

УДК 004.93

С.А. Субботин, А.А. Олейник

Запорожский национальный технический университет, Украина  
subbotin@zntu.edu.ua

## Анализ преобразований для проецирования данных на обобщенную ось в задачах распознавания образов

Решена задача разработки и исследования преобразований из двумерного пространства в одномерное для сокращения размерности обучающей выборки в задачах распознавания образов. Предложены рекомендации по использованию исследованных преобразований, позволяющие их ранжировать и сократить при использовании на практике.

### Введение

Автоматизация принятия решений в задачах неразрушающей диагностики и распознавания образов по признакам предполагает построение моделей соответствующих зависимостей выходных параметров (целевых признаков) от входных описательных признаков. Однако присущие большинству практических задач многомерность и нелинейность расположения классов в признаковом пространстве крайне затрудняют решение данной задачи. Кроме того, для задач диагностики чрезвычайно большое значение имеет интерпретабельность построенных моделей, а также возможность визуализации результатов этапов процесса принятия решений.

Одним из путей решения проблемы снижения размерности задачи распознавания образов является использование методов отбора информативных признаков (feature selection) [1], [2]. Однако данные методы, как правило, являются высокоитеративными и дают хорошие результаты лишь в случае, когда в исходном наборе признаков присутствуют высокоинформативные признаки. Таким образом, по сути, цель данных методов – исключить из исходного набора малоинформативные признаки. При этом следует учитывать тот факт, что индивидуальные и групповые оценки информативности признаков могут существенно отличаться, а понятие (или мера) информативности, заложенное в конкретном методе отбора признаков, может не соответствовать понятию информативности для используемого метода построения модели.

Другим путем решения проблемы снижения размерности является использование методов извлечения признаков (feature extraction) [3-6], которые на основе исходного множества признаков большой размерности формируют множество искусственных высокоинформативных признаков меньшей размерности. Данные методы можно разделить на проблемно-ориентированные (применимы только для конкретной задачи и основаны на специфических для нее правилах, например, выделение признаков для распознавания человека по изображению лица [6]) и универсальные [3-5] (представляют собой некоторые преобразования из пространства большой размерности в пространство меньшей размерности, сохраняющие расстояния между экземплярами обучающей выборки). К недостаткам данных методов следует отнести неуниверсальность проблемно-ориентированных методов, а также сложность интерпретации результатов проецирования обучающего множества из  $N$ -мерного в  $M$ -мерное пространство.

Метод обобщенной оси [7], [8] комбинирует оба рассмотренных пути решения проблемы сокращения размерности путем выделения пар индивидуально наиболее информативных признаков и проецирования данных из двумерной плоскости пары признаков на обобщенную ось, которая заменяет исходные признаки, если ее индивидуальная информативность выше, чем у любого из них, после чего для нового множества признаков аналогичным образом формируются новые проекции на обобщенные оси. Данный процесс продолжается до тех пор, пока не будет сформирован один обобщенный признак, либо заданный набор преобразований не перестанет формировать более информативные обобщенные оси по отношению к исходным признакам. Такой метод позволяет обеспечить интерпретабельность процедуры принятия решений благодаря иерархичности преобразований, визуализировать многомерные данные на одномерной обобщенной оси, исключить или снизить влияние малоинформативных признаков на итоговую модель. Тем не менее, для данного метода актуальной является задача выбора преобразований на обобщенную ось.

**Целью данной работы** является анализ преобразований выборки данных на обобщенную ось и выбор наиболее эффективных из них для использования на практике.

## 1. Постановка задачи

Пусть задана обучающая выборка  $\langle x, y \rangle$ , где  $x = \{x^s\}$ ,  $y = \{y^s\}$ ,  $x^s = \{x_j^s\}$ ,  $s = 1, 2, \dots, S$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ ;  $x_j^s$  – значение  $j$ -го признака  $s$ -го экземпляра выборки,  $y^s$  – значение выходного признака (номер класса), сопоставленное  $s$ -му экземпляру обучающей выборки,  $S$  – количество экземпляров,  $N$  – количество признаков. Обозначим число классов  $K$  и для простоты примем  $K = 2$  (задачи с большим числом классов, как известно, могут быть представлены через комбинацию бинарных классификаций). Рассмотрим проекции обучающей выборки на плоскости, образованные попарно осями двух признаков  $x_i$  и  $x_j$ . Для сокращения размерности и упрощения решения задачи распознавания необходимо определить такое преобразование на обобщенную ось  $x_z^s = \aleph_z(x_i^s, x_j^s)$ , которое позволит улучшить разделение образов.

