

37. Голощапов Н.Н. Термокинетика газообразивного износа высокоэластичных материалов и разработка износоустойчивого гуммированного пневмотранспортного оборудования: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04. – Ростов-на-Дону, 1989. – 19 с.
38. Копченков В.Г. Энергетический подход к оценке износостойкости резины. – Ставрополь: Изд. СевКавГТУ, 2003. – 198 с.
39. Копченков В.Г. Трение и изнашивание эластомеров в условиях контактно-динамического нагружения: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.04 / ДГТУ. – Ростов-на-Дону, 2004. – 39 с.
40. Больцман Л. Лекции по теории газов. – М., 1956.
41. Челменс С., Каулинг П. Математическая теория неоднородных газов. – М., 1960.
42. Гуревич Л.Э. Основы физической кинематики. – М.; Л., 1940.
43. ГОСТ 426-77. Резина. Метод определения сопротивления истиранию при скольжении; Введ. 01.01.78 до 01.01.90. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 9 с.

УДК 622.73:621.926.002.75

Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Костандов Ю.А., Колбасин В.А.

РАСЧЁТ РЕЗИНО-МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНОГО КОНСТРУКТИВНО-ДЕФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА β

Розглядаються особливості розрахунку гумометалевих елементів при їх квазистатичному навантаженні з урахуванням особливостей на торцях.

CALCULATION OF RUBBER-METAL ELEMENTS WITH THE USE OF UNIVERSAL CONSTRUCTIVE-DEFORMATION PARAMETER β

The features of calculation of rubber-metal elements in their quasistatic loading, taking into account peculiar properties at the ends, are considered.

1 Введение

Известно [1-25], что механические характеристики образцов (особенно при деформациях сжатия) отличаются от механических свойств исходного материала. Причиной является так называемый фактор формы или положение на торцах. При сжатии образца сила трения между торцами и примыкающей арматурой может быть настолько значительной, что касательные усилия, возникающие на поверхности контакта, делают расширение торцов образца невозможным. Вследствие этого размер торцов остаётся неизменным, часть боковой поверхности образца приходит в соприкосновение с металлической арматурой и происходит как бы его ужесточение.

Такой эффект наблюдается практически для всех материалов: полимеров, резины, металлов, горных пород и т.д. Наиболее полно он проявляется для резины при больших (более 10 %) деформациях сжатия.

Гебель [10] предложил оценивать величину его влияния на жёсткость изделий, так называемым, фактором формы. Для цилиндрических деталей фактор формы будет равен

$$\Phi = \frac{\pi D^2}{4\pi Dh} = \frac{D}{4h},$$

для деталей прямоугольной формы

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b) \cdot h},$$

где D – диаметр цилиндра;

h – высота;

a и b – стороны прямоугольного основания детали.

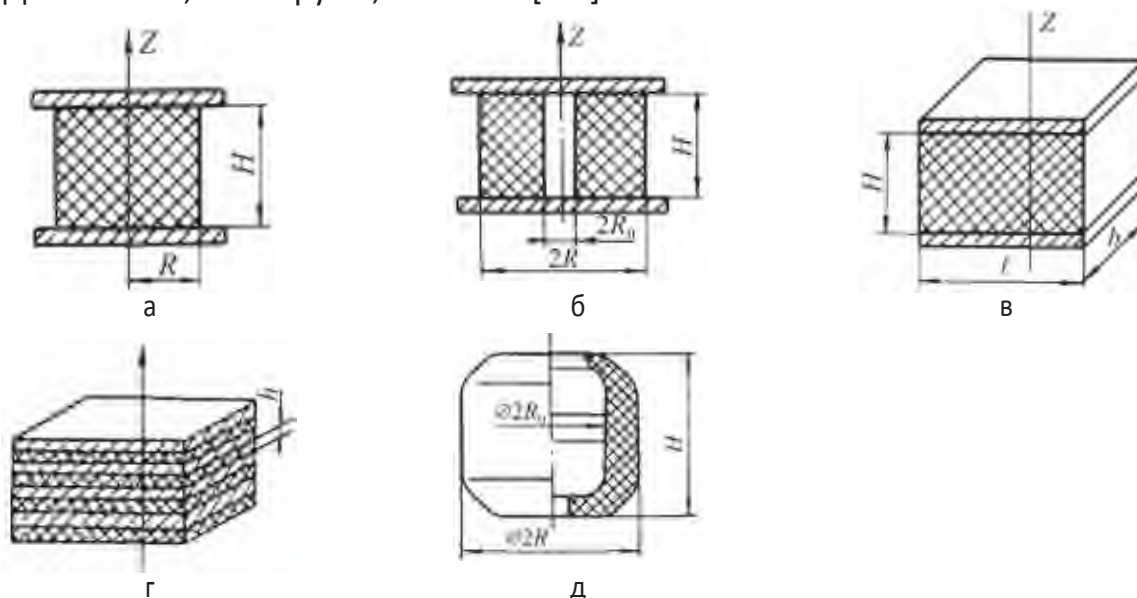
2 Постановка задачи и формулировка цели

Целью настоящей статьи является расчёт коэффициентов жёсткости, максимальной температуры диссипативного разогрева и долговечности металлорезиновых систем базовых форм при длительном циклическом нагружении с учётом эффектов физической нелинейности и в зависимости от конструктивных особенностей элементов. Интервал исследуемых частот 0-100 Гц, диапазон изменения амплитуд деформаций: 0÷10 % при сжатии; 0÷20 % при сдвиге.

В статье приведен расчёт жесткостных и диссипативных параметров элементов при произвольном комбинированном нагружении сдвиг-сжатие.

В основе расчётов лежит введение универсального конструктивно-деформационного параметра β , который позволяет установить параметры жёсткости, температуры диссипативного разогрева и долговечности для элементов разной конфигурации, выполненных из наполненных резин, с учётом эффектов физической нелинейности.

В качестве основных концепций при получении приближенных соотношений приняты основные положения нелинейной теории вязкоупругости, разработанные В.Г. Карнауховым и И.К. Сенченковым [3], а также энергетический подход к анализу процессов разрушения элементов разработанный В.И. Дырдой [2]. Используются также основополагающие работы В.Н. Потураева, В.Л. Бидермана, Э.Э. Лавендела, С.И. Дымникова, И.И. Круша, А. Пайна [4-9].



