

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В АЭРОГИДРОДИНАМИКЕ И ТЕПЛОМАССОБМЕНЕ

Обсуждается методология математического моделирования в аэрогидродинамике и тепломассообмене на основе полных трехмерных нестационарных и упрощенных уравнений Навье – Стокса. Анализируются современные направления развития численных методов решения уравнений Навье – Стокса, а также методов их замыкания моделями турбулентности. Реализация используемого подхода выполнена в рамках разработанного пакета прикладных программ. Приводятся результаты расчета турбулентных отрывных течений при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, обтекании трансзвуковым потоком профиля крыла, мотогондолы авиационного двигателя, сверхзвуковым потоком кругового конуса под большими углами атаки, цилиндра, треугольного крыла, цилиндра, установленного на пластине.

Обговорюється методологія математичного моделювання в аерогідродинаміці та тепломасообміні на основі повних тривимірних нестационарних та спрощених рівнянь Нав'є – Стокса. Аналізуються сучасні напрямки розвитку чисельних методів розв'язування рівнянь Нав'є – Стокса, а також методів їх замикання моделями турбулентності. Реалізація методології виконана в рамках розробленого пакету прикладних програм. Наводяться результати розрахунку турбулентних відривних течій при взаємодії стрибка стиснення з пограничним шаром, обтіканні трансзвуковим потоком профілю крила, мотогондoli авіаційного двигуна, надзвуковим потоком кругового конуса під великим кутom атаки, циліндра, трикутного крила, циліндра, устaновленого на пластині.

The methodology of mathematical modeling in aerohydrodynamics and heat transfer is discussed on the basis of the full three-dimensional non-stationary and the simplified Navier – Stokes equations. Modern lines of development of numerical methods for solving the Navier – Stokes equations, and also methods for completing the equations by turbulence models are discussed. Realization of the used approach is executed within the framework of the developed package of applied programs. Results of calculations of turbulent separated flow in interacting the shock with a boundary layer, the transonic flow about a wing airfoil, the aircraft engine nacelle, the supersonic flow about a circular cone at wide angle of attack, a cylinder, a triangular wing, the cylinder mounted on a plate.

1. Введение. Интенсивное развитие энергомашиностроения, металлургии, транспорта, авиационной, космической и других отраслей привлекло большое внимание исследователей к процессам аэрогидродинамики и тепломассообмена в широком диапазоне значений режимных параметров и конфигураций обтекаемых тел. Среди различных подходов, применяемых к решению проблемы расчета аэродинамических характеристик, важное место занимает математическое моделирование. В настоящее время его роль возрастает с развитием ЭВМ, совершенствованием используемых моделей механики жидкостей и газа и численных методов, а также в связи с возможностью заменить расчетом дорогостоящий, а в ряде случаев практически невозможный эксперимент. Дополняя друг друга, расчет и эксперимент предоставляют новые возможности для изучения сложных взаимосвязанных процессов.

В статье приведен анализ современного состояния и перспектив развития вычислительной аэродинамики, изложены основы методологии компьютерного моделирования в аэрогидромеханике и тепломассообмене на основе нестационарных полных и упрощенных уравнений Навье – Стокса. Анализируются современные направления развития математических моделей в механике жидкости и газа, моделирования турбулентности, построения вычислительных сеток, численных алгоритмов решения уравнений Навье – Стокса, разработки пакетов прикладных программ, верификации моделей и тестирования методик, визуализации течения жидкостей и газов.

Математические модели динамики вязкого газа. За последние десятилетия методы вычислительной аэродинамики и тепломассообмена прочно вошли в практику научных исследований и проектных работ. Многообразие

типов реальных течений жидкостей и газов, необходимость получения как быстрой оценки параметров, так и детальной информации по поставленной задаче не позволяют ограничиваться исследованием только в рамках одной модели аэрогазодинамики. При проведении исследований возникает необходимость получения результатов для широкого диапазона моделей: от уравнений потенциала до полных нестационарных уравнений Навье–Стокса многокомпонентных химически реагирующих смесей.

Широкий диапазон задач и целей, которые ставятся перед расчетчиками и проектировщиками, обусловил необходимость разработки методик и численных алгоритмов, основанных на моделях различного уровня, объединенных в единые пакеты прикладных программ (ППП).

Методы вычислительной аэродинамики и теплообмена в своем развитии прошли основные четыре стадии развития [1]. Модели первой стадии были основаны на аналитических и полуэмпирических соотношениях, а также численных решениях, полученных на основе решения линейных и линеаризованных уравнений аэродинамики. На второй стадии в основе моделей лежат нелинейные приближения исходных уравнений без учета диссипативных процессов. Третья стадия включает в себя нелинейные модели с учетом диссипативных эффектов. Четвертая стадия базируется на моделях, основанных на полных нестационарных уравнениях Навье – Стокса с учетом многофазности и турбулентности потоков. В ППП [2] использованы модели, относящиеся к первым трем стадиям. Каждая последующая стадия использует все более точное приближение уравнений Навье – Стокса.

Система уравнений Навье – Стокса, выведенная в первой половине XIX века, до сих пор является основой теоретических исследований вязких явлений в аэрогазодинамике. Уравнения Навье – Стокса, использующие законы сохранения массы, импульса, энергии в сочетании с основными термодинамическими и реологическими законами, содержат минимальное количество исходных предположений, что делает их наиболее полной и обоснованной системой уравнений механики жидкости и газа. В то же время с математической точки зрения они составляют самую сложную систему уравнений математической физики, применяемых к изучению реальных объектов. Хотя существующий уровень вычислительной техники позволяет использовать полную постановку начально-краевой трехмерной задачи в рамках осреднения по Рейнольдсу или Фавру, практическая реализация в промышленных приложениях такого подхода остается слишком трудоемкой. Зачастую целесообразным является использование, особенно при параметрических исследованиях, упрощений исходных уравнений.

Моделирование турбулентности. Математическое описание явления турбулентности остается одним из проблемных мест современной вычислительной аэродинамики, особенно на фоне общего прогресса в численных методах, мощности ЭВМ, методах построения разностных сеток, визуализации течения.

В настоящее время существуют три основных направления замыкания уравнений Навье – Стокса:

1) моделирование мелкомасштабной турбулентности при осреднении исходной системы по Рейнольдсу либо по Фавру (RANS);

2) учет крупномасштабной турбулентности (LES, DES) на базе технологии «подсеточного моделирования»;

3) прямое численное моделирование турбулентности (DNS).