## 2. Преобразования на обобщенную ось

В [7], [8] для проецирования данных на обобщенную ось предложено использовать преобразования:

$$\aleph_I(x_i^s, x_j^s) = x_i^s + x_j^s; \aleph_{II}(x_i^s, x_j^s) = x_i^s x_j^s; \aleph_{III}(x_i^s, x_j^s) = x_i^{s^2} + x_j^{s^2}.$$

Данные преобразования зависят только от координат проецируемого экземпляра, по сути, определяя его положение относительно начала координат. Недостатком такого подхода является то, что он не учитывает положение классов.

Наиболее часто классы характеризуют с помощью эталонов – усредненных идеализированных экземпляров, соответствующих классов, координаты которых определяют по формуле:

$$C_i^q = \frac{1}{S^q} \sum_{s=1}^S \{x_i^s | y^s = q\} i = 1, 2, \dots, N; q = 1, 2,$$

где  $q$  – номер класса,  $S^q$  – число экземпляров обучающей выборки, принадлежащих к  $q$ -му классу,  $C_i^q$  – координата центра (эталона)  $q$ -го класса по оси  $i$ -го признака.

Проекция на прямую, образованную центрами классов, может быть определена с помощью формулы:

$$\aleph_{IV}(x_i^s, x_j^s) = \frac{\tilde{C}_i^1 \tilde{C}_i^2 + \tilde{C}_j^1 \tilde{C}_j^2 + (\tilde{C}_i^1 - \tilde{C}_i^2) \tilde{x}_i^s + (\tilde{C}_j^1 - \tilde{C}_j^2) \tilde{x}_j^s}{\sqrt{(\tilde{C}_i^1 - \tilde{C}_i^2)^2 + (\tilde{C}_j^1 - \tilde{C}_j^2)^2}},$$

где  $\tilde{C}_i^1, \tilde{C}_i^2, \tilde{C}_j^1, \tilde{C}_j^2, \tilde{x}_i^s, \tilde{x}_j^s$  – величины, определяемые путем выполнения следующих действий.

1. Принять  $\tilde{C}_i^1 = C_i^1, \tilde{C}_i^2 = C_i^2, \tilde{C}_j^1 = C_j^1, \tilde{C}_j^2 = C_j^2, \tilde{x}_i^s = x_i^s, \tilde{x}_j^s = x_j^s$ .

2. Если  $(\tilde{C}_i^1 = \tilde{C}_i^2) \wedge (\tilde{C}_j^1 = \tilde{C}_j^2)$ , то выполнить шаги 2.1 – 2.2, в противном случае – переход к шагу 3.

2.1 Если  $\tilde{C}_i^1 = \tilde{C}_i^2 = \tilde{C}_j^1 = \tilde{C}_j^2 = 0$ , то принять:  $\tilde{C}_i^2 = 1, \tilde{C}_j^2 = 1$ .

2.2 Установить:  $\tilde{C}_i^1 = 0, \tilde{C}_j^1 = 0$ .

3. Если  $(\tilde{C}_i^1)^2 + (\tilde{C}_j^1)^2 < (\tilde{C}_i^2)^2 + (\tilde{C}_j^2)^2$ , то принять:

$$t_i = \tilde{C}_i^1, t_j = \tilde{C}_j^1, \tilde{C}_i^1 = \tilde{C}_i^2, \tilde{C}_j^1 = \tilde{C}_j^2, \tilde{C}_i^2 = t_i, \tilde{C}_j^2 = t_j.$$

Также можно использовать как преобразования на обобщенные оси:

– квадрат расстояния от проецируемой точки до точки, лежащей на середине отрезка, соединяющего центры тяжести (эталон) классов:

$$\aleph_V(x_i^s, x_j^s) = (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2;$$

где  $\bar{C}_i = \frac{C_i^1 + C_i^2}{2}, i = 1, 2, \dots, N$ ;

– нормированный угол между прямой, соединяющей проецируемую точку с точкой, лежащей на середине отрезка, соединяющего центры классов, и прямой, проходящей через точку, лежащую на середине отрезка, соединяющего центры классов, параллельно оси  $i$ -го признака.