а – сплошной резинометаллический цилиндр; б – полый резинометаллический цилиндр; в – призматический резинометаллический элемент; г – слоистый элемент; д – элемент со сложной свободной поверхностью BP

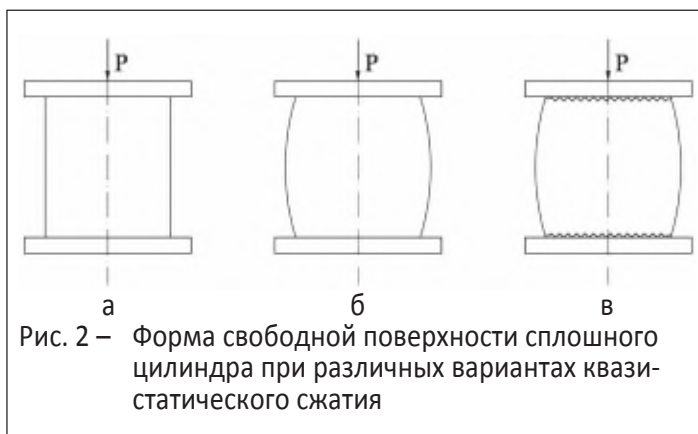
Рис. 1 – Схемы металлорезиновых систем и резинового элемента типа BP

3 Экспериментальные исследования

Исследования эффектов на торцах проводилось на сплошных резиновых и резинометаллических деталях цилиндрической формы, диаметром 100 мм и высотой 100 мм, изготовленных из серийной средненаполненной резины марки 2959 (на НК, 45 масс.ч. технического углерода). Детали подвергались монофазному сжатию на механическом стенде со скоростью нагружения 0,002 м/с; часть экспериментов проводилась на установке типа «Instron» модели 1126. При исследованиях фиксировались механические характеристики резины (в основном условно-равновесное усилие P_∞ и деформация ε) и геометрическая форма свободной поверхности образ-

цов. Исследованию подлежали резиновые и резинометаллические цилиндрические элементы при следующих вариантах присоединения резины и металлической арматуры:

- вариант *а* (рис. 2, а); металлическая арматура (высокий класс чистоты поверхности, хонингование с ручной доводкой) была смазана силиконовой смазкой или разделительной смазкой фирмы Münch; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность оставалась цилиндрической;
- вариант *б* (рис. 2, б); металлическая арматура присоединялась к резиновому массиву в процессе вулканизации (или приклеивалась клеем «Хемосил»); в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность принимала бочкообразную форму;
- вариант *в* (рис. 2, в); между металлической арматурой и резиновым элементом размещалась наждачная бумага; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность также принимала бочкообразную форму.



4 Общие теоретические предпосылки

Металлорезиновые системы и резиновые детали машин представляют собой достаточно массивные элементы, выполненные из наполненных резин, в связи с чем, их жесткостные и диссипативные параметры определяются в результате решения связанной задачи нелинейной термовязкоупругости.

Методика расчёта жесткостных и диссипативных параметров элементов строится в результате осуществления следующих этапов исследований:

- решение связанной задачи нелинейной термовязкоупругости применительно к заданным конфигурациям элементов с целью определения их характеристик в определённом диапазоне изменения геометрических размеров, частот и амплитуд нагружения;
- выбор наиболее удобных для исследований механических характеристик, через которые достаточно просто могут быть выражены жесткостные и диссипативные параметры элементов;
- анализ и выявление закономерностей термомеханического поведения выбранных характеристик в зависимости от геометрических параметров элементов и условий нагружения;
- построение приближенных соотношений для расчёта жесткостных и диссипативных характеристик элементов путём использования установленных закономерностей; оценка их точности;
- построение расчётных формул для определения максимальной температуры диссипативного разогрева и оценки локальной долговечности элементов на базе полученных приближенных соотношений;
- обобщение полученных результатов на системы элементов и элементы произвольной конфигурации.

Ниже последовательно излагаются основные положения и предпосылки, необходимые для реализации указанных этапов исследования.

При теоретических исследованиях резиновые детали рассматриваются как изотропные нелинейно-вязкоупругие тела в форме призмы прямоугольного сечения $|x| \leq \ell$, $|y| \leq h$ и цилиндра $R_0 \leq r \leq R$, $|z| \leq h$ подверженные кинематическому возбуждению по торцам $u, z = \pm h$. Боковые поверхности свободны от нагрузки. На поверхности элементов осуществляется теплообмен по закону Ньютона.

Для указанных условий нагружения в элементах реализуется простое (монофазное) деформированное состояние [3] и расчётная схема имеет тот же вид, что и в линейной вязкоупругости

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 0, \quad c\dot{\theta} = k(\theta_{,i})_{,i} + \bar{D}', \quad (1)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G} \left(\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \tilde{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{ij} + \tilde{u}_{ji}), \quad (2)$$

$$\bar{D}' = \frac{\omega}{2} (\sigma''_{ij} \varepsilon'_{ij} - \sigma'_{ij} \varepsilon''_{ij}), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где $(\dot{\cdot}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$ – комплексная амплитуда;
 c и k – коэффициенты объёмной теплоёмкости и теплопроводности;
 \tilde{G} и ν – модуль сдвига и коэффициент Пуассона;
 $\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{u}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и перемещений;
 ω – частота нагружения.

Нагружение характеризуется следующими граничными условиями:

для призматических элементов сжатия

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y}, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = \pm h: \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (4)$$

для призматических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = u_{0x}, \quad y = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (5)$$

для цилиндрических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z = \pm u_{0z}, \quad \tilde{u}_r = 0, \quad z = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_r = 0, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0, \quad r \in [R_0, R]; \end{aligned} \quad (6)$$

для цилиндрических элементов при сдвиге вдоль оси

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{rr} = u_{0x} \cos \theta, \quad \tilde{u}_{\theta\theta} = -u_{0x} \sin \theta, \quad u_{zz} = 0 \quad z = h \\ u_{rr} = \tilde{u}_{\theta\theta} = \tilde{u}_{zz} = 0, \quad z = -h \\ \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{\sigma}_{r\theta} = 0, \quad r \in [R_0, R] \end{aligned} \quad (7)$$

Комбинированное нагружение сжатие-сдвиг призматических элементов в общем случае описывается граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y} \cos \phi, \quad \tilde{u}_x = u_{0x} \sin \phi, \quad y = 2h, \\ \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = 0, \\ \tilde{\sigma}_{xx} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{yy} = 0, \quad x = \pm \ell, \end{aligned} \quad (8)$$

$$u_{0i} = u'_{0i} \cos \omega t - u''_{0i} \sin \omega t = |u_{0i}| \cos(\omega t + \phi_{0i})$$

где ϕ_{0i} – фазы колебаний, $i = x, y$.

Аналогичные граничные условия имеют место для цилиндрических элементов.