Первое направление включает в себя алгебраические, дифференциальные одно- и двухпараметрические модели турбулентной вязкости. Начав развиваться в конце 60-х годов, они совершенствуются до сих пор. Среди многочисленных алгебраических методов замыкания хорошо зарекомендовали себя модели Болдвина – Ломакса [3], Себечи – Смита [4], Совершенного В.Д. [5]. Из однопараметрических моделей выделяются модели Глушко – Рубезина [6, 7] и популярная сейчас Спаларта – Алламараса [8]. В рамках замыкания уравнений Навье – Стокса двумя дополнительными уравнениями турбулентного переноса высокую надежность показали k - ϵ модели Джонса-Лаундера [9], Уилкокса [10] и их модификация – k - ω модель Ментера [11].

Главный вывод сравнительного анализа эффективности алгебраических и дифференциальных моделей турбулентности [2, 12 – 23] заключается в том, что модели, относящиеся к первому направлению, могут хорошо передавать распределение основных гидрогазодинамических характеристик во всей расчетной области, давая качественное и количественное совпадение с экспериментальными данными в рамках установившихся течений. Это позволяет внедряться методам решения RANS в повседневную практику инженерных промышленных расчетов. Опыт применения RANS показывает, что для получения приемлемого численного решения требуются разностные сетки, содержащие порядка 10^4 узловых точек для двумерных задач и порядка $10^5 \div 10^6$ для трехмерных. Соответствующие затраты процессорного времени обычного PC типа Pentium IV с тактовой частотой 2,4 ГГц исчисляются десятками минут для двумерных задач и десятками часов для трехмерных.

Большинство исследователей в настоящее время при численном моделировании промышленных задач пользуются моделями Спаларта – Алламараса [8] и Ментера [11].

Основной недостаток данного направления в расчете параметров турбулентности состоит в низкой передаче тонких структур течений, особенно при наличии отрыва потока. Кроме того, применение данных моделей приводит к «гладким» решениям, что не соответствует общей природе хаоса в турбулентности.

В конце 90-х годов начали интенсивно развиваться такие подходы, как LES, DES, DNS, в рамках которых предпринимаются попытки устранить недостатки, присущие методам первого направления.

Учет крупномасштабных вихрей базируется на выявлении «порядка в хаосе» при турбулентном переносе. Использование технологии «подсеточного моделирования» позволяет устанавливать «фильтры», разделяющие крупно- и мелкомасштабную турбулентность. Существенной особенностью является исходная трехмерная постановка задачи, не допускающая упрощения на двумерный случай. Реализация подходов LES, DES требует $10^7 \div 10^{11}$ узлов расчетной сетки, что выполнимо только на кластерах PC или супермощных ЭВМ. Это ограничивает в настоящее время применение данных подходов, особенно LES, модельными задачами, не выходящими, за редким исключением, за круг верификационных тестов. И хотя получаемые результаты выглядят многообещающими, следует признать что концепция «крупных турбулентных вихрей» пока еще слабо обоснована. Как отмечают авторы обзоров [24, 25], «LES – это искусство балансирования на грани ошибки».

Наиболее полным подходом к описанию турбулентности считается ее прямое численное моделирование (DNS). Идея DNS состоит в осреднении не исходных уравнений, а получаемых нестационарных результатов. В ходе расчетов на основе уравнений Навье – Стокса с обычной молекулярной вязкостью выделяются «устойчивая» и «пульсационная» части решения. На основе «пульсационной» составляющей рассчитывается турбулентная вязкость и другие параметры турбулентного переноса. Реализация DNS требует исключительно подробной сетки, состоящей из $10^{15} \div 10^{17}$ узлов. По данным обзоров [25, 26], даже с учетом прогресса в вычислительной технике, широкое применение DNS возможно только во второй половине XXI века.

Методы дискретизации расчетной области. Одной из первых проблем, возникающих при численном моделировании вязких течений, является выбор метода дискретизации расчетной области. В настоящее время существуют три базовых подхода к разбиению непрерывного пространства вокруг обтекаемого тела на дискретные ячейки. К ним относятся:

- а) регулярные сетки, связанные с обтекаемой поверхностью;
- б) неструктурированные сетки;
- в) прямоугольные декартовы сетки с дробными ячейками.

Наиболее традиционным является подход, использующий регулярные сетки. Он позволяет строить разностные сетки, учитывающие характерные особенности обтекаемых поверхностей при сохранении возможности введения криволинейных координат. Отображение физической области на единичный куб расчетной области дает возможность разрабатывать универсальные алгоритмы решения уравнений Навье – Стокса, зависящие только от характера отображения и постановки граничных условий. Главным недостатком регулярных сеток является высокая трудоемкость их построения и, по-видимому, отсутствие универсальных алгоритмов для тел произвольной формы, особенно при наличии угловых конфигураций.

Прямоугольные декартовы и неструктурированные сетки позволяют рационально использовать ограниченное число узлов во внешней области течения. Кроме того, применение данных типов сеточного разбиения дает возможность создавать эффективные автоматизированные алгоритмы построения сеток около тел произвольной конфигурации. Однако, при сгущении узлов вблизи криволинейной поверхности для адекватного учета вязких эффектов, приходится вводить ячейки с ребрами одного порядка длины во всех трех координатных направлениях, чтобы избежать малых углов между гранями ячеек. Это, в свою очередь, ведет к избыточному числу узлов непосредственно в пограничном слое и существенно снижает конечную эффективность алгоритмов численного решения уравнений Навье – Стокса.

Прогресс в данном направлении связывается с разработкой гибридных сеток, сочетающих в себе преимущества описанных выше подходов.

