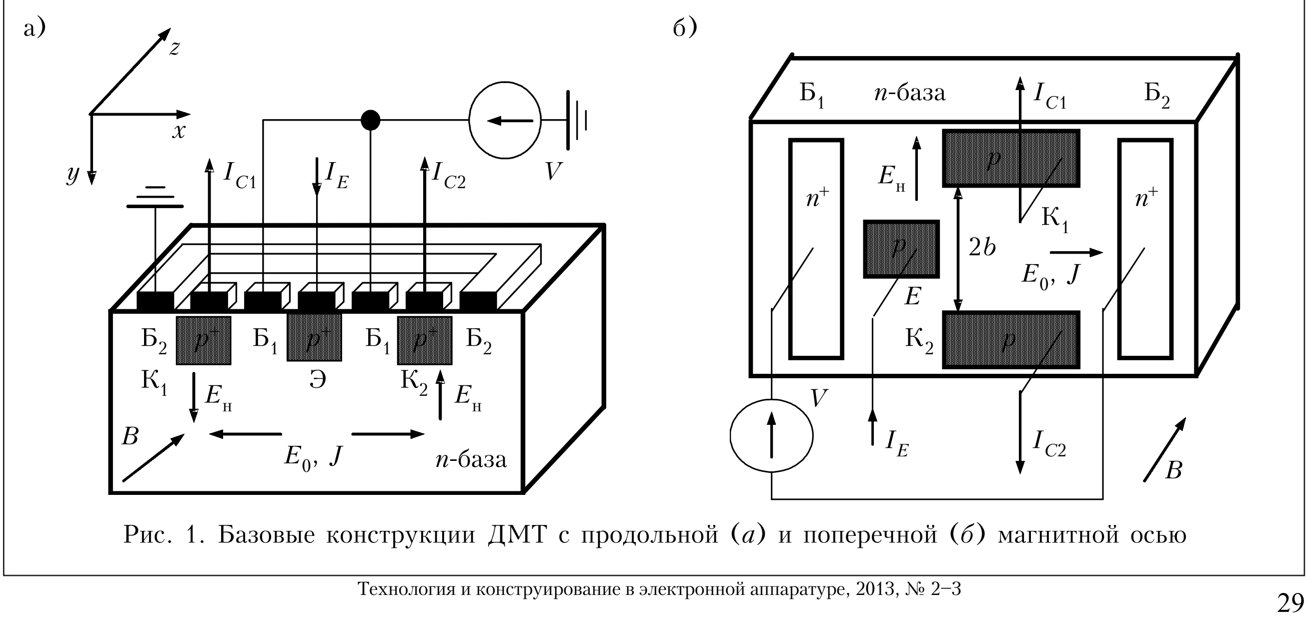

Рис. 1. Базовые конструкции ДМТ с продольной (*а*) и поперечной (*б*) магнитной осью

транзисторов, а не готовые результаты этой теории, как это делалось в ранних работах.

Теоретическая модель МТ на основе одномерного уравнения непрерывности

Следуя [7—9], выберем ориентацию базы модельного линейного транзистора в соответствии с линеаризованной усредненной траекторией инжектированного носителя (**рис. 2**). Для упрощения размерами эмиттера будем пренебрегать.

Проекции скорости носителей определяются как

$$\nu_x = \frac{J_x}{ep};\ \nu_y = \frac{J_y}{ep}, \qquad (7)$$

где J_x, J_y — проекции плотности тока;
e — элементарный заряд;
p — концентрация инжектированных носителей в данной точке.

Примем предположение о сильном ускоряющем поле E_0, ввиду чего будем пренебрегать скоростью диффузии вдоль оси x, малой по сравнению со скоростью дрейфа:

$$\eta >> 1, \qquad (8)$$

где $\eta \equiv E_0L/(2\varphi_T)$ — коэффициент поля.