Тепловые граничные условия имеют вид:

для призматических элементов

$$\begin{aligned}\theta_{,x} \pm \alpha_1 k^{-1}(\theta - \theta_c) &= 0, & y = \pm h, \\ \theta_{,y} \pm \alpha_2 k^{-1}(\theta - \theta_c) &= 0, & x = \pm \ell;\end{aligned}\quad (9)$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned}\theta_{,z} \pm \alpha_1 k^{-1}(\theta - \theta_c) &= 0, & z = \pm h, \\ \theta_{,r} \pm \alpha_2 k^{-1}(\theta - \theta_c) &= 0, & r \in [R_0, R].\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи. Начальное распределение температуры даётся равенством

$$\theta(x_i, 0) = \theta_0(x_i). \quad (11)$$

В принятых соотношениях $\theta_0(\vec{x}, t), \tilde{u}_{0i}(\vec{x}, t)$ – медленно изменяющиеся функции времени и амплитуд.

Зависимость комплексного модуля сдвига от температуры, частоты и амплитуды деформации на основании экспериментальных данных [3, 8, 13] имеет вид

$$\tilde{G} = \tilde{G}(\omega, \theta, e) = G_L'''(\omega, \theta) F'''(e), \quad (12)$$

где $G_L'''(\omega, \theta)$ – модули сдвига линейной теории вязкоупругости, отвечающие очень малым деформациям $\varepsilon = 0,5\%$ [2, 3, 13];

e – интенсивность амплитуды девиатора деформации;

$$e = (e'_{ij} \cdot e'_{ij} + e''_{ij} \cdot e''_{ij})^{1/2},$$

$$\tilde{e}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}, \quad |\tilde{\varepsilon}| = (\varepsilon_{ij}'^2 + \varepsilon_{ij}''^2)^{1/2}, \quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{kk};$$

F''' – функции, удовлетворяющие условиям $F'(0) = F''(0) = 1$.

Объёмное поведение материала моделируется гипотезой $\tilde{\nu} = \nu' = \text{const} = 0,495$, что характерно для элементов из слабосжимаемых эластомеров с достаточно развитой свободной поверхностью.

Решение связанной задачи (1)-(12) позволяет после конкретизации входящих в нее величин рассчитать поля напряжений и температур, а также комплексный параметр $\tilde{\beta}_n = \beta' + i\beta''$ согласно формулам:

для призматических элементов

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}_n &= \frac{\tilde{E}_k}{E_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\sigma_{yy}(x, h) dx}{E_0 \varepsilon_0} \\ \tilde{\beta}_\tau &= \frac{\tilde{G}_k}{G_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\tilde{\sigma}_{xy}(x, h) dx}{G_0 \gamma_0}\end{aligned}\quad (13)$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}_n &= 2(R^2 - R_0^2)^{-1} \int_{R_0}^R \frac{r \tilde{\sigma}_{zz}(r, h) dr}{E_0 \varepsilon_0} \\ \tilde{\beta}_\tau &= \frac{1}{S} \int_S \frac{t_x dS}{G_0 \gamma_0}, \quad t_x = \sigma_{zr} \cos \theta' - \sigma_{z\theta} \sin \theta',\end{aligned}\quad (14)$$

где индексы n, τ отвечают соответственно сжимающим и сдвигающим усилиям;
 S – площадь приложения нагрузки;
 G_0, E_0 – некоторые отсчетные модули:

$$G_0 = \tilde{G}_L(\omega, \theta_0), \quad E_0 = \tilde{E}_L(\omega_0, \theta_0),$$

$$\varepsilon_0 = u_0(y, z) / h, \quad \gamma_0 = u_{0x} / h.$$

Параметры типа $\tilde{\beta}$ являются самыми удобными для исследований. Они безразмерны, при фиксированном значении коэффициента Пуассона ν зависят только от геометрии элемента и являются его универсальной характеристикой. Ранее для них часто используется название фактор формы или коэффициент ужесточения. Коэффициенты $\tilde{\beta}$ дают исчерпывающую информацию о механическом поведении элементов, поскольку в полной мере характеризуют кажущиеся модули накопления и потерь

$$\tilde{E}_k = \tilde{\beta}_n E_0, \quad \tilde{G}_k = \tilde{\beta}_\tau G_0 \quad \text{или} \quad E_k'' = \beta_n'' E_0, \quad G_k'' = \beta_\tau'' G_0, \quad (15)$$

определяют коэффициенты жесткости элементов в зависимости от амплитуды нагружения через амплитудно-зависимые модули \tilde{E}_k, \tilde{G}_k

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_k \cdot S / H, \quad \tilde{C}_\tau = \tilde{G}_k \cdot S / H. \quad (16)$$

Коэффициенты $\tilde{\beta}$, включая в себя также информацию о конструкционном выполнении элементов, являются, таким образом, конструктивно-деформационным параметром, характеризующим деформационные свойства элементов.

В работе [14] проведено обоснование универсальных параметров типа β как объектов исследования, однозначно определяющих все характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом деформировании.

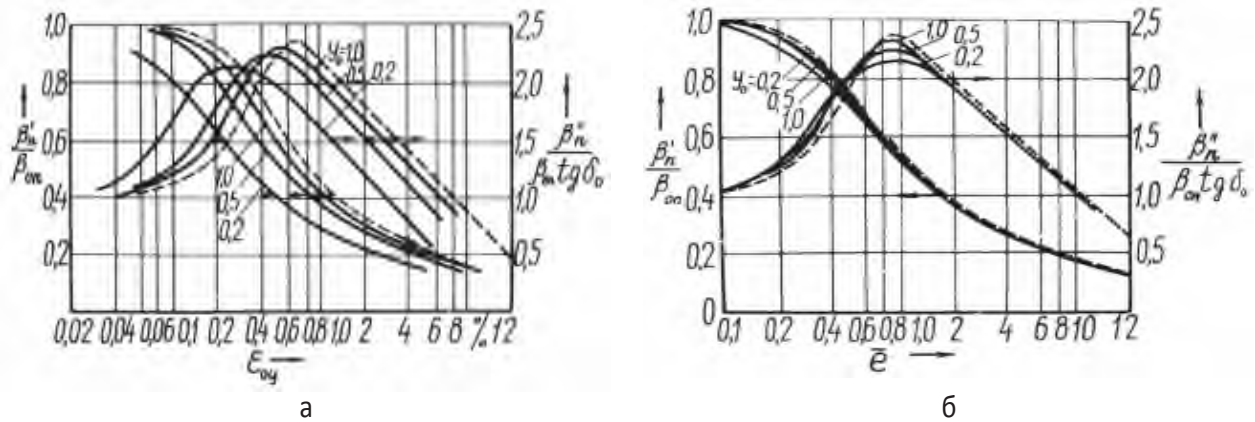
Расчёт $\tilde{\beta}$ производится по формулам (13), (14) путем решения задачи (1)-(11) методом типа переменных параметров упругости в сочетании с МКЭ при конкретизации (9), (10), (12) свойствами модельной резины [3, 9], обладающей существенной нелинейностью в области малых деформаций ($0 \leq \gamma \leq 0,15$). Значения геометрических размеров варьируются в пределах $0,2 \leq y = h/\ell \leq 1; 0,2 \leq z_0 = h/R \leq 1$. Данные экспериментальных исследований (12) обобщаются на случай многоосной деформации с помощью соотношения $e = \gamma / \sqrt{2}$ [3, 15]