$$\aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s) = \begin{cases} \frac{\gamma}{2\pi}, x_i^s - \bar{C}_i > 0, x_j^s - \bar{C}_j > 0, (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2 > 0; \\ \frac{\gamma + \pi}{2\pi}, x_i^s - \bar{C}_i < 0, x_j^s - \bar{C}_j > 0, (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2 > 0; \\ \frac{\gamma + \pi}{2\pi}, x_i^s - \bar{C}_i \leq 0, x_j^s - \bar{C}_j \leq 0, (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2 > 0; \\ \frac{\gamma + 3\pi}{2\pi}, x_i^s - \bar{C}_i \geq 0, x_j^s - \bar{C}_j > 0, (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2 > 0; \\ 0, (\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2 \leq 0, \end{cases}$$

где  $\gamma = \arcsin \left( \frac{x_j^s - \bar{C}_j}{\sqrt{(\bar{C}_i - x_i^s)^2 + (\bar{C}_j - x_j^s)^2}} \right)$ .

– комбинации угла и расстояния:

$$\aleph_{VII}(x_i^s, x_j^s) = \aleph_V(x_i^s, x_j^s) \aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s);$$

$$\aleph_{VIII}(x_i^s, x_j^s) = \frac{\aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s)}{\aleph_V(x_i^s, x_j^s)};$$

$$\aleph_{IX}(x_i^s, x_j^s) = \aleph_V(x_i^s, x_j^s) \cos(\aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s))$$

В случае если экземпляры классов размещены относительно средней точки отрезка, соединяющего центры классов, неравномерно, представляется целесообразным определять углы и расстояния относительно центров классов:

$$\begin{aligned} \aleph_X(x_i^s, x_j^s) &= \aleph_V(x_i^s, x_j^s) \Big|_{\bar{C}=C^1}; \aleph_{XI}(x_i^s, x_j^s) = \aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s) \Big|_{\bar{C}=C^1}; \\ \aleph_{XII}(x_i^s, x_j^s) &= \aleph_V(x_i^s, x_j^s) \Big|_{\bar{C}=C^2}; \aleph_{XIII}(x_i^s, x_j^s) = \aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s) \Big|_{\bar{C}=C^2}. \end{aligned}$$

На основе найденных углов и расстояний по отношению к центрам классов можно определить преобразования, учитывающие их соотношения:

$$\aleph_{XIV}(x_i^s, x_j^s) = \frac{\aleph_X(x_i^s, x_j^s)}{\aleph_{XII}(x_i^s, x_j^s)}; \aleph_{XV}(x_i^s, x_j^s) = \frac{\aleph_{XI}(x_i^s, x_j^s)}{\aleph_{XIII}(x_i^s, x_j^s)}.$$

Наряду с определением центров классов как центров тяжести для задач с неоднородно размещенными экземплярами предлагается координаты центров классов определять на основе крайних по соответствующей координате экземпляров:

$$\tilde{C}_i^q = \frac{1}{2} \left( \max_{s=1,2,\dots,S} \{x_i^s | y^s = q\} + \min_{s=1,2,\dots,S} \{x_i^s | y^s = q\} \right), i=1, 2, \dots, N; q=1, 2,$$

которые затем можно использовать для определения преобразований, подобных ранее введенным, например, нормированного угла между прямой, соединяющей проецируемую точку с точкой, лежащей на середине отрезка, соединяющего центры (эталон) классов, и прямой, проходящей через точку, лежащую на середине отрезка, соединяющего центры (эталон) классов, параллельно оси  $i$ -го признака.

$$\aleph_{XVI}(x_i^s, x_j^s) = \aleph_{VI}(x_i^s, x_j^s) \Big|_{\bar{C}=\tilde{C}}.$$

### 3. Эксперименты и результаты

Для применения на практике представляется целесообразным исследовать предложенные преобразования при решении задач распознавания образов различной сложности.

Для сравнения результатов предложенных преобразований при решении задач распознавания определим количественные показатели качества.

С помощью метода [1] для  $j$ -й обобщенной оси оценим количество интервалов смены номера класса  $N_j$ . Тогда абсолютную индивидуальную оценку информативности этой оси по отношению к номеру класса определим как:

$$I_j = \frac{K}{N_j}.$$

Чем больше будет значение  $I_j$ , тем лучше  $j$ -я ось для решения задачи разделения классов, и, соответственно, выше эффективность преобразования на нее.

