Иванов П.И., Филатова О.В. **УДК 336:051**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ДЕНЕЖНОЙ МАССЫ В РЕГИОНЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ МИГРАЦИИ ТРУДОСПОСОБНОГО НАСЕЛЕНИЯ

Проблема эмиссионных операций и обеспечение наиболее их эффективного влияния на развитие экономики является одной из главных в деятельности центральных банков всех стран. Несмотря на то, что вопросам проведения эффективной денежно-кредитной политики и, в частности, регулирования количества денег в обращении отечественными и зарубежными специалистами уделяется особое внимание, о чем свидетельствует достаточно большое количество трудов по данной тематике, разработка качественных прогнозов параметров денежного обращения не теряет своей актуальности. Так вопросы прогнозирования спроса и предложения денег, разработки и применения эконометрических моделей для определения влияния денежно-кредитной политики на экономические процессы в стране рассматривались в трудах таких экономистов как: В. Мищенко, С. Моисеев, С. Кораблин, С. Науменкова, В. Болдаков и др. В то же время при анализе, прогнозировании и планировании денежных ресурсов региона определенный интерес представляет исследование динамики изменения денежной массы в регионе в результате миграции трудоспособного населения, выезжающего на заработки в другие регионы страны или за границу.

Целью настоящей статьи является построение математической модели для исследования динамики денежной массы в регионе в результате миграции трудоспособного населения.

Национальный банк Украины как эмиссионный центр страны и орган денежно-кредитного регулирования определяет правила выпуска денег в оборот и регулирует денежное обращение. При этом одним из этапов эмиссионной работы является прогнозирование потребности в денежной массе, которое позволяет определить общую потребность страны и ее отдельных регионов в денежной массе и принимать эффективные управленческие решения по регулированию денежного обращения.

Прогноз наличности в отдельных регионах и в целом в Украине осуществляется Департаментом налично-денежного обращения Национального банка Украины на основании прогнозов кассовых оборотов банков. Однако они не могут в полной мере учитывать изменение денежной массы в результате миграции населения.

В связи с этим построим математическую модель для исследования динамики денежной массы в регионе в результате миграции трудового населения. Пусть в настоящий момент времени t величина денежной массы в регионе, в котором проживает V млн. человек населения, составляет $y(t)$ условных единиц (например, $y(t)$ миллионов гривен).

Пусть, за единицу времени в регион въезжает a условных единиц трудоспособного населения (например, a млн. человек), побывавшего на заработках в других регионах, каждый из которых ввозит в среднем b денежных единиц (гривен). За промежуток времени Δt, количество ввозимой в регион денежной массы составит: $ab\Delta t$.

Пусть, поступающая в регион денежная масса равномерно распределяется по региону.

Пусть теперь за время Δt из региона также выезжает a условных единиц (например, млн. человек) трудоспособного населения на заработки в другие регионы, с которыми из региона вывозится в среднем $a \cdot k\dfrac{(y(t)+\alpha)}{V}\Delta t$ денежных единиц (гривен). Здесь k –среднее значение отношения вывозимых мигрантом из региона денежных средств к ввозимым, т.е. своего рода фильтр для параметра $\dfrac{y(t)}{V}$, установленный на выходе системы. Следует отметить, что параметр k относится именно к величине $\dfrac{y(t)}{V}$, а не к величине a – количеству мигрирующего населения, поскольку общее количество населения в регионе V остается постоянным.

За время Δt среднее распределение денежной массы в регионе $\dfrac{y(t)}{V}$ незначительно изменяется на относительно небольшую величину $\dfrac{\alpha}{V}$, которая стремится к нулю при стремлении Δt к нулю.

