

17. Бут А.Б. Исследование процесса разделения суспензий при воздействии звуковых колебаний / А.Б. Бут // Докл. IX Всес. акуст. конф. Секция М. – М., 1977. – С. 91-93.

18. Ямщиков В.С. Виброакустический метод классификации тонкодисперсных суспензий на сите / [В.С. Ямщиков, В.И. Рехтман, М.Т. Заховаев, В.В. Белявский] // Известия вузов. Горный журнал. – 1984. – № 7. – С. 123-126.

УДК 534.121.122

Асп. А.В. Шептилевский аспирант
(Николаевский государственный аграрный университет),
д-р физ-мат. наук И.Т. Селезов
(Институт гидромеханики НАН Украины)
канд. техн. наук В.М. Косенков
(ИИПТ НАН Украины)

ГИДРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Виконано побудову математичної моделі динамічної системи, що складається з сферичної оболонки заданої товщини, яка заповнена рідиною з газовою порожниною в центрі. Побудова моделі виконано в тривимірній постановці. Проведено тестування одержаної математичної моделі.

HYDROELASTIC OSCILLATIONS OF SPHERICAL SHELL FILLED WITH FLUID

A model of dynamical system consisting of a spherical shell by a compressible liquid with a gas bubble in the center is developed. The corresponding initial boundary value problem includes the Kirchhoff-Love shell equations. The balance equation for a gas state, wave equation for liquid, boundary and initial equations.

Рассматриваемая система часто встречается в различных областях науки и техники, в частности при хранении сжиженного газа под давлением и легко воспламеняющихся веществ применяют сферические резервуары. Сферические ёмкости входят в состав оборудования технологических линий в химической промышленности. Также подобные модели применяются в биомеханике при рассмотрении глазного яблока как сферической оболочки, заполненную жидкостью. Кроме того оболочки сферической формы применяются в взрывных камерах, для моделирования и исследования взрывных процессов.

Целью данной работы является построение математической модели для исследования процессов, возникающих в динамической системе, состоящей из сферической оболочки, заполненной жидкостью, с пузырьком газа в центре при условии отсутствия центральной и осевой симметрии.

Задачи исследования:

- Составить систему уравнений исследуемой физической системы.
- Разработать алгоритм решения, используя аппарат численных методов решения дифференциальных уравнений.
- Выполнить тестирование математической модели.

При построении математической модели использовали гипотезы Кирхгофа-Лява. Эти предположения позволили рассматривать перемещения в каждой точке оболочки, а так же определить напряжения (σ_{ij}) через перемещения срединной поверхности. Считали оболочку тонкой, однако, в связи с тем, что она

закреплена в полюсах, в модели учитывали моментные составляющие. Материал оболочки абсолютно упругий.

Жидкость предполагается идеальной, сжимаемой. Форма пузырька остаётся сферической в процессе его пульсаций. Учитываются кавитационные явления, возникающие в жидкости.

Для построения математической модели использовали сферическую систему координат с началом в центре сферы. Тогда любая точка системы будет иметь координаты $M(\theta; \varphi; r)$. Так как рассматриваем срединную поверхность оболочки, то для задания точек на ней достаточно знать координатные углы.

Математическая модель состоит из трёх блоков: газовой полости, жидкости, оболочки. Динамика каждого из компонентов системы определяется своей системой уравнений. Связь между блоками осуществляется с помощью условий на контактных границах, а именно выполняется равенство скоростей границ сред и равенство давлений. Плотности и энергии на границах раздела могут претерпевать разрыв.

Движение газовой полости определяется уравнением баланса энергии. Выбор этого уравнения обусловлен тем, что один из способов выведения системы из состояния равновесия состоит в введении энергии в газовую полость:

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} (P_p \cdot V_p) + P_p \frac{dV_p}{dt} = N(t), \quad (1)$$

где R_p – радиус пузырька, P_p - давление в пузырьке, γ - показатель адиабаты газа в пузырьке.

Динамика жидкости определяется волновым уравнением в сферической системе координат в трёхмерной постановке:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \right], \quad (2)$$

где f - потенциал скорости жидкости, c - скорость звука в невозмущённой жидкости.