Относительную индивидуальную оценку информативности [1] определим как:

$$I_j' = \frac{\min_{j=1,2,\dots,N} \{N_j\}}{N_j}.$$

Модуль коэффициента корреляции Фехнера [9] определяется как:

$$r_j^\Phi = \frac{\left| 2 \sum_{s=1}^S \left\{ \left| \text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) = \text{sign}(y^s - \bar{y}) \right\} - S \right|}{\left| 2 \sum_{s=1}^S \left\{ \left| \text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) = \text{sign}(y^s - \bar{y}) \right\} + S \right|} \right|}$$

где  $\bar{x}_j = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x_j^s$ ,  $\bar{y} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S y^s$ ,  $\text{sign}(a) = \begin{cases} 1, a > 0; \\ 0, a = 0; \\ -1, a < 0. \end{cases}$

Чем больше будет значение коэффициента Фехнера по модулю, тем сильнее влияние  $j$ -й оси на номер класса.

Модуль коэффициента корреляции знаков [9] определяется как:

$$r_j^{\text{зн.}} = \frac{\left| \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) > 0, \text{sign}(y^s - \bar{y}) > 0\} - \left( \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) > 0\} \right) \left( \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(y^s - \bar{y}) > 0\} \right) \right|}{\sqrt{\left( \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) > 0\} \right) \left( \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(y^s - \bar{y}) > 0\} \right) \left( 1 - \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(x_j^s - \bar{x}_j) > 0\} \right) \left( 1 - \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \{|\text{sign}(y^s - \bar{y}) > 0\} \right)}}$$

Чем больше будет значение коэффициента знаков по модулю, тем сильнее влияние  $j$ -й оси на номер класса.

Наряду с рассмотренными мерами информативности для оценки влияния  $j$ -й оси на выходной параметр можно использовать модуль коэффициента парной корреляции [9]:

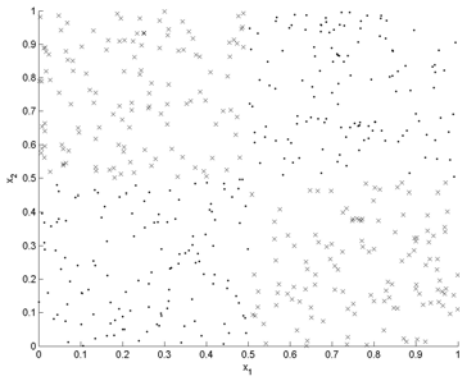
$$r_j = \frac{\left| \sum_{s=1}^S (x_j^s - \bar{x}_j)(y^s - \bar{y}) \right|}{\sqrt{\sum_{s=1}^S (x_j^s - \bar{x}_j)^2 \sum_{s=1}^S (y^s - \bar{y})^2}}$$

Чем больше будет значение коэффициента парной корреляции по модулю, тем сильнее влияние  $j$ -й оси на номер класса.

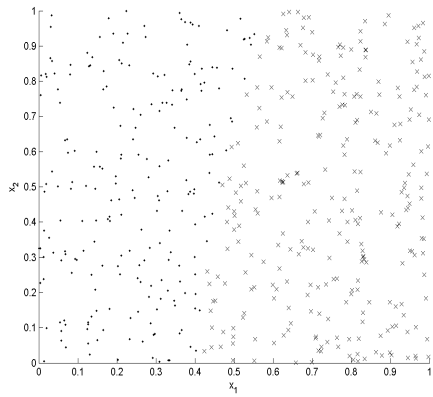
На рис. 1 а), в), д), ж) изображены выборки экземпляров, полученные случайным образом. При этом номера классов экземпляров определялись по заданным формулам. Легко видеть, что наиболее сложными являются задачи с взаимным проникновением классов (рис. 1а) и (рис. 1д)), а более простыми – задачи с компактно расположенными, но нелинейно разделимыми классами (рис. 1в) и (рис. 1ж)).