Составим конечно–разностное уравнение для динамики изменения денежной массы в регионе. Очевидно, что:

$$y(t+\Delta t) - y(t) = ab\Delta t - a \cdot k\frac{(y(t)+\alpha)}{V}\Delta t \cdot$$

Разделив обе части уравнения на величину Δt и переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, имеем:

$$\lim_{\Delta t \to 0}\frac{y(t+\Delta t)-y(t)}{\Delta t} = ab - \frac{a \cdot k \cdot y(t)}{V},$$

откуда получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными, описывающее динамику изменения денежной массы в регионе:

$$\frac{dy(t)}{dt} = ab - \frac{a \cdot k \cdot y(t)}{V}. \qquad (1)$$

Разделяя переменные, интегрируем данное дифференциальное уравнение:

$$\int \frac{dy}{bV - ky} = \int \frac{a}{V} dt + \ln C_1.$$

Далее:

$$-\frac{1}{k} \int \frac{d(bV - ky)}{bV - ky} = \int \frac{a}{V} dt + \ln C_1, \quad -\frac{1}{k} \ln|bV - ky| = \frac{at}{V} + \ln C_1,$$

$$\ln|bV - ky| - k \ln C_1 = -\frac{akt}{V}, \text{ или } \ln \frac{|bV - ky|}{k \ln C_1} = -\frac{akt}{V}, \text{ откуда}$$

$$(bV - ky) = k \ln C_1 \cdot e^{-\frac{akt}{V}}, \text{ или } ky = bV - k \ln C_1 e^{-\frac{akt}{V}}.$$

Полагая $C = \ln C_1$, окончательно получим общее решение дифференциального уравнения (1) в следующем виде:

$$y = \frac{bV}{k} - Ce^{-\frac{a \cdot k}{V} t}. \qquad (2)$$

Используем начальное условие для определения константы C в выражении (2): при $t = 0, y = y_0$. Тогда: $y_0 = \frac{bV}{k} - C$, откуда $C = \frac{bV}{k} - y_0$.

Отсюда получим частное решение дифференциального уравнения:

$$y = \frac{bV}{k} - \left(\frac{bV}{k} - y_0 \right) e^{-\frac{a \cdot k}{V} t}. \qquad (3)$$

Полученная зависимость (3) представляет собой математическую модель изменения денежной массы в регионе в результате миграции трудоспособного населения для рассмотренного нами частного случая. Она позволяет отслеживать динамику изменения денежной массы и прогнозировать её уровень в любой конкретный момент времени для рассмотренного нами частного случая.

Рассмотрим конкретный пример наполнения денежной массой региона за счет миграции трудоспособного населения. В качестве единицы времени выберем 1 календарный месяц.

Пусть в рассматриваемом регионе проживает V =3 млн. человек.

Пусть в начальный момент времени t величина денежной массы в регионе, в котором проживает V =3 млн. человек населения, составляет y_0=15 миллиардов гривен. Пусть, за единицу времени в регион въезжает a =300 тыс. человек трудоспособного населения, побывавшего на заработках в других регионах, каждый из которых ввозит в среднем b =10000 денежных единиц (гривен).

Далее, поступающая в регион денежная масса равномерно распределяется по региону. Пусть k – среднее значение отношения вывозимых мигрантом из региона денежных средств к ввозимым, равно 0,2.

Используя формулу (3), построим математическую модель распределения денежной массы в регионе для этого конкретного случая, рис.1.

Как видно из рис.1, для данных начальных условий, в течение 10 лет (120 месяцев) идет наполнение денежной массой региона. Однако здесь видно, что скорость наполнения к концу 10-го года уже существенно ниже, что говорит о возможном скором насыщении региона денежной массой при тех начальных условиях, которые были заданы.

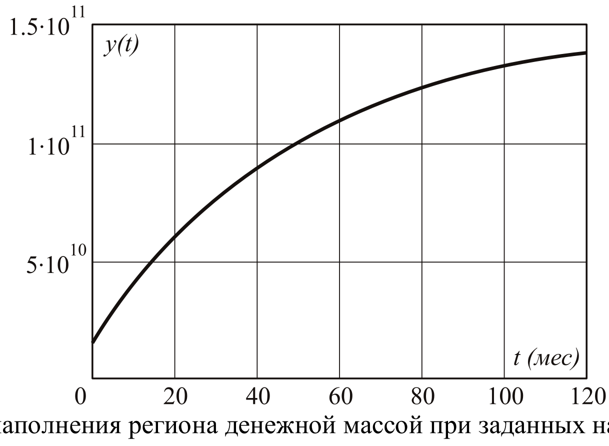

Рис.1. Динамика наполнения региона денежной массой при заданных начальных условиях

С уменьшением количества ввозимой в регион денежной массы, падает интенсивность насыщения ею региона и при определенном значении параметра b, в нашем случае при b =1000 гривень, устанавливается равновесие, когда прироста денежной массы в регионе не наблюдается, рис.2.