Тогда

$$\nu_x = \mu E_0,$$

где μ — дрейфовая подвижность.

Для перемещения вдоль оси x при отсутствии магнитного поля имеем

$$J_y = -eD\ \partial p/\partial y,$$

где D — коэффициент диффузии.

Ясно, что точное значение составляющей градиента концентрации $\partial p/\partial y$ (к тому же зависящее от обеих координат) может быть получено лишь из решения уравнения непрерывности. Поэтому, отказываясь от такого решения, необходимо сделать разумную оценку этой величины, приняв некоторое усредненное по координате y значение. То же касается и значения концентрации в (7). Нетрудно показать, что выполнение (8) влечет за собой пренебрежимо малое изменение концентрации по координате x, так что в качестве $p(y)$ можно принять

$$p \approx p_0/2\ ,$$

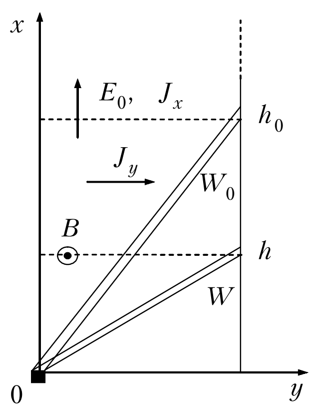

Рис. 2. Усредненная траектория инжектированного носителя в одной половине базы ДМТ, определяющая конфигурацию базы эквивалентного линейного транзистора, без магнитного поля (W_0) и в магнитном поле (W)

а в качестве $\partial p/\partial y$ — величину

$$\Delta p/\Delta y \approx p_0/\lambda, \qquad (9)$$

где p_0 — концентрация на оси симметрии структуры — оси x (с учетом того, что на коллекторе $p(b) = 0$), $p_0 = p(0)$;
λ — геометрический параметр, определяющий распределение концентрации.

Роль λ будет рассмотрена ниже, пока же отметим, что в пренебрежении рекомбинациями, т. е. при $L >> b$, следует принять $\lambda = b$, а в противоположном случае — $\lambda = L$.

Тогда

$$\nu_y = D(p_0/\lambda)/(p_0/2) = 2\mu\varphi_T/\lambda\ .$$

При этом от эмиттера к коллектору носитель продиффундирует за время

$$t = b/\nu_y = \lambda b/(2\mu\varphi_T)$$

и сместится за это время вдоль оси x на расстояние

$$h_0 = \nu_x t = \lambda b E_0/(2\varphi_T).$$

Длина траектории носителя, она же — длина базы эквивалентного линейного транзистора, в этом случае (при $B = 0$) составит

$$W_0 = \sqrt{b^2 + h_0^2} = b\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T}\right)^2} = b\sqrt{1 + \left(\frac{\eta\lambda}{L}\right)^2}.$$

При включении магнитного поля имеем

$$J_y = eD\partial p/\partial y + epE_y \approx e\mu p_0(\varphi_T/\lambda + \mu^* BE_0/2),$$

где μ^* — эффективная холловская подвижность [5].

Тогда

$$\nu_y = \mu(2\varphi_T/\lambda + \mu^* BE_0);$$

$$h = \nu_x b/\nu_y = bE_0/(2\varphi_T/\lambda + \mu^* BE_0);$$

$$W(B) = \sqrt{b^2 + h^2} = b\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T + \mu^* B\lambda E_0}\right)^2}.$$

Таким образом, зависимость (6) получена в явном виде. Отметим, что это выражение не содержит времени жизни. Отсюда

$$\left.\frac{dW}{dB}\right|_{B=0} = -\frac{b\mu^*\left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T}\right)^3}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T}\right)^2}} = -\frac{b\mu^*\left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\varphi_T}{\lambda E_0}\right)^2}}.$$