$$F''(e) = G''(\sqrt{2}e) / G_L''.$$

Основные результаты расчёта параметров $\tilde{\beta}$ отражены на примере плоских призматических элементов сжатия и приведены на рис. 3 [14]. Значения β_n'' , определённые по формуле (13), отнесены к значениям параметра β_{0n} , полученного в рамках соответствующей линейной задачи: $F''(0) = 1, \operatorname{tg} \delta_0 = G''/G'_0, \tilde{G} = G_0$.

При этом кривые, отвечающие разным соотношениям размеров y_0 , смещены относительно друг друга и экспериментальных данных (штриховые линии), отвечающих однородному НДС в соответствии с нелинейными зависимостями Пейна. Типичный для практики эксплуатации элементов в вибрационных машинах случай $y_0 \leq 1$ характеризуется трансформацией кривых относительно базовых (рис. 2,а) путём горизонтального сдвига в сторону низких деформаций и некоторого вертикального смещения, что объясняется отличием НДС от однородного. В работе [14] установлена возможность такого совмещения кривых β_n' / β_{0n} и $\beta_n'' / (\beta_{0n} \operatorname{tg} \delta_0)$ и для различных y путём модификации масштаба оси деформации введением параметра среднеобъёмной интенсивности амплитуд деформаций \bar{e} . Данные, приведенные

на рис. 2, б, показывающие результат такого приведения, отражают тем самым сущность принципа конструктивно-деформационной аналогии. Указанные закономерности справедливы для силовых элементов базовых форм при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении и для резин с другим характером физической нелинейности [14].



а – в зависимости от амплитуды деформации $\varepsilon_{0\gamma}$ и соотношения размеров γ_0 ; б – те же кривые, приведенные к среднеобъемной интенсивности деформаций $\bar{\varepsilon}$
Рис. 3 – Механические характеристики плоских элементов сжатия

Анализ полученных расчётных данных позволяет записать приближенные выражения для компонент параметра β в виде

$$\beta_n''' = 2(1 + \nu)\beta_{0n}G_L''(\omega, \theta_0)F'''(\bar{\varepsilon})/G_0, \quad (17)$$

$$\beta_\tau''' = \beta_{0\tau}G_L'''(\omega, \theta_0)F'''(\bar{\varepsilon})/G_0, \quad (18)$$

где параметры β_{0n} , $\beta_{0\tau}$ соответствуют элементам из линейно-упругих материалов;

$\bar{\varepsilon}$ – среднеобъемное значение интенсивности деформации в элементах;

F''' – значения функций, вычисленные при аргументе $\bar{\varepsilon}$, зависящем от вида напряжённого состояния, соотношения геометрических размеров и отвечающие условиям $F'''(0)=1$.

Таким образом, относительно параметров типа β установлен принцип конструктивно-деформационной аналогии, позволяющий описывать жесткостные параметры (15)-(18) с учётом амплитудных зависимостей механических свойств резины и геометрических размеров элементов путём использования единого параметра $\bar{\varepsilon}$.

Погрешность формулы (17) по сравнению с данными, получаемыми МКЭ, не более 2 % для $\gamma_0 \leq 0,8$, для γ_0 и $z_0 \geq 0,2$ [7] серии кривых совмещаются с погрешностью не более 10 % в единые линии, определяемые амплитудной зависимостью модулей G' и G'' и линейным параметром β_{0n} .

С использованием полученных приближенных соотношений может быть вычислена диссипативная функция \bar{D}' согласно (3), использующая в качестве амплитудного аргумента среднеобъемную интенсивность $\bar{\varepsilon}$. Диссипативная функция является основой для расчёта максимальной температуры диссипативного разогрева, а также для оценки долговечности элементов, так как в качестве критерия разрушения используется энергетический критерий диссипативного типа [16].

При построении соответствующих приближенных формул, кроме сделанных выше, принимаются следующие допущения, отражающие специфику эксплуатации элементов в машинах: вся энергия, диссипируемая в материале, расходуется на два

процесса: теплообразование и изменение структуры материала, ведущие к разрушению; свойства материала не зависят от температуры, влияние тепловых напряжений на температуру саморазогрева незначительно; температурное поле стационарно, изменение температуры в течение цикла незначительно.

При расчёте максимального значения температуры диссипативного разогрева принимается также, что температура на торцах элементов поддерживается постоянной и равной температуре окружающей среды, боковая поверхность элементов теплоизолирована. Последнее допущение справедливо для элементов, торцы которых находятся в контакте с металлом: при моделировании теплообмена между резиной и окружающей средой законом Ньютона коэффициент теплообмена на торцах (резина – металл) почти на два порядка больше, чем на боковой поверхности (резина – воздух).

При сделанных предположениях тепловая задача отделяется из общей схемы расчёта и приобретает вид

$$k\theta_{\max,zz} = -D \cdot \eta_T, \quad \theta|_{r=\pm h} = \theta_c, \quad \alpha_1 = \infty, \quad \alpha_2 = 0, \quad (19)$$

где D – усреднённая по объёму диссипативная функция $D = \int_V \bar{D} dV$;

η_T – коэффициент тепловых потерь [17].

Для процессов усталостного разрушения, характеризующихся установившимся полем температур, значение η_T – принимается постоянным, и критерий разрушения диссипативного типа [2, 8] переписывается в виде [16]

$$\int_0^{t^*} \frac{D(\omega, \bar{e}, t)(1 - \eta_T) dt}{\Delta U_p^*(\theta)} = 1, \quad (20)$$

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D} \quad (21)$$

где t^* – время разрушения, отвечающее зарождению усталостных трещин;

ΔU_p^* – критическое значение энергии разрушения $\Delta U_g^* = \frac{\Delta U_p^*}{1 - \eta_T}$.