В табл. 1 приведены усредненные оценки качества преобразований для задач распознавания, изображенных на рис. 1а) и 1д), а в табл. 2 – для рис. 1в) и 1ж). Соответствие обозначений на диаграммах, изображенных на рис. 1 б), г), е), з), и номеров преобразований приведено в табл. 1 и 2. Оценки качества преобразований получены путем тысячекратных испытаний для выборок псевдослучайных чисел со случайным числом экземпляров, варьировавшемся в диапазоне от 50 до 150. По каждому показателю качества три лучших результата выделены в таблицах жирным шрифтом. При этом приоритет отдается показателям  $I_j$  и  $I_j'$ , которые наилучшим образом соответствуют целям преобразований.

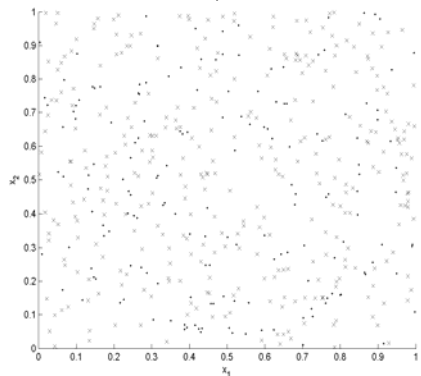
Как видно из табл. 1, наилучшие результаты показывают преобразования V, XII и XVI, а по данным табл. 2, наиболее эффективны преобразования IV и XV. Также легко видеть, что коэффициент корреляции Фехнера и коэффициент корреляции знаков в среднем дают подобные результаты, при этом они хорошо согласуются с коэффициентом парной корреляции и абсолютной и относительной оценками индивидуальной информативности признаков для случая нелинейно разделимых классов без проникновений, а для задач с взаимными проникновениями классов хорошо согласуются только с коэффициентом парной корреляции.



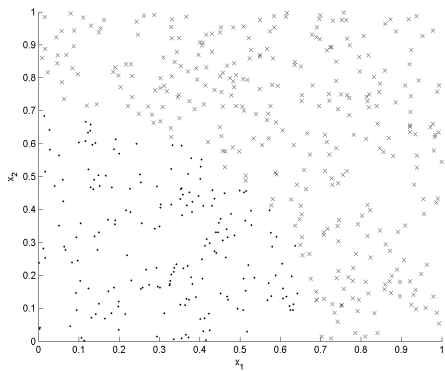
а)



б)



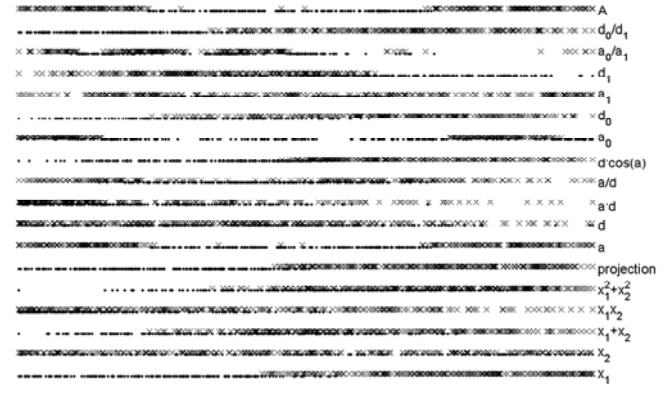
в)



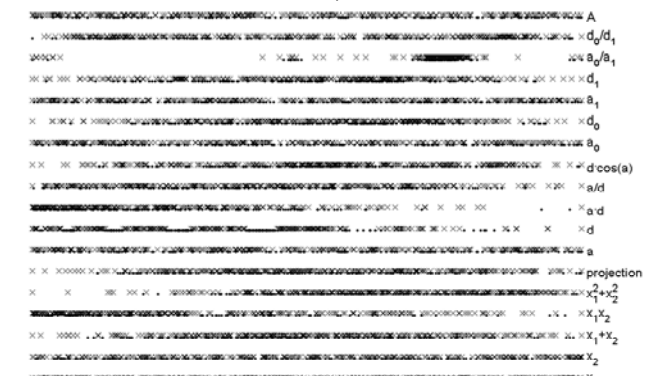
г)