Динамика оболочки описывается системой уравнений движения оболочки в приближении Кирхгофа-Лява. Перемещения и углы поворота выражаются через усилия и моменты:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial T_{12}}{\partial \varphi} + (T_{11} - T_{22}) \operatorname{ctg} \theta + Q_1 + Rq_1 = \rho R h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_{12}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial T_{22}}{\partial \varphi} + 2T_{12} \operatorname{ctg} \theta + Q_2 + Rq_2 = \rho R h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Q_2}{\partial \varphi} + Q_1 \operatorname{ctg} \theta - T_{11} - T_{22} + Rq_3 = \rho R h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial M_{12}}{\partial \varphi} + (M_{11} - M_{22}) \operatorname{ctg} \theta = Q_1 R + \frac{\rho h^3 R}{12} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial M_{22}}{\partial \varphi} + 2M_{12} \operatorname{ctg} \theta = Q_2 R + \frac{\rho h^3 R}{12} \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где R - радиус срединной поверхности оболочки, q_i - составляющие суммарного давления на поверхность оболочки, ρ - плотность оболочки, h - толщина оболочки, u, v, w - компоненты перемещения срединной поверхности, θ^*, φ^* - углы поворота срединной поверхности вдоль соответствующих координатных линий, $T_{11}, T_{22}, T_{12} = T_{21}$ - силы, действующие на единицу длины соответствующей площадки, $M_{11}, M_{22}, M_{12} = M_{21}$ - моменты срединной поверхности, Q_1, Q_2 - перерезывающие силы.

Система дополнена физическими и геометрическими соотношениями, которые определены через перемещения и повороты оболочки.

Для контроля выполнения гипотезы о малых упругих деформациях оболочки использовали условие Губера-Мизеса. Для описания пульсации пузырька использовали двухслойный по времени метод Эйлера-Коши. Для решения волнового уравнения и системы, описывающей движение оболочки, применяли трёхслойную схему «крест» (рис. 1).

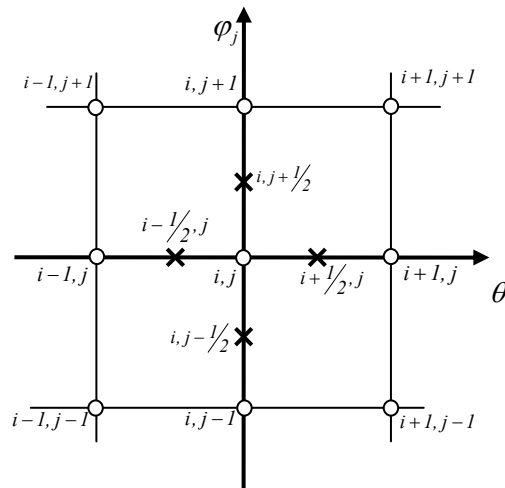


Рис.1 - Трёхслойная схема «крест».

Дискретизация уравнений оболочки выполнялась по шаблону, где в узловых точках определялись кинематические характеристики (перемещения и углы поворота), а в промежуточных – силовые (мембранные, перерезывающие силы, силы, моменты). Дискретизация волнового уравнения выполнялась с использованием шаблона (рис. 2):

