

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ СВЕРХЛЕГКОГО КЛАССА

Сформулирована задача оптимизации проектных параметров и программ управления движением ракеты-носителя сверхлегкого класса (РНСК), предназначенной для выведения малоразмерных космических аппаратов (КА) в околоземное космическое пространство. Программа управления движением, обеспечивающая выполнение РНСК различных целевых задач, определяется в классе полиномиальных функций, что позволило свести задачу теории оптимального управления к более простой задаче нелинейного математического программирования. Представлены обобщенный алгоритм решения задачи оптимизации, схема полета РНСК при выведении КА на требуемые орбиты. Для различных целевых задач и стартовых масс РНСК проведена оптимизация проектных параметров и определены диапазоны их изменения.

Сформульовано завдання оптимізації проектних параметрів і програм управління рухом ракетно-носія надлегкого класу (РННК), призначеної для виведення малорозмірних космічних апаратів (КА) у навколосезний космічний простір. Програма управління рухом, яка забезпечує виконання РННК різних цільових завдань, визначається в класі поліноміальних функцій, що дозволило звести завдання теорії оптимального управління до більш простого завдання нелінійного математичного програмування. Представлено узагальнений алгоритм розв'язання завдання оптимізації, схема польоту РННК при виведенні КА на необхідні орбіти. Для різних цільових завдань і стартових мас РННК проведена оптимізація проектних параметрів і визначені діапазони їх змінювання.

The optimization problem of design parameters and programs for motion control of a superlight launch vehicle (SLV) to inject small-dimension spacecraft (SC) to near-earth space is formulated. The program of motion control providing the execution of various target missions of SLV is determined in the class of polynomial functions. This allowed the problem of the optimal control theory to be reduced to a simpler problem of nonlinear mathematical programming. A generalized algorithm of the solution of the optimization problem, the pattern of the SLV flight when injecting the spacecraft to desired orbits are presented. Design parameters for various target missions and SLV launching masses are optimized and their changed ranges are defined.

Введение. Разработка и создание ракет-носителей сверхлегкого класса (РНСК) является одной из актуальных задач современной космонавтики. Это обусловлено необходимостью выведения в околоземное космическое пространство (ОКП) малоразмерных космических аппаратов (КА) массой от 1 кг до 50 кг [1 – 3]. В течение продолжительного времени подобные КА разрабатывались в основном радиолюбителями, университетами или другими «малобюджетными» организациями. Естественно, что в этих условиях не возникал вопрос о создании специальных ракет-носителей для выведения на орбиту малоразмерных КА. Заказчики в основном довольствовались возможностью запуска своих КА «в довесок» к полноразмерным КА.

Однако, как показал анализ рынка космических услуг [1,2], количество разрабатываемых современных малоразмерных КА постоянно увеличивается, а развитие микроминиатюризации и нанотехнологий в космической отрасли привело к расширению функциональных возможностей малогабаритной аппаратуры, используемой в КА. В свою очередь, малоразмерными КА заинтересовались военные организации [3], которым для оперативного решения своих задач необходимо осуществлять запуски КА в требуемые сроки, не дожидаясь «удобного» случая. Современные же ракеты-носители (РН), обеспечивающие выполнение транспортных космических услуг, в основном предназначены для выведения КА массой не менее сотни килограммов, и использование их для выведения КА, имеющих на порядок меньшую массу, экономически нецелесообразно. Собственно, инвестиционная привлекательность, необходимость решения проблемы оперативного и независимого выведения малоразмерных КА в ОКП и обуславливают активные разработки относительно дешевых РНСК.

© В.С. Сенькин, 2009

Техн. механика. – 2009. – № 1.

Основными транспортными операциями, для выполнения которых могут быть использованы РНСК, являются выведение легких и сверхлегких КА массой от 1 кг до 50 кг на приполярные и солнечносинхронные круговые орбиты с высотами от 700 км до 1500 км, а также выведение КА массой от 200 кг и более на низкие круговые орбиты с высотами от 200 км до 500 км.

Постановка задачи. Формализация задачи оптимизации проектных параметров и программ управления движением РНСК (относящаяся к классу задач теории оптимального управления) заключается: в выборе критерия оптимизации (целевого функционала), разработке математической модели, позволяющей в зависимости от исходных данных (вектор \bar{x}), значений структурных (вектор \bar{c}) и проектных (вектор \bar{p}) параметров определять значение целевого функционала, а также в разработке метода решения, обеспечивающего нахождение такого значения вектора проектных параметров $\bar{p} = \bar{p}_{opt}$, при котором целевой функционал принимает оптимальное значение.