2. Исходные уравнения. Наиболее гибкий подход при дискретизации исходных уравнений, позволяющий использовать структурированные и неструктурированные сетки, базируется на нестационарных уравнениях Навье – Стокса сжимаемого газа, записанных в векторной интегральной форме [2, 27 – 31]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{V} \oint_S (F \cdot n - F_v \cdot n) dS = 0, \quad (1)$$

где V – объем ячейки, S – площадь ее поверхности. Вектор состояния q , векторы конвективного $F \cdot n$ и диффузионного $F_v \cdot n$ потока в приближении тонкого слоя определяются соотношениями

$$q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}; F \cdot n = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + n_x p \\ \rho U v + n_y p \\ \rho U w + n_z p \\ (e + p)U \end{bmatrix}; F_v \cdot n = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \left(u_n + \frac{1}{3} n_x U_n \right) \\ \mu \left(v_n + \frac{1}{3} n_y U_n \right) \\ \mu \left(w_n + \frac{1}{3} n_z U_n \right) \\ f_{5v} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $f_{5v} = \mu \left[\frac{1}{Pr(\gamma - 1)} (a^2)_n + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)_n + \frac{1}{3} U U_n \right]$; $U = n_x u + n_y v + n_z w$

– скорость в направлении внешней единичной нормали к поверхности ячейки; n_x, n_y, n_z – компоненты единичного вектора внешней нормали к грани контрольного объема; $U_n = n_x u_n + n_y v_n + n_z w_n$; γ – отношение удельных теплоемкостей; k – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент вязкости; Pr – число Прандтля.

В уравнениях приняты следующие обозначения: u, v, w – компоненты вектора скорости в направлениях x, y, z ; ρ, p, e – плотность, давление и полная энергия единицы объема газа.

Система уравнений дополняется уравнением состояния

$$p = p(\varepsilon, \rho), \quad (3)$$

где ε – внутренняя энергия, которая определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2). \quad (4)$$

Система уравнений записана в дивергентном виде и при замене дискретным аналогом будет обладать свойствами сохранения массы, импульса и энергии с соответствующей точностью в каждой расчетной точке.

Граничные условия. К настоящему времени хорошо отработаны методы постановки граничных условий во внешних областях течения для всех диапазонов скоростей (несжимаемые, дозвуковые, трансзвуковые, сверх- и гиперзвуковые режимы обтекания). На поверхности тел обычно задаются условия прилипания, температурный режим и условия для градиента давления.

3. Численные алгоритмы. За десятилетия существования вычислительной аэродинамики были созданы целые классы численных методов решения уравнений Навье – Стокса. Своим становлением вычислительная аэрогидродинамика обязана группе численных методов, использующих конечно-разностные аппроксимации на основе центральных либо центрированных

разностей с применением искусственной диссипации. В работах [2, 16, 32] были проведены сравнительные исследования двенадцати численных методов решения уравнений Навье – Стокса на задаче о двумерном взаимодействии скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем. В дополнение к известным явной и неявной схемам Мак – Кормака [33, 34], неявной факторизованной разностной схеме Бима – Уорминга [35], методам Стегера [36], Ли [37] и Ковени – Яненко [38], диагонализированному методу Шоссе – Пуллиама [39], LU схеме [40], были подвергнуты сравнению разработанные и модифицированные численные алгоритмы: один из вариантов повышения точности для метода Стегера [36], два смешанных явно-неявных метода и диагонализированный алгоритм повышенной точности. Сравнились затраты времени процессора на один шаг интегрирования; количество шагов до установления; число Куранта, принятое в расчетах; коэффициент затрат машинного времени по отношению к методу Стегера [36].

Дальнейший прогресс в развитии численных методов связан с усложнением используемых алгоритмов. Главным направлением здесь является учет структуры течения в процессе численного расчета. Речь идет о схемах с TVD свойствами, методах решения задачи Римана, а также использовании преобуславливателей (preconditioning) для расчета течений с очень малыми числами Маха.

Построение дискретного аналога исходных уравнений выполняется в несколько этапов (рис.1): выполняется реконструкция зависимых переменных на грань контрольного объема (рис. 2), вычисляются векторы потоков, формируется и решается блочная система алгебраических уравнений.

При экстраполяции на грань контрольного объема выбором ограничителя потоков достигается невозрастание полной вариации решения, проявляющееся в невозникновении экстремумов искусственного происхождения, численной методике придаются TVD свойства. Среди ограничителей потоков наиболее распространенными являются MinMod Harten [41], Superbee [46], Roe [42], ISNAS Zijlema [43], а также ограничители, рассмотренные в работах Van Leer [44], Hirsch, Sweby [45], Chakravathy – Osher, Jameson [46, 50]. В настоящее время существуют параметрические зависимости для ограничителей потоков, позволяющие конструировать их с определенными наперед заданными свойствами.

Формальную запись вектора потока на грани контрольного объема можно представить в виде:

$$F = F(q_L, q_R), \quad (5)$$

где $q_L = q_i + \psi_i(\Delta q_i, \Delta q_j)$, $q_R = q_j - \psi_j(\Delta q_i, \Delta q_j)$ – параметры потока по разные стороны грани контрольного объема (рис. 2), ψ_i – ограничитель потоков.



Рис. 1

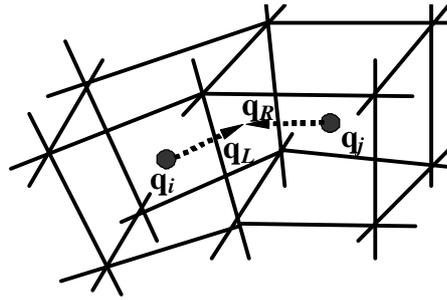


Рис. 2

При вычислении векторов потоков и матриц их линеаризации используется приближенное решение задачи о распаде разрыва [47, 48]. В пакете программ применяются следующие алгоритмы:

1. Расщепление векторов потоков Steger – Warming [49]

$$F_i^{(S-W)} = A^+(q_L) \cdot q_L + A^-(q_R) \cdot q_R. \quad (6)$$

2. Модифицированное расщепление векторов потоков Steger-Warming [50]

$$F_i^{(S-W)mod} = A^+(q_k) \cdot q_L + A^-(q_k) \cdot q_R, \quad q_k = (q_L + q_R)/2. \quad (7)$$

3. Расщепление векторов потоков Roe [42]

$$F_i^{(R)} = \frac{1}{2} \left[F(q_L) + F(q_R) - |\tilde{A}| \cdot (q_R - q_L) \right]. \quad (8)$$

4. Расщепление векторов потоков Van Leer [51]

$$F_i^{V-L} = \begin{cases} F(q_L), & M_{i+1/2} \geq 1 \\ F^+(q_L) + F^-(q_R), & -1 < M_{i+1/2} < 1. \\ F(q_R), & M_{i+1/2} \leq -1 \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $A(q) = \frac{\partial F(q)}{\partial q} = T \cdot \Lambda \cdot T^{-1}$ – матрица Якоби, записанная через матрицу собственных векторов T , диагональную матрицу собственных чисел Λ и матрицу, обратную к T . Матрицы A^+ и A^- соответствуют положительным и отрицательным значениям Λ . В записи расщепления векторов потоков Roe $|\tilde{A}| = \tilde{T} \cdot |\tilde{\Lambda}| \cdot \tilde{T}^{-1}$ обозначает матрицу Якоби, определенную абсолютными значениями Λ , на основе средне-геометрической интерполяции

параметров потока по Roe [49]. Форму записи расщепленных векторов F^+ и F^- по методу Van Leer можно найти в работах [2, 44, 51].