Выражения (19), (20) легко разрешаются относительно θ_{\max} и t^* соответственно граничным условиям, условиям нагружения и конструктивным особенностям элементов.

5 Расчёт жесткостных параметров элементов

Последовательность вычислений следующая:

а) определяются линейные параметры $\beta_{0\tau}$ и $\beta_{0\sigma}$ в зависимости от геометрии элементов по приведенным ниже аппроксимационным формулам или таблицам.

Для призматических элементов [3]

$$\beta_{0\tau} = 1 - 0,234h / \ell \quad (22)$$

где ℓ – длина стороны, вдоль которой осуществляется сдвиг;

$$\beta_{0\sigma} = \frac{\pi \left[36 + \pi^2 \left(\alpha^2 + \beta^2 + \frac{\pi}{48} \alpha^2 \cdot \beta^2 \right) \right]}{6 \left[48 + \pi^2 (\alpha^2 + \beta^2) \right]}, \quad (23)$$

где b – ширина элемента;
 $\alpha = 1/h, \beta = b/h$.

Формула (22) при $h < \ell$ с точностью не ниже 3 % может быть использована для вычисления жёсткости при сдвиге в случае трёхмерной и плоской задачи, так как при сдвиге резиновый массив в виде параллелепипеда деформируется практически плоско [3, 16]. Погрешность формулы (23) при $h \leq \ell \leq 20h$ не превышает 1 % [3, 18].

В случае плоской задачи о сжатии БРМ в области малых деформаций могут быть использованы точные решения соответствующих граничных задач. Значение коэффициентов ужесточения $\beta_{0\tau}$, β_{0n} , полученные в соответствии с [3, 12] приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты ужесточения β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ призматических резиновых элементов (плоская задача)

Коэффициенты ужесточения	Соотношение размеров $y_0 = h/\ell$,										
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	5,0
$\beta_{0\tau}$	33,8	9,37	4,91	3,37	2,67	2,29	2,07	1,92	1,82	1,75	1,40
β_{0n}	0,98	0,95	0,93	0,91	0,88	0,86	0,84	0,81	0,79	0,76	–

Для сплошных цилиндрических элементов [19]

$$\beta_{0\tau} = 1 - \frac{h}{2D}, \quad (24)$$

$$\beta_{0n} = 1,05 + \frac{1}{16} \cdot \frac{D^2}{h^2}, \quad D \geq 2h, \quad (25)$$

где $2h$ – высота элемента;
 D – диаметр элемента.

Для коэффициента β_{0n} в [11] приведен ряд соотношений, полученных различными авторами

$$\beta_{0n} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\sqrt{6}} \cdot \text{th} \frac{\sqrt{6}}{\rho}}; \quad (26)$$

$$\beta_{0n} = 1 + 0,413\rho^2; \quad (27)$$

$$\beta_{0n} = 0,92 + 0,5\rho^2 \quad (28)$$

$$\beta_{0n} = 1 + \frac{\pi^2}{24} \rho^2, \quad \rho = \frac{R}{2h}. \quad (29)$$

Погрешность приведенных формул можно оценить сравнением с результатами расчёта точными методами [3] (табл. 2), которые имеют [19] достаточно близкую аппроксимацию (25). Сравнительный анализ результатов, приведенных в табл. 2, показывает, что наименьшую погрешность на всем интервале изменения $z_0 = h/R$ имеет формула (25).

Таблица 2 – Коэффициент ужесточения β_{0n} сплошных цилиндрических элементов при сжатии

Номер формулы	$z_0 = h/R$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Точный метод	13,10	4,03	2,37	1,81	1,54	1,40	1,32	1,26	1,23	1,20
(26)	13,70	4,32	2,58	1,96	1,66	1,51	1,41	1,34	1,29	1,26
(27)	11,32	3,58	2,15	1,65	1,41	1,29	1,21	1,16	1,13	1,10
(28)	13,42	4,04	2,31	1,70	1,42	1,27	1,17	1,20	1,07	1,04
(29)	11,28	3,57	2,14	1,64	1,41	1,20	1,21	1,16	1,13	1,10
(25)	13,55	4,18	2,44	1,83	1,55	1,40	1,31	1,25	1,20	1,18

Для полых цилиндрических элементов [14]

$$\beta_{0\tau} = \left[1 + (0,336 + 1,15\varepsilon_0^{1,72}) \cdot z_0^{1,16} \right]^{-1}, \quad (30)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{R_0}{R}, \quad z_0 = \frac{h}{R},$$

$$1 \leq z_0^{-1} \leq 10, \quad 0 \leq \varepsilon_0 \leq 0,5,$$

где $2h$ – высота элемента;

R_0, R – внутренний и внешний радиусы элемента.

Коэффициенты ужесточения $\beta_{0\tau}$ при сдвиге полого цилиндра, рассчитанные точными методами [3, 14], приведены в таблице 3.

При произвольном комбинированном нагружении используются приведенные выше соотношения (22)-(25), (30);

б) определяется среднеобъёмная интенсивность $\bar{\varepsilon}$ в элементах в зависимости от вида нагружения и геометрии элементов по формулам:

при произвольном комбинированном нагружении

$$\bar{\varepsilon} = \left[\varepsilon_{0x}^2 \beta_{0\tau} + 2(1+\nu) \beta_{0n} \varepsilon_{0y}^2 \right]^{1/2}; \quad (31)$$

при комбинированном нагружении с одной фазой возбуждения (угол приложения нагрузки равен φ)

$$\bar{\varepsilon} = \frac{u_0}{H} \left(\beta_{0n} \cos^2 \varphi + \frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)} \sin^2 \varphi \right), \quad (32)$$

где u_0 – смещение элемента в направлении действия силы;

$$H = 2h;$$

при сжатии и сдвиге соответственно

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{0y} \sqrt{(1+\nu) \beta_{0n}}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{0x} \sqrt{\frac{\beta_{0\tau}}{2}} \quad (33)$$

в) вычисляются экспериментальные зависимости $G''(\gamma)$ при $\gamma = \bar{\varepsilon} \sqrt{2}$ и с их использованием жесткостные параметры типа β в виде:

для призматических и цилиндрических элементов при комбинированном нагружении сдвиг-сжатие

$$\beta_n'' = 2(1+\nu) \beta_{0n} G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}) / G_0, \quad \beta_\tau'' = \beta_{0\tau} G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}) / G_0, \quad (34)$$

$$E_k'' = \beta_n'' E_0, \quad G_k'' = \beta_\tau'' G_0, \quad G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}) = G_L''(\omega, \theta_0) F''(\bar{\varepsilon}), \quad (35)$$

где значения $\bar{\varepsilon}$ определены выше;

G_L'' – сдвиговые модули линейной теории.