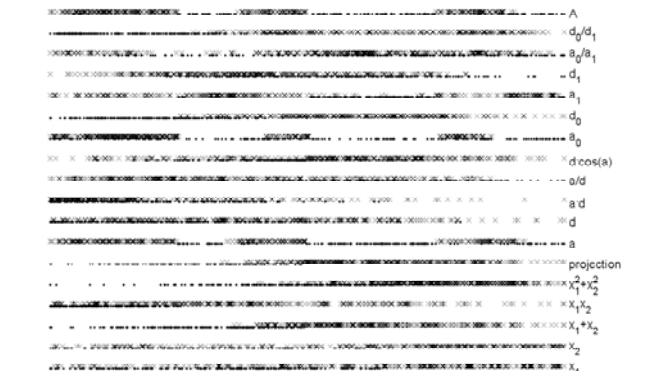
а)



б)



в)



г)

Рисунок 1 – Обучающие множества и их проекции на обобщенные оси

Таблица 1 – Результаты исследования преобразований на обобщенную ось для задач с взаимными проникновениями классов

$N_z(x_i^s, x_j^s)$	Обозначение на диаграммах	Усредненные оценки качества преобразований				
		$I_z$	$I'_z$	$r_z^{3H}$	$r_z^{\Phi}$	$r_z$
$x_1$	$x_1$	0,048062	0,40514	0,083567	0,081409	0,083566
$x_2$	$x_2$	0,048	0,40282	0,082538	0,080053	0,08225
I	$x_1+x_2$	0,075671	0,45551	0,099877	0,097898	0,082757
II	$x_1x_2$	0,06191	0,43522	<b>0,1407</b>	<b>0,14476</b>	0,17913
III	$x_1^2+x_2^2$	0,067894	0,44522	0,094437	0,093204	0,082505
IV	projection	0,060936	0,43241	0,13243	0,12862	0,1299
V	d	<b>0,24188</b>	<b>0,71953</b>	0,0824	0,081198	<b>0,23469</b>
VI	a	0,052236	0,45301	0,087407	0,084565	0,084465
VII	a/d	0,051362	0,41971	<b>0,14753</b>	<b>0,15017</b>	0,1717
VIII	a/d	0,054178	0,41434	0,14027	0,13875	0,21601
IX	d cos(a)	0,048576	0,4063	0,077516	0,073505	0,068288
X	$d_0$	0,2091	0,66548	0,078479	0,081677	<b>0,2277</b>
XI	$a_0$	0,051011	0,4369	0,094765	0,093334	0,094446
XII	$d_1$	<b>0,22226</b>	<b>0,68901</b>	0,084798	0,079413	0,22734
XIII	$a_1$	0,051901	0,44949	0,088465	0,086031	0,088954
XIV	$d_0/d_1$	0,066816	0,43964	0,11756	<b>0,15806</b>	0,09977
XV	$a_0/a_1$	0,09029	0,47354	<b>0,13691</b>	0,13452	0,14334
XVI	A	<b>0,31396</b>	<b>0,83644</b>	0,085518	0,083247	<b>0,24818</b>

Таблица 2 – Результаты исследования преобразований на обобщенную ось для задач с нелинейно разделяемыми классами

$N_z(x_i^s, x_j^s)$	Обозначение на диаграммах	Усредненные оценки качества преобразований				
		$I_z$	$I'_z$	$r_z^{3H}$	$r_z^{\Phi}$	$r_z$
$x_1$	$x_1$	0,28329	0,31701	<b>0,70166</b>	<b>0,69245</b>	0,70465
$x_2$	$x_2$	0,059362	0,1273	0,31313	0,30484	0,33693
I	$x_1+x_2$	0,17709	0,39723	0,5955	0,58127	0,65885
II	$x_1x_2$	0,080369	0,1707	0,53548	0,48836	0,55709
III	$x_1^2+x_2^2$	0,099449	0,21696	0,5709	0,56416	0,62864
IV	projection	<b>0,66056</b>	<b>0,72692</b>	<b>0,85241</b>	<b>0,83999</b>	<b>0,82336</b>
V	d	0,4924	<b>0,66342</b>	0,29445	0,29213	0,24224
VI	a	0,049716	0,10082	0,17121	0,15757	0,19804
VII	a/d	0,050559	0,096714	0,094624	0,11141	0,077042
VIII	a/d	0,076551	0,1392	0,27185	0,26625	0,28498
IX	d cos(a)	0,24959	0,29058	0,64768	0,63231	0,5295
X	$d_0$	0,11626	0,19528	0,2476	0,253	0,25659
XI	$a_0$	0,17957	0,37984	0,70164	0,68825	<b>0,75375</b>
XII	$d_1$	0,16503	0,36229	0,26152	0,24004	0,20995
XIII	$a_1$	0,087524	0,14402	0,5367	0,53116	0,60528
XIV	$d_0/d_1$	0,069269	0,12202	0,23033	0,21522	0,2116
XV	$a_0/a_1$	0,66165	<b>0,77766</b>	<b>0,82875</b>	<b>0,81252</b>	<b>0,84694</b>
XVI	A	0,44263	0,5511	0,26628	0,26681	0,25541

## Заключение

В работе решена актуальная задача разработки и исследования преобразований из двумерного пространства в одномерное для сокращения размерности обучающей выборки в задачах распознавания образов.