На третьем этапе формируется системы линейных блочно-матричных уравнений вида:

$$C^n \cdot \Delta q^n = R^n \quad (10)$$

где $\Delta q^n = q^{n+1} - q^n$ - вектор изменения параметров потока при переходе с временного слоя n к слою $(n+1)$; $C^n = I - \left(\frac{\partial R}{\partial q} \right)^n$ - блочная матрица неявных дифференциальных операторов размерностью $N \cdot N$ (N - количество узлов расчетной сетки, $C^n \equiv E$ - единичной матрице для явных схем); $R^n = -\frac{\Delta t}{V} \oint_S (F \cdot n - F_v \cdot n) dS$ - вектор интегралов по поверхности каждой ячейки, определенный для временного слоя n .

На четвертом этапе при решении блочно-матричной системы алгебраических уравнений могут использоваться итерационные матричные методы, метод векторной или скалярной прогонки, бегущий счет. Наиболее популярным и эффективным алгоритмом решения блочно-матричной системы алгебраических уравнений является метод Гаусса - Зейделя

$$\Delta q_i^{n,m} = c_{ii}^{-1} \left(R_i^n - \sum_{i < j} c_{ij} \Delta q_j^{n,m} - \sum_{i > j} c_{ij} \Delta q_j^{n,m-1} \right).$$

Реализация используемой методологии применения моделей и методов аэрогидродинамики и тепломассообмена выполнена в рамках разработанного автором пакета прикладных программ [2, 52].

Пакет программ базируется на моделях аэрогидродинамики и тепломассообмена различного уровня, ориентирован на внедрение новейших достижений в вычислительной аэродинамике.

4. Верификация методик и пакета программ. Тестирование разработанных алгоритмов и программ является необходимым этапом любого численного исследования. При верификации и тестировании разработанных методик решались следующие задачи: тест Сода; задача Блазиуса; нерасчетное истечение из сопла; взаимодействие скачка уплотнения с ламинарным и турбулентным пограничным слоем; дозвуковое и сверхзвуковое обтекание сферы, цилиндра и конуса, комбинации сфера - цилиндр под углом атаки, угла из двух клиньев, конического вогнутого крыла; трансзвуковое обтекание одиночного профиля; расчет течения в решетке компрессорных и турбинных профилей; обтекание клина, цилиндра и полуконуса, установленных на пластине.

Результаты верификации математических моделей и тестирования численных методов изложены в работах [2, 12 - 23, 32, 52, 53].

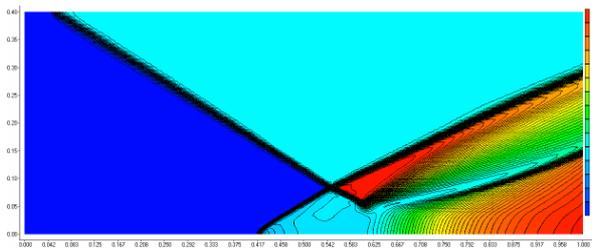


Рис. 3

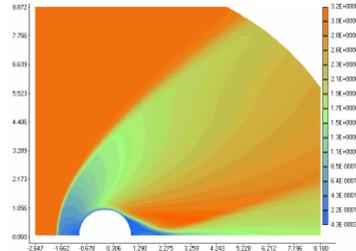
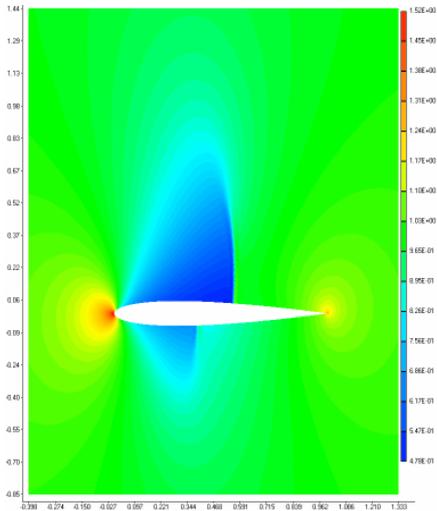
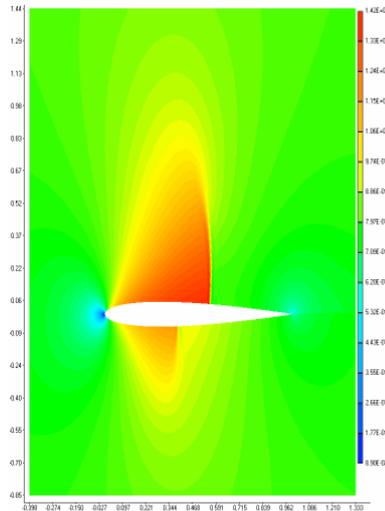


Рис. 4

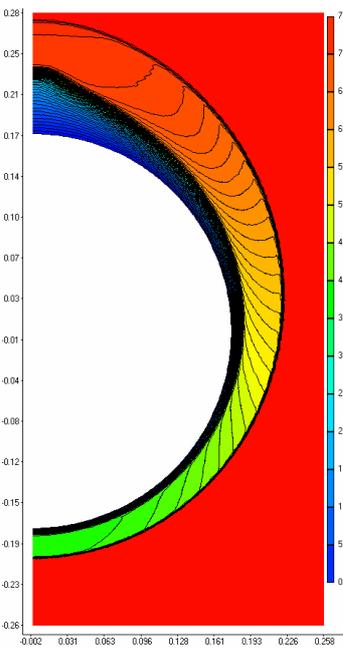


а)