Коэффициенты жесткости \tilde{C}_n и \tilde{C}_τ рассчитываются согласно (16). Все остальные частные случаи гармонического нагружения описываются зависимостями типа (34), (35), при этом при комбинированном нагружении с фиксированной фазой возбуждения согласно [20]

$$\beta'' = \beta_0 G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}), \quad E_k'' = 2(1+\nu) \beta_0 G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}), \quad (36)$$

$$\beta_0 = \beta_{0n} \cos^2 \varphi + \frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)} \sin^2 \varphi, \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_0 [(1+\nu) \beta_0]^{1/2}, \quad (37)$$

где $\bar{\varepsilon}_0 = u_0/H$ – амплитуда перемещения;
 φ – угол между направлением действующей силы и нормалью к поверхности торца.

Пересчет от параметров $\tilde{\beta}_\tau$, полученных при сдвиге, к параметрам $\tilde{\beta}_n$, характеризующим сжатие, и наоборот, что позволяет значительно сократить объём экспериментальных исследований, может быть выполнен при одинаковых значениях средней интенсивности деформации в элементах

$$\varepsilon_{\begin{smallmatrix} 0y \\ 0x \end{smallmatrix}} \left[(1 + \nu) \beta_{0n} \right]^{\frac{1}{2}} = \varepsilon_{0x} \left(\frac{\beta_{0\tau}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

по формуле [8]

$$\frac{\beta_n''}{\beta_{0n}} = \frac{\beta_\tau''}{\beta_{0\tau}}$$

Таким образом, если известен коэффициент β_τ' при сдвиге ε_{0x} , то можно рассчитать величину β_n' при деформации сжатия ε_{0y}

$$\varepsilon_{0y} = \varepsilon_{0x} \left(\frac{\beta_{0\tau}}{2(1 + \nu)\beta_{0n}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

в соответствии с формулой

$$\beta_n' = \beta_\tau' \frac{\beta_{0n}}{\beta_{0\tau}}$$

Для элементов цилиндрической формы все расчётные формулы аналогичны приведенным выше (34)-(37), но используют данные $\tilde{\beta}_n$ и $\tilde{\beta}_\tau$, отвечающие упругим цилиндрам.

Область применения приближенных соотношений (22)-(25), (30)-(37):

$y_0, z_0 \geq 0,2$ с погрешностью менее 10 % при сжатии и

$y_0, z_0 \leq 0,8$ с погрешностью менее 2 % при сдвиге.

6 Расчёт диссипативных параметров резиновых элементов

Усредненная по объёму диссипативная функция D , максимальная температура диссипативного разогрева θ_{\max} и время разрушения элементов t^* определяются соответственно из формул

$$D = \frac{1}{V} \int_V \bar{D} dV = \omega \cdot G_L'(\omega, \theta_0, t) \cdot F''(\bar{\varepsilon}) \cdot \bar{\varepsilon}^2; \quad (38)$$

$$\theta_{\max} = \theta_c + \frac{D(H^2 - z^2)}{(2k)}; \quad (39)$$

$$t^* = \frac{\Delta U_g^*}{D} = \frac{\Delta U_g^*}{\omega G_L''(\omega, \theta_0, t) \cdot F''(\bar{\varepsilon}) \cdot \bar{\varepsilon}^2}, \quad (40)$$

где z – изменяющееся по высоте значение координаты.

При сделанных выше допущениях процессы старения учитываются в (38)-(40) достаточно просто: вместо постоянных свойств материала подставляются их экспериментальные функции $G''(t)$.

Формулы (38)-(40) справедливы для элементов сжатия $y_0, z_0 \geq 0,5$ с погрешностью не более 10-12 % и для элементов сдвига $y_0 \leq 0,8$ с погрешностью не более 5 %.

Следует также отметить, что время разрушения t^* , вычисляемое из (40), нельзя полностью отождествлять со сроком службы элементов, так как последнее связывается со временем, в течение которого элемент выполняет свои функции. Тем не менее, время t^* свидетельствует о нарушении целостности детали, что приводит к изменению жесткостных параметров, появлению концентраторов напряжений, росту температуры и существенному ускорению процесса разрушения [8]. Значение t^* может быть использовано при назначении гарантийного ресурса элементов.

7 Обобщение результатов

Приведенные приближенные соотношения (31)-(35) построены для элементов базовых форм: призматической и цилиндрической, при указанных выше геометрических параметрах. Из общего характера соотношений следует, что они справедливы, по крайней мере, для элементов произвольных конфигураций с параллельными торцами, возбуждаемых сжимающей, сдвиговой или комбинированной нагрузками. Численные эксперименты подтверждают, что жесткостные параметры виброизоляторов со сложной формой свободной поверхности типа ВР также рассчитываются по приведенным выше формулам, при этом значения β_{0n} могут быть отнесены к произвольному сечению детали S , значения \bar{e} определяются по формулам (31)-(33), где вместо β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ используются, $\frac{\beta_{0ns}}{\alpha_s}, \frac{\beta_{0\tau s}}{\alpha_s}$, где $\alpha_s = \frac{V}{HS}$, V – объём элемента.

В табл. 3 приведены значения параметров жёсткости для различных деталей типа ВР, использующихся при виброизоляции, например, конусных инерционных дробилок, конвейеров и других машин. Эти значения отнесены к среднему значению $S = \pi(R^2 - R_0^2)$.

Таблица 3 – Значения коэффициентов ужесточения β_{0n} ряда ВР

Тип ВР	Характерные размеры			β_{0n}
	R_0 , м	R , м	H , м	
ВР-201	0,050	0,038	0,080	0,47
ВР-203	0,080	0,056	0,150	0,83
ВР-204	0,100	0,066	0,180	0,91
ВР-205	0,116	0,076	0,200	0,86
ВР-103	0,060	0,036	0,148	0,87

Долговечность элементов также оценивается выражением (40), а значения максимальной температуры диссипативного разогрева для ВР не могут быть рассчитаны по формуле (39), так как эти детали обладают достаточно развитой свободной поверхностью, что не подтверждает гипотезы (19).

Полученные результаты по расчёту параметров типа $\tilde{\beta}$ и t^* обобщаются также на составные элементов. В частности, для цилиндрических слоистых резино-металлических элементов при сдвиге параметр жесткости $\tilde{\beta}_{\tau_{\text{экв}}}$ в случае полной идентичности слоёв определяется выражением

$$\tilde{\beta}_{\tau_{\text{экв}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_i)}} = \frac{\tilde{\beta}_{\tau_i}(\gamma_i)}{n} = \frac{\tilde{\beta}_{0\tau_i}}{n} \tilde{F}(\gamma_i), \quad (41)$$

где n – количество слоёв в элементе.