Пренебрегая вторым слагаемым под корнем, так как оно мало по сравнению с единицей для сильных ускоряющих полей E_0, получим

$$\left.\frac{dW}{dB}\right|_{B=0} = -b\mu^*\left(\frac{\lambda E_0}{2\varphi_T}\right)^2. \qquad (10)$$

Для получения зависимости (5) рассмотрим хорошо известное общее решение одномерного уравнения непрерывности для инжектированных носителей с учетом диффузии и дрейфа:

$$p(l)=\exp\left(\frac{\eta l}{L}\right)\left[A\exp\left(\sqrt{\eta^2+1}\,\frac{l}{L}\right)+\right.$$

$$\left.+B\exp\left(-\sqrt{\eta^2+1}\,\frac{l}{L}\right)\right],$$

где l — отсчитываемая от эмиттера координата в базе эквивалентного транзистора (вдоль траектории инжектированного носителя).

Подчиним его таким граничным условиям:

$p(W)=0$;

$$-eD\left.\frac{dp}{dl}\right|_{l=0}+ep(0)\mu E_l=J_E.$$

Здесь E_l — проекция поля E_0 на направление траектории инжектированного носителя; J_E — плотность тока эмиттера. Во втором граничном условии, в силу (8), можно пренебречь диффузионной составляющей тока и принять условие Дирихле, положив при этом $E_l \approx E_0$:

$ep(0)\mu E_0=J_E \Rightarrow p(0)=J_E/(e\mu E_0)\equiv p_E$.

Отметим, что повсеместное пренебрежение диффузией здесь будет некорректным, поскольку в приколлекторной области базы концентрация в силу первого граничного условия приближается к нулю и дрейфовая составляющая тока становится меньше диффузионной.

Удовлетворяющее записанным условиям решение имеет вид

$$p(l)=p_E\exp\left(\frac{\eta l}{L}\right)\frac{\mathrm{sh}\gamma(W-l)}{\mathrm{sh}\gamma W},$$

где $\gamma\equiv\dfrac{\sqrt{\eta^2+1}}{L}$.

Тогда плотность тока инжектированных носителей в произвольной точке эквивалентного транзистора определяется следующими выражениями:

$$J(l)=e\mu E_0 p(l)-eD\,dp/dl=\frac{p_E\exp\left(\frac{\eta l}{L}\right)}{2\mathrm{sh}\gamma W}\times$$

$$\times\left(\mathrm{sh}\gamma(W-l)+\sqrt{1+1/\eta^2}\,\mathrm{ch}\gamma(W-l)\right);$$

$$J(W)=\frac{p_E\exp\left(\frac{\eta W}{L}\right)}{2\mathrm{sh}\gamma W}\sqrt{1+1/\eta^2};$$

$$J(0)=\frac{p_E\exp\left(\frac{\eta l}{L}\right)}{2\mathrm{sh}\gamma W}\left(\mathrm{sh}\gamma W+\sqrt{1+1/\eta^2}\,\mathrm{ch}\gamma W\right).$$

Теперь можно записать зависимость (5) в явном виде:

$$A(W)\equiv\frac{J(W)}{J(0)}=\frac{\sqrt{1+1/\eta^2}\exp\left(\frac{\eta W}{L}\right)}{\mathrm{sh}\gamma W+\sqrt{1+1/\eta^2}\,\mathrm{ch}\gamma W},$$

откуда

$$\frac{d\alpha}{dW}=-\frac{\sqrt{1+1/\eta^2}\exp\left(\frac{\eta W}{L}\right)\mathrm{sh}\gamma W}{\eta L\left(\mathrm{sh}\gamma W+\sqrt{1+1/\eta^2}\,\mathrm{ch}\gamma W\right)^2};$$

$$\alpha^{-1}(W)\cdot\frac{d\alpha}{dW}=-\frac{\mathrm{sh}\gamma W}{\eta L\left(\mathrm{sh}\gamma W+\sqrt{1+1/\eta^2}\,\mathrm{ch}\gamma W\right)}.$$