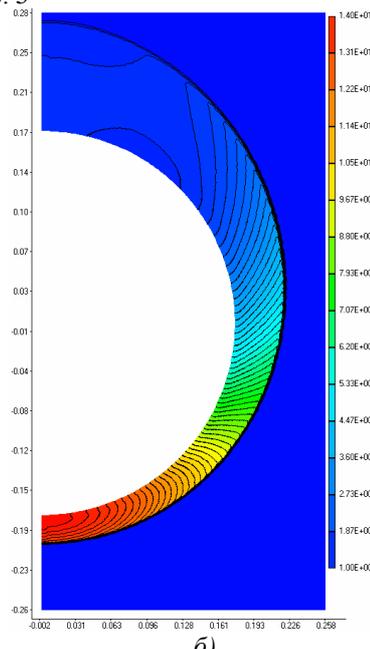


б)

Рис. 5



а)



б)

Рис. 6

5. Результаты расчетов. На основе разработанной методологии выполнен анализ результатов, полученных при решении прикладных задач аэродинамики несущих поверхностей летательных аппаратов, транспортных

средств, ветроэнергетических установок, компрессоров, турбин, проточных частей, систем подачи топлива авиационных и ракетных двигателей, конвертеров и шлакоплавильных установок в металлургии, химической кинетики, свободной и вынужденной конвекции при взаимодействии гидродинамических, тепловых, концентрационных, электрических полей в градириях, теплообменниках, химических источниках тока, генераторах бинарного льда и энергетических установках. Некоторые из результатов приведены на рис. 3 – 11.

Рассчитанное распределение параметров в области взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем на пластине ($M_\infty = 2,9$; $\theta = 13^\circ$) хорошо согласуется с физической картиной течения. Повышение давления, полученное в результате падения скачка уплотнения, передается вверх по потоку по дозвуковой части пограничного слоя, вызывая его утолщение и отрыв (рис. 3). В результате отрыва потока образуется веер волн сжатия, затем поток проходит волну расширения и снова сжимается в волне сжатия. Далее все волны сжатия сливаются в отраженный скачок уплотнения. Численный расчет точно воспроизводит угол наклона и интенсивность падающего скачка уплотнения, а также общий перепад давления, рассчитанного по асимптотическим значениям для невязкого течения. На изолиниях отчетливо видны пограничный слой, падающая ударная волна, зона отрыва, отраженный скачок уплотнения, который образуется внутри турбулентного пограничного слоя.

Основные закономерности развития отрывного течения при обтекании сверхзвуковым потоком ($M_\infty = 3$) цилиндра можно проследить на изолиниях числа Маха в расчетной области, представленных на рис. 4. На рисунке отчетливо видно отошедшую ударную волну, зону отрыва потока, скачки уплотнения от отрыва и присоединения потока, область следа. Картина течения хорошо согласуется с известными теплеровскими снимками [54].

Результаты расчета обтекания профиля крыла NASA 0012 трансзвуковым потоком с $M_\infty = 0,8$ под углом атаки $\alpha = 1,25^\circ$, изобары и изолинии чисел Маха приведены на рис. 5а и рис. 5б. Результаты расчетов показывают хорошую передачу структуры двухскачкового трансзвукового обтекания профиля под углом атаки. Используемый метод улавливает положение скачков уплотнения на верхней и нижней поверхности профиля.

Изомахи и изобары при сверхзвуковом обтекании кругового конуса под закритическим углом атаки ($M_\infty = 7,95$; $\theta = 10^\circ$; $\alpha = 12^\circ$) представлены на рис. 6а и рис. 6б. Наблюдается утолщение пограничного слоя и его отрыв на подветренной части поверхности конуса у плоскости симметрии. Повышение давления на подветренной части поверхности конуса соответствует хвостовому скачку уплотнения. Получено удовлетворительное согласование результатов расчета распределения давления на конусе с расчетами на основе конического приближения нестационарных уравнений Навье – Стокса, параболическим приближением уравнений Навье – Стокса и известными экспериментальными данными [2].

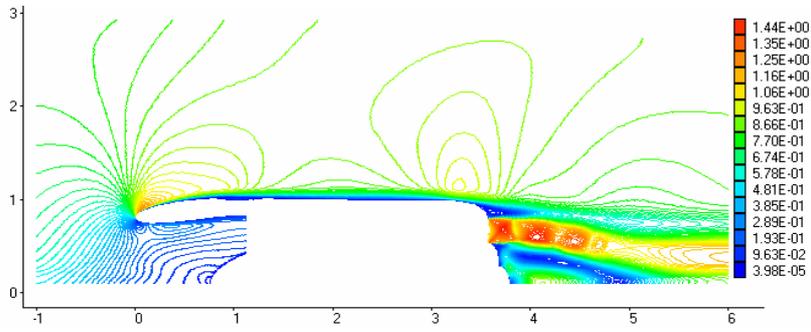


Рис. 7

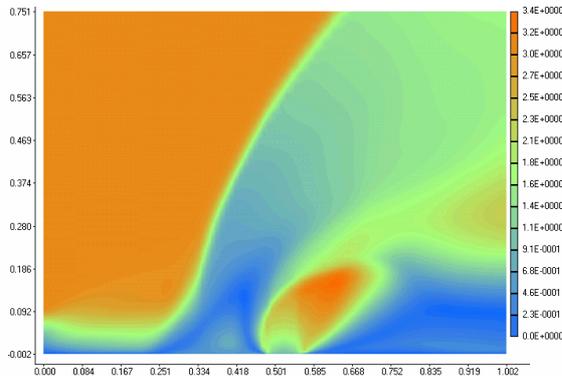


Рис. 8

Результаты расчета обтекания мотогондолы авиационного двигателя трансзвуковым потоком с числом Маха $M = 0,8$ представлены на рис. 7. Изомахи иллюстрируют структуру течения в воздухозаборнике, на поверхности мотогондолы и в области взаимодействия выхлопной струи с внешним потоком.

Интерференционная картина, основные структурные элементы течения при взаимодействии поперечной струи с внешним сверхзвуковым потоком ($M_\infty = 2$) показаны на рис. 8. Обтекание струи набегающим потоком происходит с образованием системы скачков уплотнения, областей отрывного и возвратного течений. Протяженность отрывной зоны определяется интенсивностью передачи возмущений, которые, распространяясь в пограничном слое от струи вверх по потоку, повышают давление, вызывают утолщение пограничного слоя и его отрыв. За отверстием вдува образуется область возвратного течения, ограниченная стенкой и свободной границей струи, которая при взаимодействии со сверхзвуковым потоком разворачивается по течению с последующим присоединением к стенке.