Если набор элементов производится слоями резины разной высоты $\tilde{\beta}_{\tau_{\text{экв.}}}$ определяется аналогично (41)

$$\tilde{\beta}_{\tau_{\text{экв.}}}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_k)}}, \quad \sum_{k=1}^n \gamma_k = \gamma, \quad (42)$$

но уже в зависимости от деформаций γ_k , отличающихся для каждого слоя и определяемых системой уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \dots + \gamma_n h_n = u_{0x}, \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_1)\gamma_1 - \gamma_2 \tilde{\beta}_{\tau}\gamma_2 = 0, \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_2)\gamma_2 - \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_3)\gamma_3 = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_{n-1})\gamma_{n-1} - \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_n)\gamma_n = 0. \end{cases}$$

Долговечность слоистых элементов при этом отождествляется с долговечностью слоя, обладающего наименьшим значением t^* , рассчитанного согласно (40). Аналогичные формулы имеют место для $\tilde{\beta}_{n_{\text{экв.}}}$ при деформациях сжатия ε_i .

Все приведенные выше расчётные соотношения получены в предположении независимости свойств материала от температуры. В случае существования такой зависимости не удаётся получить существенного упрощения общей постановки задачи, частичное упрощение достигается за счёт замены локальной температуры $\theta(\bar{x}_i)$ её среднеобъёмным значением $\langle \theta \rangle_V$, которое может быть установлено только после решения нелинейной связанной задачи термовязкоупругости.

При необходимости существенного расширения исследуемого диапазона частот используется математический аппарат, разработанный [8] применительно к конструкционным резинам, широко использующимся в машиностроении. Наряду с ядрами Работнова, являющимися теоретической основой в указанных разработках, практически с одинаковой погрешностью могут быть приняты ядра Колтунова, Ржаницына и др. [21].

При этом необходимо учитывать, что существенное изменение свойств $G_L'''(\omega, \theta_0)$ для $\omega > 8$ Гц соответствует изменению ω на несколько порядков, т.е. в исследуемом диапазоне изменения частот можно принять

$$G_L'''(\omega, \theta_0) = G_L'''(\omega_0, \theta_0),$$

где $\omega_0 \in (8, 50)$ Гц.

В заключение отметим, что возможность расчёта механических характеристик элементов по динамическим свойствам материала позволяет решить и обратную задачу – по экспериментально измеренной жёсткости элементов определить амплитудную зависимость компонент модуля сдвига G (при $\tilde{\nu} = \text{const}$). При этом в качестве образца для исследования могут быть использованы элементы практически любой формы, свойства конструкции учитываются параметрами β_{0n} и $\beta_{0\tau}$. Из существующих стандартных элементов рекомендуются для испытаний резинометаллические блоки типа БРМ-101, так как для них в силу особенностей их конфигурации (закруглённость торцов) $\beta_{0\tau} \sim 1$ допускаются деформации сдвига до 30 %.

Полученные аналитические выражения могут быть использованы для определения рациональных конструктивных и эксплуатационных параметров элементов с заданной долговечностью, а также марки резины на базе температурного критерия разрушения [22]

$$\theta_{\max} \leq \theta_{\text{доп.}}, \quad (43)$$

где $\theta_{\text{доп.}} = (60 \div 70)^\circ\text{C}$ для резин на основе НК и СКИ каучуков.

В частности, выбрав предварительно тип резины (из опыта, эксплуатации элементов известно, что для основных упругих связей вибрационных машин, работающих при больших деформациях, используется в основном резина типа 51-1562, для виброизоляторов – резина типа 2959), можно определиться со значением ΔU_g^* при заданных t^* . В соответствии с (38)-(40)

$$D \leq \frac{\Delta U_g^*}{t^*}$$

и при этом

$$D \leq \frac{2\theta_{\max}k}{H^2}, \quad (44)$$

где $\theta_{\max} = 60^\circ\text{C}$ в соответствии с (43);

$k = k_0 + 0,22 (C'/100)$ – теплопроводность резины;

k_0 – теплопроводность ненаполненного вулканизата;

$C'/100$ – количество технического углерода в масс. частях.

Определив таким образом D , на основании (44) получаем выражение для максимально допустимой высоты элемента

$$H \leq \left(\frac{2\theta_{\max}k}{D} \right)^{1/2}$$

и условий нагружения

$$\omega G_l F''(\bar{e}) \bar{e}^2 \leq D,$$

при этом нужно учитывать также ограничения, связанные с допускаемыми деформациями элементов [1, 2, 5]:

$$\varepsilon_{0x} \leq 0,25 \div 0,35; \varepsilon_{0y} \leq 0,1 \div 0,15 \text{ – для слабонаполненных резин;}$$

$$\varepsilon_{0x} \leq 0,10 \div 0,15; \varepsilon_{0y} \leq 0,05 \div 0,1 \text{ – для средненаполненных резин.}$$

Остальные геометрические размеры элементов уточняются на основании требований необходимой несущей способности и требуемых жесткостных параметров.

8 Выводы

Приведенные в статье основные результаты расчёта параметров $\tilde{\beta}$ отражены на примере силовых элементов базовых форм (призматической и цилиндрической) при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении, достаточно просто обобщаются на другие конфигурации и составные элементов. Результаты обобщены в виде справочных таблиц, даны их аналитические аппроксимации.

Параметры β являются универсальными параметрами, однозначно определяющими все механические характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом нагружении с учётом физической нелинейности материала. При этом зависимости механических характеристик от амплитуды деформации и соот-

ношения размеров выражаются посредством единого параметра – среднеобъемной интенсивности амплитуд деформаций $\bar{\epsilon}$. Все выражения для определения механических характеристик представлены в замкнутой аналитической форме и с достаточной точностью.

Это позволяет использовать $\tilde{\beta}$ параметры (и метод их определения $\tilde{\beta}$ -метод) при обосновании рациональных параметров и марки резины силовых элементов с заданными жесткостными свойствами и долговечностью. Такие резиновые детали используются в вибрационных машинах, работающих в различных отраслях промышленности, а также в разнообразных системах вибро- и сейсмозащиты.