В состав исходных данных (компоненты вектора \bar{x}) входят: данные тактико-технического задания, определяющие целевое назначение РНСК; условия пуска; параметры, характеризующие схему полета; характеристики используемых конструкционных и теплозащитных материалов, компонентов ракетного топлива (КРТ) и ряд других параметров.

Компоненты вектора структурных параметров \bar{c} характеризуют облик РНСК, ее конструктивно-компоновочную и аэродинамическую схемы, указывают типы маршевых и рулевых двигателей, типы используемых ракетных топлив, конструкционных, теплозащитных, эрозионностойких и других материалов и т.п.

Значение вектора проектных параметров \bar{p} , в качестве компонент которого в дальнейшем рассматриваются коэффициенты начальных тяговооруженностей и относительные конечные массы ступеней РНСК, позволяет с использованием математической модели определять целевой функционал, характеризующий в конечном итоге качество проектирования, а также габаритно-массовые и энергетические (в дальнейшем основные) характеристики РНСК.

Проектирование РНСК включает выбор облика, разработку конструктивно-компоновочной и аэродинамической схем, оптимизацию программы управления движением и проектных параметров \bar{p} , а также определение основных характеристик РНСК. Этот процесс должен производиться с учетом физико-химических свойств КРТ, физико-механических характеристик конструкционных, теплозащитных и эрозионно-стойких материалов, экономических, производственных, эксплуатационных факторов и т.п. Однако такой глобальный подход сопряжен с большими трудностями, которые становятся практически непреодолимыми в рамках одного вычислительного алгоритма.

Формулировка задачи оптимального проектирования летательного аппарата в вариационной постановке рассмотрена в [4]. Однако, при оптимизации программы управления движением и вектора проектных параметров \bar{p} возникают значительные трудности, связанные с проблемой многократного решения многоточечной краевой задачи для сопряженной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В связи с этим являются целесообразными постановка задачи, разработка методики оптимального проектирования РНСК, которые лишены указанных недостатков.

Из общей задачи проектирования РНСК далее рассматривается лишь задача оптимизации программы управления движением РНСК (программа изменения угла тангажа $\varphi_{np}(t)$) и вектора проектных параметров \bar{p} . Задача сформулирована в предположении, что заданы облик РНСК и ее конструктивно-компоновочная схема, определяющие множество агрегатов, подсистем и элементов, из которых может быть сформирована РНСК. Считаются известными аэродинамические характеристики РНСК, определен состав компонентов вектора \bar{p} , заданы условия старта, характеристики используемых КРТ, конструкционных, эрозионнотойких, теплозащитных и других материалов.

В процессе оптимизации проектных параметров и программы управления рассматривается плоское движение РНСК с учетом ограничений на параметры траектории (продолжительность вертикального участка движения, выход на нулевой угол атаки при достижении РНСК трансзвуковых скоростей полета, обеспечение требуемых значений кинематических параметров движения в конце полета).

Вектор \bar{p} и программа управления движением РНСК определяются из условия обеспечения максимального значения целевого функционала, в качестве которого в дальнейшем выбрана масса полезного груза m_{nz} (масса КА, выводимого на заданную орбиту) с учетом ограничений, накладываемых конструктивно-технологическими требованиями, условиями эксплуатации, условиями прочности несущих элементов конструкции, условиями работоспособности двигательных установок (ДУ) и т.п.

При решении задачи использован подход [5 – 7], когда программа управления РНСК задается в определенном классе функций [5, 6], характер изменения которых во времени определяется вектором оптимизируемых параметров \bar{p} и текущими значениями фазовых координат, характеризующими положение РНСК в пространстве. В этом случае задача теории оптимального управления преобразуется в задачу нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей.

Задача формулируется следующим образом. Необходимо определить значение вектора проектных параметров $\bar{p} = \bar{p}_{opt}$, обеспечивающего максимальное значение целевого функционала $I(\bar{c}, \bar{p}, \bar{x})$ (в данном случае массы полезного груза m_{nz})

$$I(\bar{c}, \bar{p}_{opt}, \bar{x}) = \max_{\bar{p}} m_{nz}(\bar{c}, \bar{p}, \bar{x}),$$

при заданных ограничениях на области изменения векторов $\bar{c}, \bar{p}, \bar{x}$ и при выполнении требуемых условий выведения КА на заданную круговую орбиту по высоте H_{TP} , скорости V_{TP} и углу наклона вектора скорости к местному горизонту Θ_{TP} .