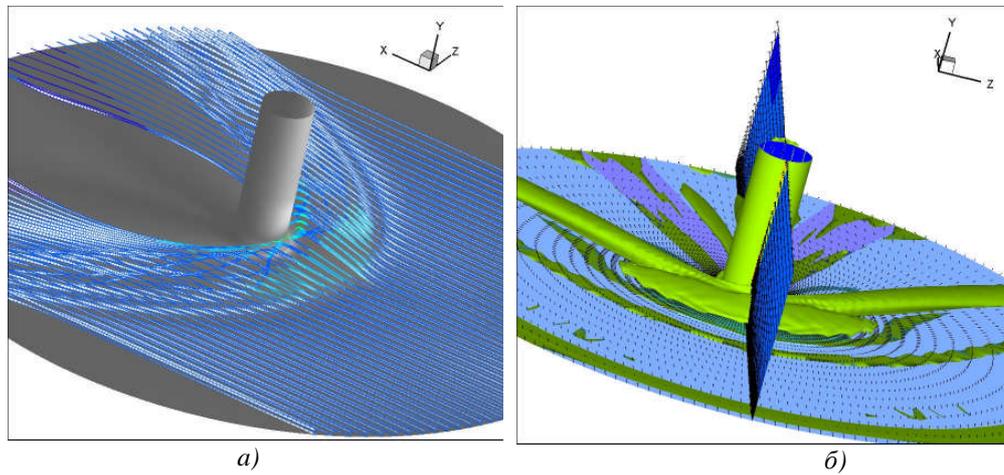


Рис. 9

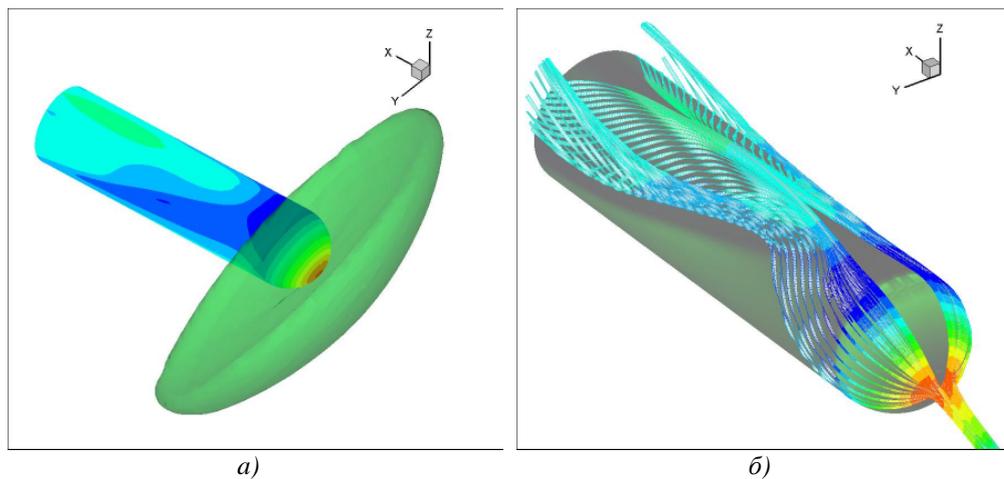


Рис. 10

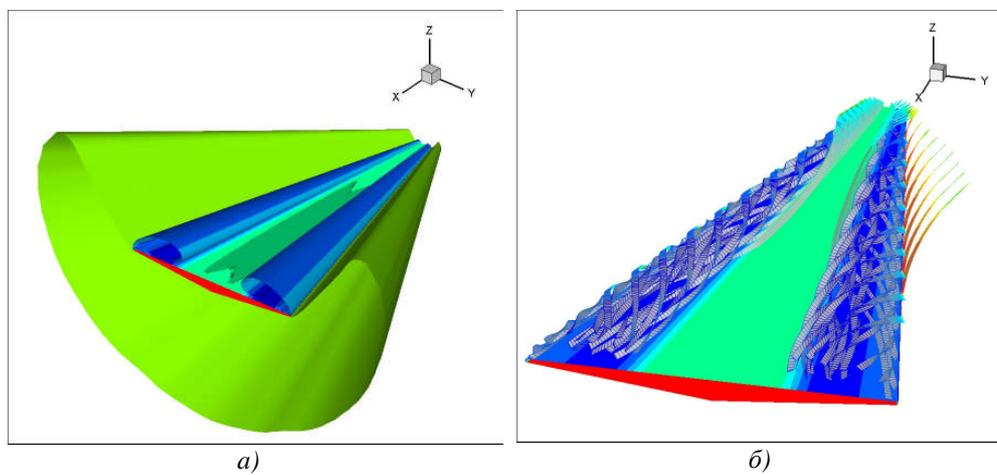


Рис. 11

Интерференция отрывных потоков вызывает большой интерес в силу своей сложности и сравнительно малой изученности. Примером такого интерференционного взаимодействия может служить обтекание сверхзвуковым

потоком вертикального цилиндра, установленного на пластине (рис. 9). Головная ударная волна вызывает отрыв в набегающем пограничном слое, присоединение которого происходит на пластине непосредственно перед цилиндром. Точка растекания соответствует точке с максимальным давлением. Формируется первичный подковообразный отрывной вихрь, приводящий к образованию волн разрежения в зоне присоединения потока. Волны разрежения создают неблагоприятный градиент давления для потока, возвращающегося в зону отрыва, что приводит к формированию вторичного отрыва потока, имеющего подковообразную форму. На подветренной стороне цилиндра формируются отрывные смерчеобразные вертикальные потоки, которые деформируются при взаимодействии с первичным подковообразным отрывом потока. Это проявляется в смещении и перекомпоновке особых точек стекания и растекания на пластине за цилиндром. Приведенные на рис. 9 результаты визуализации пространственных линий тока, отрывных и возвратных областей при обтекании сверхзвуковым потоком ($M_\infty = 2,5$) цилиндра, установленного на пластине, в области взаимодействия хорошо соответствуют известным экспериментальным данным [30]. Для наглядности на правом рисунке приведена срединная плоскость.