Изложенный метод является перспективным и в дальнейшем может быть обобщен на задачи механики разрушения массивных металлорезиновых систем: определение локальной долговечности, определение очагов разрушения и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин / Потураев В.Н. и др. – Киев: Наук. думка, 1984. – 124 с.
2. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
3. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Сенченков И.К., Козлов В.И., Мазнецова А.В. – Киев: Наук. думка, 1967. – 268 с.
4. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 300 с.
5. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. Расчёты на прочность в машиностроении. – М.: Mashgiz, 1956. – Т.2. – 974 с.
6. Лавендел Э.Э. Расчёт резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
7. Дымников С.И. и др. Прикладные методы расчёта изделий из высоко-эластичных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 238 с.
8. Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. Прикладная механика резины. – Киев: Наук. думка, 1980. – 260 с.
9. Payne A.R. Histeresis in rubber vulcanisates. 117 Polim. Sci. Symp. - 1974. – N 48. - P. 169-106.
10. Gobel E.F. Gummifedern. - Berlin: Springer, 1945.
11. Горелик Б.М. Цилиндрические резинометаллические амортизаторы. - М.: ЦНИИТЭнефтехим. – 1989. – 68 с. (Производство РТИ и АТИ: Тем. обзор).
12. Сенченков И.К., Шевченко А.Ю., Мазнецова А.В. Справочные коэффициенты жесткости призматических и цилиндрических виброизоляторов при сжатии и сдвиге // Вопросы динамики и прочности. –1987. – Вып. 48. – С.23-28.
13. Dean G.D., Duncan J.C., Jonson A.F. Determination of nonlinear dynamic properties of carbon-filled rubber // Polym. Test. - 1984. – N 4. - P. 225-249.
14. Мазнецова А.В. Разработка прикладных методов расчёта силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортных машин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06/ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск. – 1990. – 17 с.
15. Расчёт стационарных колебаний и диссипативного разогрева нелинейных вязкоупругих тел при периодическом нагружении / Сенченков И.К., Дырда В.И., Козлов В.И., Терещенко О.П., Мазнецова А.Б. // Прикладная механика. – 1986. – 22, № 6. – С.49-55.
16. Мазнецова А.В. Прогнозирование локальной долговечности резинометаллических элементов горных машин; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск. – 1987. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 24.07.87.
17. Дырда В.И., Голуб Г.Н. Определение соотношения тепловых и механических потерь в резине; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск, 1982. – 7 с. – Деп. в ВИНТИ 03.03.82, № 1952 – 82.
18. Дырда В.И., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Расчёт силовых резинотехнических изделий, используемых в горном машиностроении // Производство РТИ и АТИ. – М.: ЦНИИТ Энефтехим, 1991. – Вып. 2.- 62 с.
19. Расчёт слоистых резинометаллических виброизоляторов / В.И. Дырда, Г.Н. Голуб, А.В. Мазнецова, М.В. Маजारов; ИГТМ АН Украины. – Днепропетровск, 1989. – 11 с. – Деп. в ВИНТИ 22.11.89, № 6987-В89.
20. Сенченков И.К., Червинко О.П., Козлов В.И. Жесткость и разогрев нелинейно-вязкоупругой призмы при комбинированном нагружении сжатия-сдвига // Прикл. механика. – 1968. – 24, № 12. – С. 65-71.
21. Описание вязкоупругого поведения резиновых элементов при конечных деформациях / В.И. Дырда, А.А. Адамов, З.И. Селиванов, А.В. Мазнецова; ИГТМ АН УССР. – Днепропетровск, 1964. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 25.01.85, № 746-85.
22. Мазнецова А.В. Использование температурного критерия при оценке долговечности резиновых деталей /ИГТМ АН Украины, – Днепропетровск, 1978. – 12 с. – Деп. в ВИНТИ 14.01.76, № 389-78.
23. Дырда В.И., Сенченков И.К., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Универсальный конструкционно-деформационный параметр и β -метод в механизме деформирования резиновых деталей // Тр. II Международного симпозиума по механике эластомеров, июнь 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1997. – С. 204-234.
24. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах. – К.: Наук. думка, 2011. – Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров. – 2011. – 463 с.

25. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах. – К.: Наук. думка, 2012. – Т. 2. Методы расчёта эластомерных деталей. – 2012. – 535 с.

УДК 678.4.06:621.81

Дырда В.И., Гребенюк С.Н., Лисица Н.И., Решевская Е.С.,
Тархова В.М., Новикова А.В., Заболотная Е.Ю.

РАСЧЁТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Розглянуто пружно-деформований стан гумових віброізоляторів з урахуванням контактної взаємодії з деталями конструкції.

STRESS-STRAIN STATE CALCULATION OF VIBROINSULATORS OF COMPLICATED FORM

Stress-strain state of rubber vibroinsulators is considered, taking into account contact interaction with construction parts.

При проектировании и разработке эластомерных элементов конструкций одним из основных видов расчёта является определение параметров напряжённо-деформированного состояния. Эластомерный материал имеет ряд уникальных свойств – высокую механическую прочность, эластичность и слабую сжимаемость [1]. В связи с этим для адекватного описания поведения конструкций из эластомеров в условиях эксплуатации нужны специальные приёмы и методы решения поставленных задач [2].

Вследствие значительной сложности данных задач аналитические методы дают решение лишь для конструкций относительно простой формы. Применение численных методов позволяет получать решение задачи контакта эластомерных элементов сложной геометрической формы с другими деталями конструкций. Наиболее широко применяемым среди численных методов является метод конечных элементов.

Эластомер как слабосжимаемый материал имеет коэффициент Пуассона, близкий к значению 0,5. При расчёте напряжённо-деформированного состояния вводятся компоненты тензора упругих постоянных, с помощью которого устанавливается связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций. Эти компоненты выражаются через коэффициенты Ляме. Значение одного из них λ стремится к бесконечности при приближении коэффициента Пуассона к 0,5, что приводит к потере точности получаемых решений.

Поэтому возникает необходимость в создании специальных подходов к расчёту напряжённо-деформированного состояния эластомерных элементов, которые бы учитывали специфические свойства слабосжимаемых материалов и условия контактного взаимодействия эластомерных элементов с другими деталями конструкций. Моментная схема конечного элемента основана на введении тройной аппроксимации: полей перемещений, деформаций и функции изменения объёма [3]. Причём порядок разложения деформаций и функции изменения объёма выбирается с таким расчётом, чтобы исключить все компоненты деформаций, реагирующие на жёсткие смещения и эффект «ложного сдвига», и все компоненты функции изменения объёма, реагирующие на слабую сжимаемость эластомера.

Выбор полинома, аппроксимирующего функцию перемещений, также определяет точность вычислений по вышеуказанной схеме. В работе в качестве такого полинома был принят интерполяционный полином Эрмита [4], который задаётся