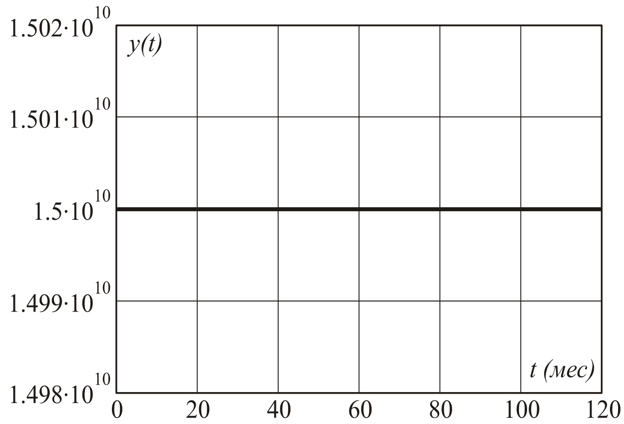

Рис.2. Равновесие в динамике роста денежной массы

В общем случае, условие равновесия легко получить из формулы (3), положив коэффициент при экспоненте равным нулю: $\frac{bV}{k} - y_0 = 0$. Откуда критическое значение параметра b, при котором достигается состояние равновесия в процессе наполнения: $b_{кр} = \frac{ky_0}{V}$.

Если окажется, что в данном конкретном процессе $b < b_{кр}$, то вместо наполнения региона денежной массой, начнется процесс ее вымывания из региона. На рис. 3 показана динамика вымывания из региона денежной массы при условии, что параметр $b < b_{кр}$. В нашем случае $b = 900$ гривень.

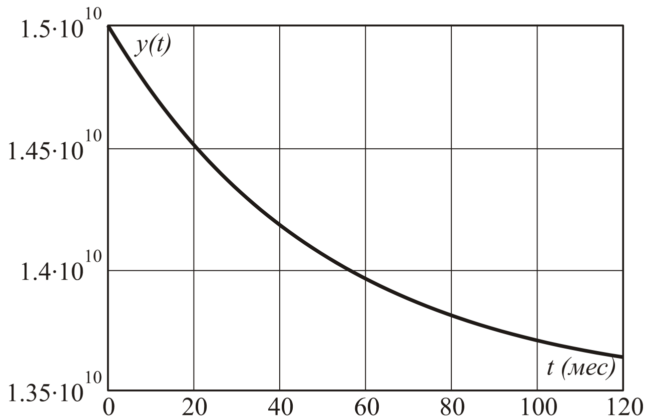

Рис.3. Динамика вымывания из региона денежной массой при заданных начальных условиях

Выше была предложена математическая модель изменения денежной массы в регионе в результате миграции трудоспособного населения для рассмотренного нами частного случая.

Модель позволяет отслеживать динамику изменения денежной массы и прогнозировать её уровень в любой конкретный момент времени.

Представляет определенный интерес исследование влияния сезонности (цикличности) в процессе миграции населения.

1. Пусть a условных единиц трудоспособного населения (например, a млн. человек), побывавшего на заработках в других регионах, не является постоянной величиной, а периодически изменяющейся, например, по закону $a = A\sin(\omega t)$, где A–амплитуда, а ω– частота процесса. Пусть A_0– среднее значение величины мигрирующего населения.