Наконец, в соответствии с (8), примем

$$\sqrt{1+1/\eta^2}\approx 1;$$

$$\mathrm{sh}\gamma W\approx\mathrm{ch}\gamma W\approx\frac{\exp(\gamma W)}{2}.$$

Тогда

$$\alpha^{-1}(W)\cdot\frac{d\alpha}{dW}=-\frac{1}{2\eta L}=-\frac{\varphi_T}{E_0L^2}.$$

Подстановка полученного выражения вместе с (10) в (4) дает

$$S_R=\frac{\mu^* bE_0}{\varphi_T}\left(\frac{\lambda}{2L}\right)^2. \qquad (11)$$

Как видно, этот результат отличается от (2) лишь присутствием множителя, зависящего от геометрии структуры и свойств материала, в частности от времени жизни, которое входит в выражение диффузионной длины. Обсудим роль этого множителя.

Прежде всего отметим, что при отсутствии рекомбинаций ($L=\infty$) диффузионная составляющая тока инжектированных носителей определяется расстоянием до коллектора и что при этом, как уже отмечалось, следует принять $\lambda=b$. Тогда формула (11) предсказывает обращение чувствительности в нуль. Это естественно в том случае, если чувствительность МТ связывать *только* с изменением эффективной длины базы эквивалентного транзистора: все инжектированные носители попадают в коллектор при любой длине базы, так что $\alpha=1=\mathrm{const}\Rightarrow d\alpha/dW=0$. Тот факт, что выражение (2) показывает, в отличие от (11), чувствительность и в этом случае, объясняется тем, что модель эквивалентного одномерного транзистора в представленном виде не учитывает эффект перераспределения потока инжектированных носителей в магнитном поле между коллекторами и базовыми электродами, что учитывается уравнением непрерывности. Таким образом, рассматриваемая модель адекватна при не очень больших значениях диффузионной длины. В случае же $L << b$ диффузионная составляющая тока будет определяться диффузионной длиной, так что следует принять $\lambda = L$. Тогда (11) примет вид

$$S_R = \frac{\mu^* b E_0}{4\varphi_T}. \tag{12}$$

Полученное выражение показывает, что рассматриваемый механизм модуляции эффективной длины базы допускает, как и рассмотренные в [5] прочие механизмы чувствительности, единое обобщенное теоретическое представление. Зависимость (12), как и (2), обнаруживает пропорциональность между S_R и E_0 и независимость S_R от времени жизни в пределах своей применимости. Вчетверо меньшую чувствительность МТ, предсказываемую формулой (12), естественно связывать с двумя обстоятельствами:

— недостаточно корректным определением модельных параметров эквивалентного транзистора в данном случае;

— неучетом эффекта перераспределения потока инжектированных носителей в магнитном поле.

Тем самым обозначены пути совершенствования модели эквивалентного транзистора.

***

Таким образом, установлено, что неадекватность простых моделей магнитотранзистора, которая проявляется, прежде всего, в выводе о зависимости эффективности преобразования от времени жизни инжектированных носителей, является следствием недостаточно корректного применения теории одномерных транзисторов к двумерным магнитотранзисторным структурам. Корректное же ее использовние с учетом границ применимости дает вполне адекватные результаты, и соответствующий такой теории механизм модуляции эффективной длины базы качественно не отличается от других механизмов магниточувствительности.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Davies L. W., Wells M. S. Magneto-transistor incorporated in an integrated circuit // Proceedings I.R.E.E. Australia.— 1971.— June.— P. 235—238.