Результаты визуализации головной ударной волны, распределения давления и линий тока при обтекании сверхзвуковым потоком цилиндра, затупленного по сфере, под большим углом атаки ($M_\infty = 1,2$; $\alpha = 19^\circ$) представлены на рис. 10. Точка растекания смещается вниз по сфере в плоскости симметрии, здесь наблюдается максимальное давление, на подветренной части тела формируется обширный подковообразный отрыв потока. Распределение давления на поверхности тела, положение точек отрыва и присоединения потока в продольной и поперечной плоскости хорошо согласуются с экспериментальными данными [55].

Классическая картина отрывного обтекания треугольного крыла сверхзвуковым потоком ($M_\infty = 2$, $\alpha = 12^\circ$) воспроизведена по результатам расчетов на рис. 11. Обтекание характеризуется формированием головной ударной волны, наличием двух продольных вихрей на подветренной стороне крыла. Наблюдается характерный конический режим пространственного турбулентного отрыва потока.

6. Заключение. Для численного исследования процессов аэрогидродинамики и теплообмена применяется универсальный методологический подход, базирующийся на полных трехмерных нестационарных и упрощенных уравнениях Навье – Стокса. Замыкание системы уравнений осуществлено с помощью моделей турбулентной вязкости. Реализация используемого подхода выполнена в рамках разработанного автором пакета прикладных программ. Приводятся результаты расчета турбулентных отрывных течений при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, при обтекании трансзвуковым потоком профиля крыла, мотогондолы с работающим авиационным двигателем, сверхзвуковым потоком кругового конуса под большими углами атаки, цилиндра, треугольного крыла, цилиндра, установленного на пластине.

1. Чепмен Д. Р. Вычислительная аэродинамика и перспективы ее развития. Драйденовская лекция / Д. Р. Чепмен // РТК. 1980. – Т 18, N 2. – С. 3 – 30.

2. Приходько А. А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене / А. А. Приходько // Киев : Наукова думка, 2003. – 382 с.
3. Baldwin B. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows / B. Baldwin, H. Lomax // AIAA Paper. – 1978. – № 0257. – 8 p.
4. Себичи Т. Расчет сжимаемого турбулентного пограничного слоя при наличии тепло- и массообмена / Т. Себичи // Ракетная техника и космонавтика. – 1971. – 9, № 6. – С. 121 – 129.
5. Совершенный В. Д. Модель полной вязкости в пристеночной области турбулентного пограничного слоя / В. Д. Совершенный // ИФЖ. – 1974. – 27, № 5. – С. 920 – 921.
6. Глушко Г. С. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости / Г. С. Глушко // Вестник АН СССР. Механика. – 1965. – № 4. – С. 13 – 23.
7. Rubesin M. W. A one-equation model of turbulence for use with the compressible Navier–Stokes equations / M. W. Rubesin // NASA TM X-73. – 1976. – № 128. – 24 p.
8. Spalart P. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow / P. R. Spalart, S. R. Allmaras // La Recherche Aerospaciale. – 1994. – № 1. – P. 5 – 21.
9. Jones W. P. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence / W. P. Jones, B. E. Launder // Ibid. – 1972. – V.15. – P. 301 – 31.
10. Wilcox D. C. A complete model of turbulence / D. C. Wilcox, R. M. Traci // AIAA Pap. – 1976. – N 357. – 14p.
11. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications / F. R. Menter // AIAA Journal. – 1994. – V.32, № 8. – P. 1598 – 1605.
12. Приходько А. А. Об одном методе численного исследования турбулентных течений вязкого сжимаемого газа / А. А. Приходько // Математические методы жидкости и газа. – Днепропетровск : ДГУ, 1982. – С. 84 – 91.
13. Полевой О. Б. Численное исследование влияния условий теплообмена на структуру турбулентных отрывных течений с применением алгоритма повышенной точности / О. Б. Полевой, А. А. Приходько // Математические методы тепломассопереноса. – Днепропетровск : ДГУ, 1987. – С. 83 – 88.
14. Приходько А. А. Метод факторизации в расчете пространственных течений вязкого сжимаемого газа / А. А. Приходько // Докл. АН СССР. – 1983. – Т.270, № 6. – С. 1350 – 1355.
15. Приходько А. А. Применение метода расщепления и разностных аппроксимаций повышенной точности к численному решению задач механики жидкости и газа / А. А. Приходько, О. Б. Полевой // Моделирование в механике. – 1992. – Т.6 (23), № 3. – С. 108 – 115.
16. Беляев Н. М. Численные алгоритмы второго и повышенного порядков точности для расчета течений вязкого газа / Н. М. Беляев, О. Б. Полевой, А. А. Приходько // Гидромеханика и теория упругости. – Днепропетровск : ДГУ, 1990. – С. 16 – 22.
17. Приходько А. А. Об исследовании конических турбулентных отрывных течений на основе уравнений Навье – Стокса / А. А. Приходько // Математические методы тепломассопереноса. – Днепропетровск : ДГУ, 1987. – С. 121 – 127.
18. Полевой О. Б. Численное исследование пространственных отрывных течений при взаимодействии скользящих скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем / О. Б. Полевой, А. А. Приходько // Расчет течений жидкостей и газов. – Днепропетровск : ДГУ, 1989. – С. 88 – 93.
19. Полевой О. Б. Параметрическое исследование обтекания вертикального клина вязким теплопроводным газом / О. Б. Полевой, А. А. Приходько // Математические методы расчетов гидрогазодинамических течений. – Днепропетровск : ДГУ, 1990. – С. 42 – 49.
20. Приходько А. А. Численное моделирование сверхзвуковых интерференционных течений на основе уравнений Навье – Стокса / А. А. Приходько // Моделирование в механике. – 1989. – Т. 3 (20), № 5. – С. 145 – 150.
21. Приходько А. А. Особенности расчета отрывных течений при интерференции пространственных скользящих скачков уплотнения и турбулентного пограничного слоя / А. А. Приходько, О. Б. Полевой // Механика жидкости и газа. Методы исследования аэротермодинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов. – М. : ЦАГИ, 1992. – С. 166 – 167.
22. Prikhodko A. A. Supersonic separation calculation by flows around aircraft surface elements / A. A. Prikhodko, O. B. Polevoy // International conference on the methods of aerophysical research. – Novosibirsk, 1992. P. 1. – P. 95 – 98.
23. Приходько А. А. Математическое и экспериментальное моделирование аэродинамики транспортных систем вблизи земли / А. А. Приходько, А. В. Сохацкий. – Днепропетровск : Наука и образование, 1998. – 154с.
24. Maeder T. Direct numerical simulation of turbulent supersonic boundary layers by an extended temporal approach / T. Maeder, N. A. Adams, L. Kleiser // J. Fluid Mech. – 2001. – V. 429. – P.187 – 216.
25. Geurts B. J. Direct and large-eddy simulation of turbulent flow / B. J. Geurts // JMBC. – 2003. – 100 p.
26. Spalart P. R. Detached Eddy Simulation / P. R. Spalart // IAM-PIMS Joint Distinguished Colloquium. 2001. – 33p.
27. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. – М. : Мир. 1990. – 2 Т.
28. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. : В 2-х томах. / К. Флетчер. – М. : Мир, 1991. – 2 Т.
29. Ковеня В. М. Применение метода расщепления в задачах газовой динамики / В. М. Ковеня, Г. А. Тарнавский, С. Г. Черный. – Новосибирск : Наука, 1981. – 304 с.