В качестве параметров, характеризующих облик РНСК, рассматриваются количество ступеней РНСК; параметры, определяющие конфигурации топливных отсеков, последовательность расположения баков окислителя и горючего на ступенях РНСК; параметры, определяющие типы топлив, конструкционных, теплозащитных и эрозионно-стойких материалов, наличие или отсутствие рулевых двигателей на ступени и т.п.

В качестве исходных данных (вектор \bar{x}) рассматриваются следующие данные: давления в камерах сгорания маршевых ДУ; диаметры срезов сопел маршевых ДУ; параметры, характеризующие диаграммы тяг и расходов маршевых ДУ; давления наддува в топливных баках ступеней РНСК; характеристики топлив, конструкционных и теплозащитных материалов; статистические коэффициенты, входящие в математические модели расчета характеристик отдельных элементов и подсистем РНСК, слабо влияющих на целевой функционал; данные тактико-технического задания, а также данные о прототипах отдельных подсистем и элементов РНСК и т.п.

В качестве проектных параметров (компоненты вектора \bar{p}) выбраны относительные конечные массы ступеней РНСК $\mu_{ki}, i = \overline{1, (N_s - 1)}$, и коэффициенты начальных тяговооруженностей ступеней РНСК $v_{ni}, i = \overline{1, N_s}$, которые определяются соотношениями:

$$\mu_{ki} = \frac{m_{ki}}{M_{0i}}; \quad v_{ni} = \frac{g_0 \cdot M_{0i}}{P_{sti}},$$

где M_{0i} и m_{ki} – начальная и конечная массы i -й ступени РНСК, кг; g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли, м/с²; P_{sti} – суммарная тяга ДУ i -й ступени РНСК после выхода на основной режим работы, Н.

В качестве выходных данных рассматриваются: масса полезного груза, выводимого на требуемую орбиту (значение целевого функционала); габаритно-массовые характеристики РНСК в целом и основных ее элементов и подсистем; прочностные, баллистические, энергетические характеристики РНСК; программа управления полетом, а также тяговые и расходные характеристики маршевых и рулевых двигателей.

Траектория движения (схема полета) РНСК при выведении КА на конечную орбиту по структуре программы управления разделена на пять участков: вертикальный полет, разворот в направлении движения, участок сильного аэродинамического воздействия, движение с фиксированным углом тангажа и участок с линейным изменением угла тангажа по времени.

В том случае, когда предполагается выведение КА сначала на промежуточную орбиту, в схеме полета предусмотрено еще два дополнительных участка движения: пассивный полет по промежуточной орбите (без работы ДУ последней ступени) и участок доразгона для обеспечения выполнения условий выхода КА на конечную орбиту.

На участке вертикального движения программа управления (изменения угла тангажа $\varphi_{np}(t)$) имеет вид

$$\varphi_{np}(t) = const = \frac{\pi}{2}.$$

На участке разворота программа управления, задаваемая в виде кубической параболы [5,6]

$$\varphi_{np}(t) = A_0 + \sum_{i=1}^3 A_i \cdot t^i,$$

обеспечивает разворот РНСК в направлении движения и нулевой угол атаки в конце участка разворота при достижении РНСК трансзвуковой скорости, соответствующей числу Маха $M \approx 0,8$.

Коэффициенты кубической параболы определяются в результате решения системы линейных уравнений, полученной из следующих условий:

- в конце вертикального участка движения при $t = t_g$ программный угол тангажа равен $\varphi_{np} = \frac{\pi}{2}$;

- в конце участка разворота в направлении движения при $t = t_p$ программный угол тангажа равен $\varphi_{np} = \varphi_0$, а угловая скорость изменения угла тангажа определяется соотношением [5, 6]

$$\frac{d\varphi_{np}}{dt} = -\frac{g(H) \cdot \cos(\theta)}{V},$$

где $V, \theta, g(H), H$ – соответственно скорость, угол наклона вектора скорости к плоскости горизонта в точке старта, ускорение свободного падения и высота в конце участка разворота.