Научная новизна работы заключается в том, что получил дальнейшее развитие метод обобщенной оси, для которого предложен комплекс преобразований из двумерной плоскости на обобщенную ось, что позволяет улучшить разделимость классов.

Практическая ценность работы состоит в том, что в результате проведенных экспериментов исследованы показатели качества преобразований на обобщенную ось, что позволило предложить рекомендации по их использованию на практике, ранжировать и при необходимости сократить количество используемых преобразований.

Дальнейшие исследования могут быть сосредоточены на разработке и исследовании преобразований на обобщенную ось из трехмерного и многомерного пространств признаков.

Работа выполнена в рамках госбюджетной темы «Информационные технологии автоматизации распознавания образов и принятия решений для диагностики в условиях неопределенности на основе гибридных нечеткологических, нейросетевых и мультиагентных методов вычислительного интеллекта» кафедры программных средств Запорожского национального технического университета (номер государственной регистрации 0109U007673).

## Литература

1. Интеллектуальные средства диагностики и прогнозирования надежности авиадвигателей : [монография] / [Дубровин В.И., Субботин С.А., Богуслаев А.В., Яценко В.К.]. – Запорожье : ОАО «Мотор-Сич», 2003. – 279 с.
2. Guyon I. An Introduction to Variable and Feature Selection / I. Guyon, A. Elisseeff // Journal of machine learning. – 2003. – № 3 (Special Issue on Variable and Feature Selection). – P. 1157-1182.
3. Torkkola K. Feature Extraction by Non Parametric Mutual Information Maximization / K. Torkkola // Journal of machine learning. – 2003. – № 3 (Special Issue on Variable and Feature Selection). – P. 1415-1438.
4. Jolliffe I.T. Principal Component Analysis / I.T. Jolliffe. – New York : Springer, 2002. – 487 p. – Springer Series in Statistics.
5. Principal manifolds for data visualisation and dimension reduction / [Gorban A., Kegl B., Wunsch D., Zinovyev A.]. – Berlin; Heidelberg; New York : Springer, 2007. – LNCSE 58. – 340 p.
6. Face and facial feature extraction from color image / H. Wu, T. Yokoyama, D. Pramadhanto, M. Yachida // Automatic face and gesture recognition (FG '96) : Second IEEE international conference. – Los Alamitos : IEEE Computer Society, 1996. – P. 345.
7. Субботин С.А. Нейро-нечеткая кластер-регрессионная аппроксимация по обобщенной оси / С.А. Субботин // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2009. – № 8. – С. 52-62.
8. Субботин С.О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей : [монографія] / С.О. Субботін, А.О. Олійник, О.О. Олійник; під заг. ред. С.О. Субботіна. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2009. – 375 с.
9. Лакин Г.Ф. Биометрия : учеб. пос. / Г.Ф. Лакин. – М. : Высшая школа, 1990. – 352 с.

**С.О. Субботін, А.О. Олійник**

**Аналіз перетворень для проектування даних на узагальнену вісь у задачах розпізнавання образів**

Вирішено завдання створення та дослідження перетворень із двовимірного простору в одновимірний для скорочення розмірності навчальної вибірки в задачах розпізнавання образів. Запропоновано рекомендації з використання досліджених перетворень, що дозволяють їх ранжувати і скоротити при використанні на практиці.

**S.A. Subbotin, A.A. Oleynik**

**Analysis of Transformations for the Projection Data on the Generalized Axis in Pattern Recognition Problems**

The problem of development and analysis of transformations from 2D to 1D space is solved with the aim to reduce the training set dimension in pattern recognition problems. The recommendations on the use of the investigated transformations are proposed, which allow to range and reduce them using in action.

*Статья поступила в редакцию 10.12.2009.*