30. Пуллиям Т. Х. Расчет трехмерных течений сжимаемого газа с помощью неявного разностного метода / Т. Х. Пуллиям, Дж. Л. Стегер // РТК. – 1980. – Т.18, № 4. – С. 39 – 50.
31. Беляев Н. М. Численные методы решения уравнений Навье – Стокса сжимаемого газа / Н. М. Беляев, А. А. Приходько. – Днепропетровск : ДГУ, 1986. – 140с.
32. Приходько А. А. О сравнении эффективности численных методов решения уравнений Навье – Стокса сжимаемого газа на задаче о взаимодействии скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем / А. А. Приходько // Моделирование в механике. – 1989. – Т. 3 (20), № 6. – С. 78 – 90.
33. MacCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering / R. W. MacCormack // AIAA Paper. – 1969. – № 354. – 17 p.
34. MacCormack R. W. A rapid solver for hyperbolic system of equations / R. W. MacCormack // Lecture Notes physics. – 1976. – № 59. – P. 307 – 317.
35. Бим Р. М., Уорминг Р. Ф. Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье – Стокса течений сжимаемого газа / Р. М. Бим, Р. Ф. Уорминг // РТК. – 1978. – Т.16, № 4. – С. 145 – 156.
36. Стегер Дж. Л. Неявный конечно-разностный метод для расчета двумерного обтекания тел с произвольной геометрией / Дж. Л. Стегер // РТК. – 1978. – Т.16, № 7. – С. 51 – 60.
37. Li C. P. A mixed explicit-implicit splitting method for the compressible Navier – Stokes equation / C. P. Li // Lect. Notes Phys. – 1976. – V. 59. – P. 285 – 292.
38. Ковеня В. М. Разностная схема на подвижных сетках для решения уравнений вязкого газа / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко // ЖВМ и МФ. – 1979. – Т. 19, № 1. – С. 174 – 188.
39. Шоссе Д. С. Численное моделирование работы плоского воздухозаборника с помощью диагональной неявной схемы / Д. С. Шоссе, Т. Х. Пуллиям // РТК. – 1981. – Т.19, № 3. – С. 33 – 41.
40. Pan D. A new approximate LU factorization scheme for the Reynolds-averaged Navier – Stokes equations / D. Pan, H. Lomax // AIAA Pap. – 1986. – № 0337. – 10p.
41. Harten A. A. A high resolution scheme for the computation of wear solution of hyperbolic conservation laws / A. A. Harten // J. Comput. Phys. – 1983. – V.49. – P. 357 – 393.
42. Roe P. L. Characteristic-based schemes for the Euler equations / P. L. Roe // Annual review of fluid mechanics. – 1986. – V.18. – P. 327 – 336.
43. Zijlema M. Higher order flux-limiting methods for steady state, multidimensional, convection-dominated flow / M. Zijlema, P. Wesseling // Delft University of Technology : Technical Report DUT-TWI-95-131. – 1995. – 28 p.
44. Van Leer B. Upwind-difference methods for aerodynamic problem governing by the Euler equations / B. Van Leer // Lecture in Appl. Math. – 1985. – V.22. – P. 327 – 336.
45. Sweby P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws / P. K. Sweby // SIAM J. Numer. Anal. – 1984. – V.21. – P. 995 – 1011.
46. Jameson A. Artificial diffusion, upwind biasing, limiters and their affect on accuracy and multigrid convergence in transonic and hypersonic flow / A. Jameson // AIAA Paper. – 1993. – № 3559. – 15 p.
47. Кочин Н. Е. Теоретическая гидромеханика: в 2-х т. / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. – М.: Физматгиз, 1963. – Т. 1. – 584 с., Т. 2. – 728 с.
48. Годунов С. К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, В. Я. Иванов, А. И. Крайко, Г. П. Прокопов. – М. : Наука, 1976. – 400 с.
49. Steger J. L., Warming R. F. Flux Vector Splitting of the inviscid gas dynamic equation with application to finite-difference methods / J.L. Steger, R.F. Warming // J. Comput. Phys. – 1981. – V. 40, № 2. – P. 263 – 294.
50. MacCormack R. W. Assessment of a new numerical procedure for fluid dynamics / R. W. MacCormack, T.H.Pulliam // AIAA Paper. – 1998. № 2821. – 9 p.
51. Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations / B. Van Leer //Lecture Notes in Phys. – 1982. – V. 170. – P. 507 – 512.
52. Приходько А. А. Пакет прикладных программ для численного моделирования процессов теплопереноса / А. А. Приходько // Теплообмен – МФ – 92. Вычислительный эксперимент в задачах теплообмена и теплопередачи. Т. 9, ч.1. – Минск : ИТМО им. А.В. Лыкова АНБ, 1992. – С. 152 – 155.
53. Приходько А. А. О сравнении методов аэродинамического расчета на задаче обтекания сверхзвуковым потоком кругового конуса под углами атаки / А. А. Приходько // Численное моделирование гидрогазодинамических течений. – Днепропетровск : ДГУ, 1987. – С. 95 – 99.
54. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа / М. Ван-Дайк. — М. : Мир, 1986. – 184 с.
55. Аэродинамика ракет / Под ред. М. Хемша, Дж. Нилсена. – М. : Мир, 1989. – 738 с.