С учетом этих условий система линейных (относительно коэффициентов $A_i, i = 1, 3$) уравнений имеет следующий вид [6]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_g^i &= \frac{\pi}{2} - A_0; \\ \sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_p^i &= \varphi_0 - A_0; \\ \sum_{i=1}^3 i \cdot A_i \cdot t_p^{i-1} &= -\frac{g(H) \cdot \cos(\theta)}{V}. \end{aligned}$$

Коэффициент A_0 , входящий в правые части системы, определяется из условия обеспечения нулевого угла атаки в конце участка разворота при скорости движения, близкой к скорости звука, а значение угла тангажа φ_0 – из условия обеспечения требуемой высоты круговой орбиты (при прямом выведении) или высоты перигея H_{ne} переходной орбиты. Ускорение свободного падения $g(H)$ и параметры движения V и θ определяются в результате численного интегрирования уравнений движения центра масс РНСК, которые построены для центрального гравитационного поля и учитывают вращение Земли [8].

После участка разворота в зоне интенсивного аэродинамического воздействия осуществляется полет с нулевым углом атаки и программа управления движением имеет вид

$$\varphi_{np}(t) = \theta(t).$$

Традиционно полагается [5], что зона интенсивного аэродинамического воздействия заканчивается в момент времени, когда текущее значение скоростного напора

$$q = \frac{\rho \cdot V^2}{2}$$

становится равным $\approx 5-10\%$ от значения максимального скоростного напора q_{\max} , соответствующего рассматриваемой на данном шаге оптимизации траектории.

Далее осуществляется движение с фиксированным углом тангажа до окончания работы ДУ первой ступени РНСК

$$\varphi_{np}(t) = \varphi_f = const.$$

Последующее движение РНСК после отделения первой ступени осуществляется по следующей программе

$$\varphi_{np}(t) = \varphi_f + \dot{\varphi} \cdot t,$$

где параметр программы $\dot{\varphi}$ (угловая скорость разворота РНСК) и время выключения ДУ последней ступени подбираются исходя из условия выведения РНСК на круговую орбиту или, если предусмотрен пассивный участок выведения КА, на перигей переходной орбиты.

В последнем варианте выведения КА в апогее переходной орбиты осуществляется повторное включение ДУ последней ступени. Ориентация и управление последней ступени с КА осуществляется таким образом, чтобы радиальная составляющая ускорения КА равнялась нулю, при этом угол φ между направлением вектора тяги ДУ последней ступени и трансверсальной составляющей вектора скорости V_τ определяется соотношением [7]

$$\sin(\varphi) = \left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{V_\tau}{r} \right) \cdot \frac{m_{st}^N}{P_{st}^N},$$

где P_{st}^N – значение тяги ДУ последней ступени; r – радиус-вектор, соединяющий центр притяжения с центром масс последней ступени РНСК, μ – гравитационная постоянная Земли; m_{st}^N – текущая масса последней (N -й) ступени РНСК с КА.

Метод решения. Сформулированная задача может быть решена известными методами решения задач нелинейного математического программирования, методами случайного поиска или детерминированными методами оптимизации [9]. Здесь для оптимизации проектных параметров использован метод Гаусса – Зейделя (метод поочередного изменения параметров) [9]. Целесообразность его выбора продиктована, с одной стороны, простотой реализации, а с другой стороны – возможностью осуществлять оптимизацию в интерактивном (диалоговом) режиме. Диалоговый режим удобен, поскольку при некоторых сочетаниях проектных параметров и исходных данных возможны случаи, когда полет РНСК либо не реализуем, либо не могут быть выполнены ограничения, накладываемые на траекторию полета. В этой ситуации в интерактивном режиме могут быть осуществлены оперативная корректировка проектных параметров и исходных данных и продолжение расчетов без потери результатов предыдущего этапа оптимизации.

Обобщенный алгоритм решения задачи реализован следующим образом.

1. Формируются исходные данные для расчета основных характеристик РНСК (стартовая масса, условия старта, параметры орбиты выведения, ограничения на траекторию движения РНСК и т.п.).