Подставляя в уравнение (1) новое значение для a, получим:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \left(A_0 + A\sin(\omega t)\right)\cdot b - \frac{\left(A_0 + A\sin(\omega t)\right)\cdot k \cdot y(t)}{V}. \quad (4)$$

Отсюда

$$\frac{dy(t)}{dt} = \left(A_0 + A\sin(\omega t)\right)\left(b - \frac{k \cdot y(t)}{V}\right).$$

Разделяя переменные, получим:

$$\frac{dy(t)}{\left(b - \frac{k \cdot y(t)}{V}\right)} = \left(A_0 + A\sin(\omega t)\right)dt, \text{ или } \frac{Vdy(t)}{\left(bV - k \cdot y(t)\right)} = \left(A_0 + A\sin(\omega t)\right)dt.$$

Интегрируя, получим:

$$-\frac{V}{k}\int\frac{d(bV-k\cdot y(t))}{(bV-k\cdot y(t))}=\int(A_0+A\sin(\omega t))dt+\ln C_1;$$

$$-\frac{V}{k}\ln|bV-k\cdot y(t)|=A_0t-\frac{A}{\omega}\cos(\omega t)+\ln C_1;$$

$$\ln|bV-k\cdot y(t)|-\ln C_1=-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t);$$

$$\ln\left|\frac{bV-k\cdot y(t)}{C_1}\right|=-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t).$$

Или

$$bV-k\cdot y(t)=C_1e^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t)};$$

$$\frac{bV}{k}-y(t)=\frac{C_1}{k}e^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t)};$$

$$y(t)=\frac{bV}{k}-\frac{C_1}{k}e^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t)}.$$

Обозначая $\frac{C_1}{k}=C$, получим окончательно общее решение дифференциального уравнения (4):

$$y(t)=\frac{bV}{k}-Ce^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t)}. \qquad (5)$$

Подставляя в последнее уравнение значение амплитуды A=0, а $A_0=a$, получим уравнение (2), что подтверждает правильность приведенных выше выкладок.

Найдем параметр C из следующих начальных условий: при t =0, $y(t)=y_0$:

$$y_0=\frac{bV}{k}-Ce^{\frac{kA}{V\omega}}, \text{ откуда } C=\left(\frac{bV}{k}-y_0\right)e^{-\frac{kA}{V\omega}}.$$

Подставляя в уравнение (5), частное решение дифференциального уравнения (4):

$$y(t)=\frac{bV}{k}-\left(\frac{bV}{k}-y_0\right)e^{-\frac{kA}{V\omega}}\cdot e^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{kA}{V\omega}\cos(\omega t)}. \qquad (5а)$$

Выберем значение угловой частоты $\omega=\frac{\pi}{6}$, что соответствует максиму миграции из региона в регион приходящейся на конец марта и минимуму миграции, приходящейся на конец сентября.

Тогда уравнение (5а) примет вид:

$$y(t)=\frac{bV}{k}-\left(\frac{bV}{k}-y_0\right)e^{-\frac{6kA}{V\pi}}\cdot e^{-\frac{k}{V}A_0t+\frac{6kA}{V\pi}\cos(\omega t)}. \qquad (6)$$

Пусть далее, $A=\frac{a}{2}$, а $A_0=a$, b=10000. При этих условиях построим функцию (6) наполнения денежной массой региона за счет миграции трудоспособного населения с учетом цикличности, рис.4.

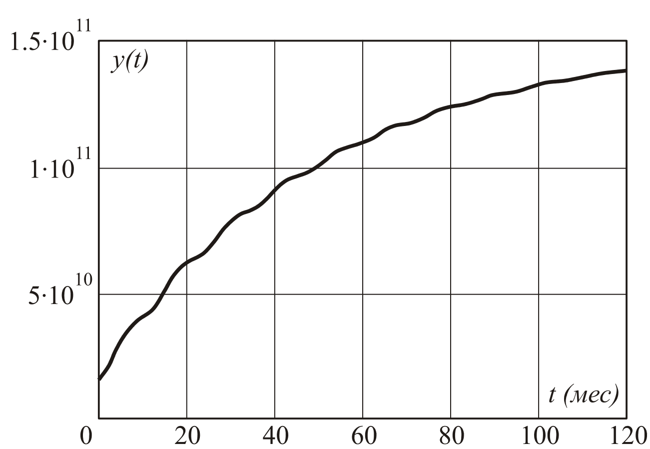

Рис.4. Динамика наполнения региона денежной массой при заданных начальных условиях с учетом сезонной миграции

Как и следовало ожидать, волны миграции оказывают влияние на наполнение региона денежной массой, что проявляется в волнообразном характере кривой.