2. Викулин И. М., Глауберман М. А., Егоров В. В. Расчет чувствительности двухколлекторных магнитотранзисторов // Электронная техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы.— 1990.— Вып. 1 (204).— С. 9—14. [Vikulin I. M., Glauberman M. A., Egorov V. V. // Elektronnaya tekhnika. Ser. 2. Poluprovodnikovye pribory. 1990. Iss. 1 (204). P. 9]

3. Викулин И. М., Глауберман М. А., Канищева Н. А. К вопросу о распределении потока неосновных носителей заряда в базе двухколлекторного магнитотранзистора // Физика и техника полупроводников.— 1977.— Т.11, № 4.— С. 645—650. [Vikulin I. M., Glauberman M. A., Kanishcheva N. A.// Fizika i tekhnika poluprovodnikov. 1977. Vol.11, N 4. P. 645]

4. Викулин И. М, Викулина Л. Ф., Стафеев В. И. Магниточувствительные транзисторы // Физика и техника полупроводников.— 2001.— Т. 35, № 1.— С. 3—10. [Vikulin I. M, Vikulina L. F., Stafeev V. I. // Fizika i tekhnika poluprovodnikov. 2001. Vol. 35, N 1. S. 3]

5. Глауберман М. А., Егоров В. В., Козел В. В., Канищева Н. А. О едином физическом и модельном представлении магниточувствительных свойств биполярных транзисторных структур // Известия вузов. Физика.— 2009.— №. 1.— С. 58—66. [Glauberman M. A., Egorov V. V., Kozel V. V., Kanishcheva N. A. // Izvestiya vuzov. Fizika. 2009. N. 1. S. 58]

6. Ristic Lj., Smy T., Baltes H.P. A lateral magnetotransistor structure with a linear responce to the magnetic field // IEEE Transactions on Electron Devices.— 1989.— Vol. 36, N 6.— P. 1076—1086.

7. Викулина Л. Ф., Кладива Э. Магниточувствительные свойства латеральных магнитотранзисторов // Радиотехника и электроника.— 1985.— Т. 30, № 8.— С. 1668—1670. [Vikulina L. F., Kladiva E. // Radiotekhnika i elektronika. 1985. Vol. 30, N 8. S. 1668]

8. Глауберман М. А., Егоров В. В., Канищева Н. А., Козел В. В. Зависимость эффективности преобразования магнитотранзистора от времени жизни инжектированных носителей // Тези доповідей МНТК «Сенсорна електроніка та мікросистемні технології».— Україна, Одеса.— 2010.— С. 194. [Glauberman M. A., Egorov V. V., Kanishcheva N. A., Kozel V. V. // Tezi dopovidei MNTK «Sensorna elektronika ta mikrosistemni tekhnologii». Ukrayina, Odesa. 2010. P. 194]

9. Викулина Л.Ф., Козел В.В. Чувствительность двухколлекторных магнитотранзисторов // Радиотехника и электроника.— 1985.— Т. 30, № 4.— С. 824—826. [Vikulina L.F., Kozel V.V. // Radiotekhnika i elektronika. 1985. Vol. 30, N 4. P. 824]

Дата поступления рукописи в редакцию 18.12 2012 г.

Glauberman M. A., Yegorov V. V., Kanishcheva N. A.
The magnetotransistor simulation based on the one-dimension continuity equation.

Keywords: magnetotransistor, modelling, continuity equation.

The magnetotransistor models which are not based on the resolution of two-dimension continuity equation are examined. It is shown that a contradiction between results of these models and results of exact theory vanishes when the resolution of one-dimension continuity equation is applied correctly.

Ukraine, Odessa I. I. Mechnikov National University.

Глауберман М. А., Єгоров В. В., Каніщева Н. А.
Моделювання магнітотранзисторів на основі одновимірного рівняння безперервності.

Ключові слова: магнітотранзистор, моделювання, рівняння безперервності.

Розглянуто моделі магнітотранзисторів, які не основані на вирішенні двовимірного рівняння безперервності для інжектованих носіїв. Показано, що протиріччя між результатами цих моделей та результатами точної теорії знімається при досить коректному використанні рішення одновимірного рівняння безперервності.

Україна, Одеський національний університет ім. І. І. Мечнікова.