2. Задается начальное значение вектора проектных параметров $\bar{p}_{нач}$.
 3. Фиксируются начальные значения проектных параметров $p_i, i = \overline{2, n}$.
 4. Для сформированных исходных данных и заданных значений проектных параметров с использованием алгоритма расчета основных характеристик РНСК осуществляется подготовка данных для баллистического расчета.
 5. Производится расчет баллистических характеристик РНСК, в результате которого определяются программа управления движением РНСК и запас топлива последней ступени, обеспечивающие требуемые значения кинематических параметров движения в конце активного участка траектории.
 6. Для полученного запаса топлива последней ступени повторяется расчет основных габаритно-массовых характеристик РНСК (см. п. 4) и определяется значение целевого функционала m_{nz} – массы полезного груза, выводимого на требуемую орбиту.
 7. Производится целенаправленное (в соответствии с методом Гаусса – Зейделя [9]) изменение первого оптимизируемого параметра p_1 при фиксированных значениях параметров $p_i, i = \overline{2, n}$, и осуществляются расчеты в соответствии с п.п. 4 – 6.
 8. В области значений варьируемого проектного параметра, подозрительной на экстремум (в нашем случае максимум), осуществляется аппроксимация сечения функциональной поверхности в направлении изменения варьируемого параметра параболической зависимостью и определяется его оптимальное (для данного этапа оптимизации) значение из условия максимума аппроксимирующей функции.
 9. Вычисления, аналогичные проведенным в п.п. 4 – 8, повторяются для всех оптимизируемых параметров $\bar{p} = (p_i), i = \overline{1, n}$.
 10. После определения оптимальных значений всех оптимизируемых параметров (первый этап оптимизации) вычисления при необходимости могут быть продолжены начиная с первого оптимизируемого параметра (второй и последующие этапы оптимизации).
 11. Окончание вычислений производится в том случае, когда результаты оптимизации целевого функционала m_{nz} , полученные на предыдущем этапе, с точностью до ε , где ε – наперед заданное значение, не совпадут с результатами последнего этапа оптимизации.
- Как показали предварительные расчеты, используемый для решения рассматриваемой задачи метод оптимизации показал хорошую сходимость при определении оптимального значения вектора \bar{p}_{opt} . Практически для определения оптимальных значений проектных параметров хватало двух-трех этапов оптимизации.
- Иллюстративный пример.** Проведена оптимизация векторов проектных параметров \bar{p} двухступенчатых РНСК со стартовыми массами $M_0 = 10,0$ т; 12,0 т; 14,0 т; 16,0 т для решения следующих целевых задач: выведение КА максимальной массы на круговые орбиты с высотами $H_{kr} = 700$ км, 1000 км, 1300 км, и наклоном орбит $i = 90$ град. При выведении КА использовался пассивный участок движения по переходной орбите с высотой перигея $H_{pe} = 160$ км и высотами апогея H_{ap} , соответствующими высоте конечной круговой орбиты H_{kr} .

Использовались следующие исходные данные:

- широта точки старта $\varphi_{cm} = 0,0$ град (старт РНСК с экватора);
- компоненты ракетного топлива на первой и второй ступенях РНСК - керосин и жидкий кислород;
- для подачи КРТ в камеры сгорания маршевых и рулевых ДУ применена турбонасосная система;
- давления в камерах сгорания ДУ ступеней РНСК приняты для первой ступени $P_{k1} = 50,0$ кгс/см², для второй ступени - $P_{k2} = 30,0$ кгс/см²;
- Ограничения, накладываемые на траекторию движения РНСК:
 - окончание вертикального участка движения РНСК осуществляется при достижении высоты полета $H_{vert} = 150$ м;
 - выход на нулевой угол атаки $\alpha = 0$ происходит при достижении скорости движения РНСК, соответствующей числу Маха $M = 0,8$;
 - программа управления движением, запас топлива и полное время работы последней (второй) ступени РНСК выбираются из условия обеспечения требуемых значений кинематических параметров движения в конце активного участка траектории.

При оптимизации использовались: математическая модель РНСК, основные элементы которой построены на физических соотношениях; данные о прототипах, а также статистические зависимости для определения габаритных и массовых характеристик отдельных элементов и подсистем РНСК, слабо влияющих на целевой функционал и оптимальное значение вектора P_{opt} .

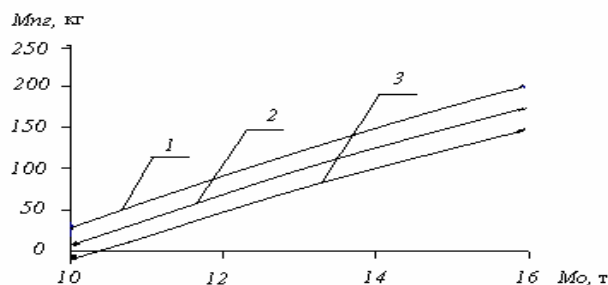
В качестве оптимизируемых параметров выбраны: коэффициенты начальных тяговооруженностей ступеней РНСК $v_{ni}, i = \overline{1, N_s}$, где N_s - количество ступеней РНСК, и относительная конечная масса 1-й ступени μ_{k1} .