Равновесие наступает, как и в случае примера без миграции, при $b = \frac{ky_0}{V}$ =1000. При этом колебания на прямой равновесия отсутствуют.

При b =900 уже наступает процесс вымывания денег из региона, рис.5.

Интересно отметить, что с увеличением денежной массы в регионе, характер колебаний, обусловленный сезонностью, перестает быть заметным.

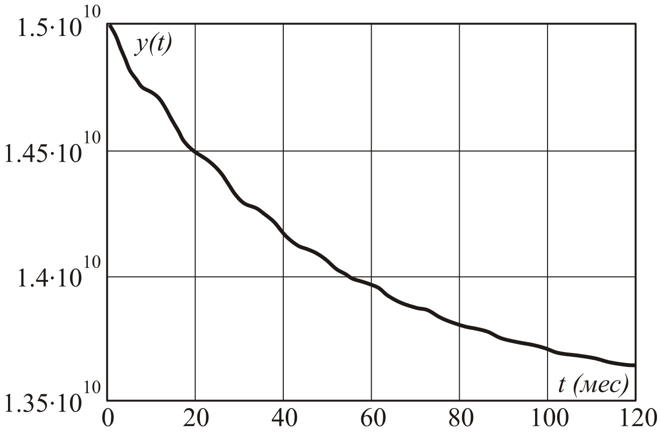

Рис.5. Динамика вымывания из региона денежной массой при заданных начальных условиях с учетом сезонной миграции

Необходимо также отметить, что с увеличением амплитуды сезонных колебаний миграции увеличивается и «ступенчатость» кривых, как наполнения, так и вымывания денежной массы в регионе.

Выводы. В процессе анализа, прогнозирования и планирования денежных ресурсов региона целесообразно учитывать динамику изменения денежной массы в регионе в результате миграции трудоспособного населения, выезжающего на заработки в другие регионы страны или за границу.

Предложенные математические модели, описывающие динамику изменения денежной массы в регионе позволяет прогнозировать уровень денежной массы в любой конкретный момент времени в перспективе как с учетом, так и без учета сезонных колебаний численности миграции населения.

Дальнейшим направлением исследований будет являться адаптация данных моделей для прогнозирования денежной массы с учетом динамики ее изменения в результате банковских операций, что позволит повысить качество прогнозов кассовых оборотов банков.

Кандрашова Л.І. **УДК 378.1–057.87:63**

ПРОФЕСІЙНА АДАПТАЦІЯ СТУДЕНТІВ-АГРАРІЇВ У ВНЗ III – IV р.а.

Метою дослідження є обгрунтування проблеми професійної адаптації студентів аграрного ВНЗ.

На підставі мети визначені **завдання дослідження:**

На основі аналізу педагогічної літератури й анкетування студентів ВНЗ 3-4 р.а. виявити рівень розробленості даної проблеми.

Актуальність дослідження обумовлена теоретичними і практичними завданнями вдосконалення професійної діяльності фахівця нового типу, що орієнтується у сучасному світі, де адаптація є постійною потребою особистості. У зв'язку з цим на перший план висувається проблема адаптації майбутнього фахівця до професійної діяльності. Вища професійна освіта сьогодні посіла провідне місце серед основних структур системи підготовки кадрів. Разом з тим, настає її криза, обумовлена поділом професій на престижні і звичайні; позначається також зміна системи цінностей професійної освіти.

Відродження в Україні сільського господарства і перехід його на новий рівень призвів до розвитку нових напрямів суспільного життя. Так, у щоденному і науковому ужитку закріпилося поняття «аграрії».

Адаптація до професійної діяльності агронома в умовах ВНЗ – це процес, у ході якого студент набуває професійно важливих знань, навиків, якостей. Умовою його успішної адаптації до професійної діяльності в процесі навчання є позитивне ставлення до навчання, науково виправдана організація навчальної діяльності, виконання завдань, вправ, створення обстановки для найбільш інтенсивного прояву і вдосконалення професійно важливих знань, навиків, умінь, психологічних процесів, особистих якостей. [1, с. 308].