Результаты оптимизации проектных параметров для различных стартовых масс РНСК и орбит выведения приведены в таблице.

Стартовая масса, т	Высота круговой орбиты, км	Проектные параметры			Масса полезного груза, кг
		μ_{k1}	v_{p1}	v_{p2}	
10,0	700,0	0,2871	0,41	1,1544	24,5
	1000,0	0,2813	0,4	1,2	6,744
	1300,0	0,2759	0,39	1,1702	-9,673
12,0	700,0	0,275	0,41	1,2	85,999
	1000,0	0,2783	0,41	1,2678	64,444
	1300,0	0,27	0,41	1,2978	44,475
14,0	700,0	0,2775	0,4428	1,2	144,967
	1000,0	0,27	0,42	1,2591	120,282
	1300,0	0,2690	0,42	1,35	96,951
16,0	700,0	0,2718	0,42	1,3337	204,332
	1000,0	0,27	0,439	1,3	174,943
	1300,0	0,2630	0,439	1,2878	148,687

Энергетические возможности РНСК, характеризующиеся зависимостью массы полезного груза, выводимого на требуемый диапазон высот круговых орбит, для различных значений стартовых масс РНСК M_0 и для оптимальных значений проектных параметров, приведены на рисунке, где зависимость

№1 соответствует высоте круговой орбиты $H_{or}=700$ км, зависимость №2 – $H_{or}=1000$ км, зависимость №3 – $H_{or}=1300$ км.



Выводы. Как показали результаты исследований (см. табл.), оптимальные значения проектных параметров существенно зависят от высоты орбиты и стартовой массы РНСК, характеризующих решаемую целевую задачу. Так, для высот круговых орбит выведения КА от 700 км до 1300 км и стартовых масс РНСК от 10 т до 16 т, оптимальное значение относительной конечной массы первой ступени μ_{k1} принимает значения в диапазоне от 0,26 до 0,29, оптимальное значение коэффициента начальной тяговооруженности первой ступени ν_{p1} – от 0,39 до 0,44, оптимальное значение коэффициента начальной тяговооруженности второй ступени ν_{p2} – от 1,15 до 1,35. Поскольку изменение указанных параметров в таких диапазонах оказывает существенное влияние на облик и энергетические возможности РНСК, то оптимизация этих (и, возможно, других) параметров для конкретных целевых задач представляется необходимым этапом процесса проектирования ракеты-носителя.

Предложенная методика может быть без существенных доработок использована для оптимизации проектных параметров и некоторых других классов ракет-носителей

1. Аллатов А. П. Методология системных исследований конкурентоспособности транспортных космических систем / А. П. Аллатов, В. К. Дорошкевич, В. И. Кузнецов // Информационные технологии в управлении сложными системами: международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск : ИТМ НАНУ и НКАУ, 2008. – С. 64 – 67.
2. Аллатов А. П. Исследования конкурентоспособных обликов транспортных космических систем. / А. П. Аллатов, В. К. Дорошкевич, В. И. Кузнецов, И. Ф. Мостипан // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск : ИТМ НАНУ и НКАУ, 2008. – С. 68 – 71.
3. Афанасьев И. Наноракета для наноспутников? / И. Афанасьев, Д. Воронцов // Новости космонавтики. – 2007. – Т.17, № 7 (294). – С. 39 – 41.
4. Тарасов Е. В. Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата / Е. В. Тарасов. – М : Машиностроение, 1970. – 364 с.
5. Лебедев А. А. Баллистика ракет. / А. А. Лебедев, Н. Ф. Герасюта. – М. : Машиностроение, 1970. – 244 с.
6. Сенькин В. С. Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта / В. С. Сенькин // Техническая механика. – 2000. – № 1. – С. 46 – 50.
7. Сенькин В. С. Выбор программы управления движением космического аппарата при переходе с начальной круговой орбиты на заданную конечную круговую орбиту / В. С. Сенькин // Техническая механика. – 2003. – № 2. – С. 79 – 87.
8. Шкадов М. Л. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере / М. Л. Шкадов, Р. С. Буханова, В. Ф. Илларионов, В. П. Плохих. – М. : Машиностроение, 1972. – 240с.
9. Батищев Д. И. Поискные методы оптимального проектирования / Д. И. Батищев. – М. : Сов. Радио, 1975. – 216 с.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 25.06.08,
в окончательном виде 17.02.09