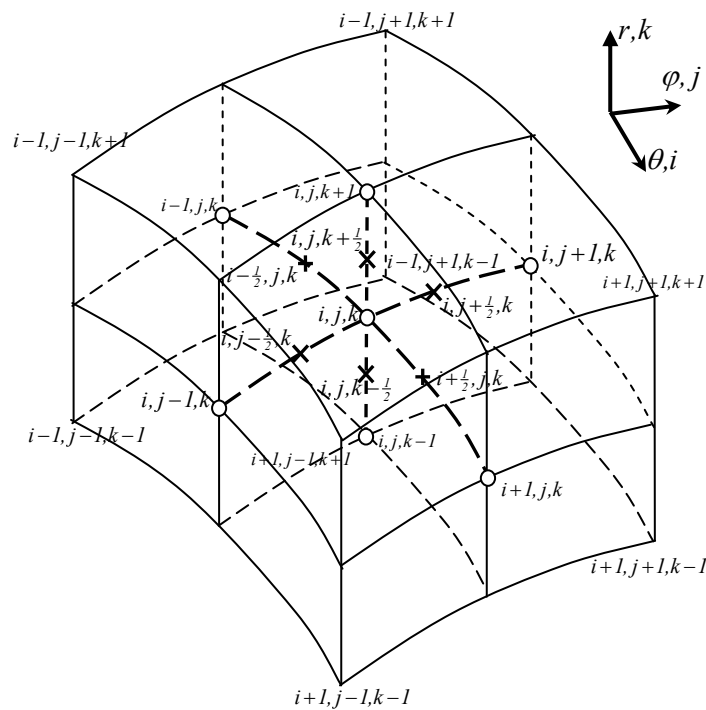


Рис.2 - Шаблон для дискретизации волнового уравнения

Тут в узловых точках определяются потенциалы и давления, а в промежуточных – скорости.

В начальный момент времени система находилась в состоянии статического равновесия. Из состояния равновесия система выводилась путём ввода энергии в пузырьрёк, либо путём изменения нагрузки на оболочку в локальной области её поверхности.

Тестирование модели выполняли на основе фундаментальных физических принципов, включающих проверку сохранения равновесия системы в отсутствии возмущений, скорости распространения продольных и поперечных волн в оболочке, волн в жидкости и собственных частот колебаний пузырьрёка и оболочка, совпадающих с известными результатами.

При тестировании уравнений, описывающих поведение жидкости, вводили энергию в пузырьрёк и, с помощью граничных условий, происходила передача возмущения к жидкости и генерация сферической волны, профили которой представлены на рис. 3 для разных моментов времени. Динамика распространения соответствует закону распространения сферической волны (интенсивность обратно пропорциональна расстоянию от источника). Рассмотрены два случая: тонкими линиями изображены профили волны, полученные без учёта кавитации, а жирными – профили с учётом. Видно, что фронт волны в двух случаях не отличается.

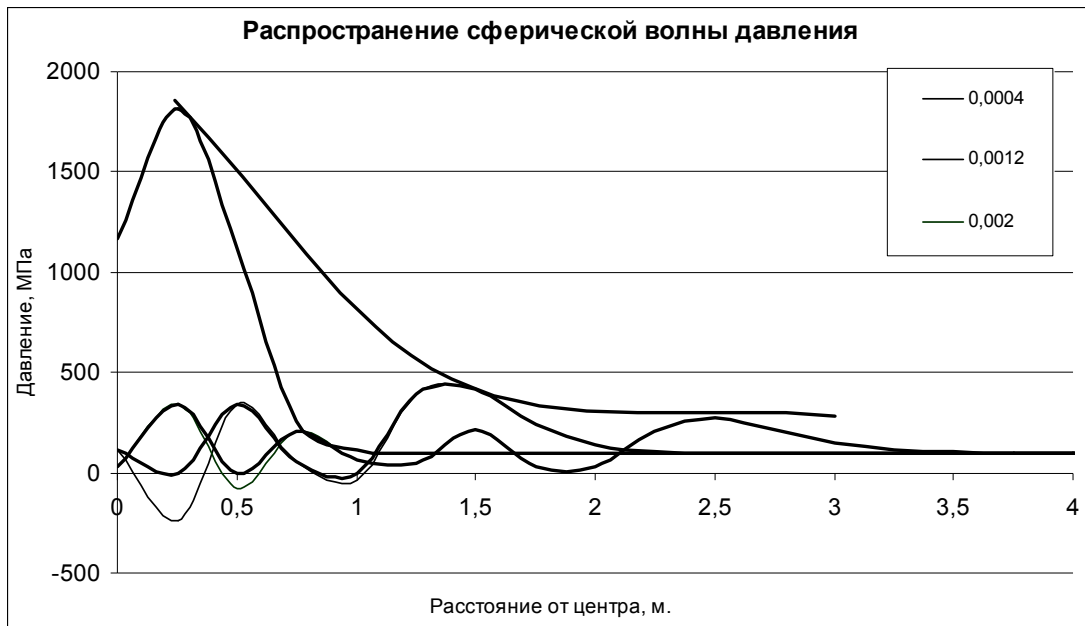


Рис.3 – Распространение сферической волны давления.

При выведении из состояния равновесия пузырёк совершает колебания. Как известно, при меньшей вводимой энергии частота пульсации увеличивается, а амплитуда уменьшается, что мы и наблюдаем в наших расчётах (рис. 4, 5).

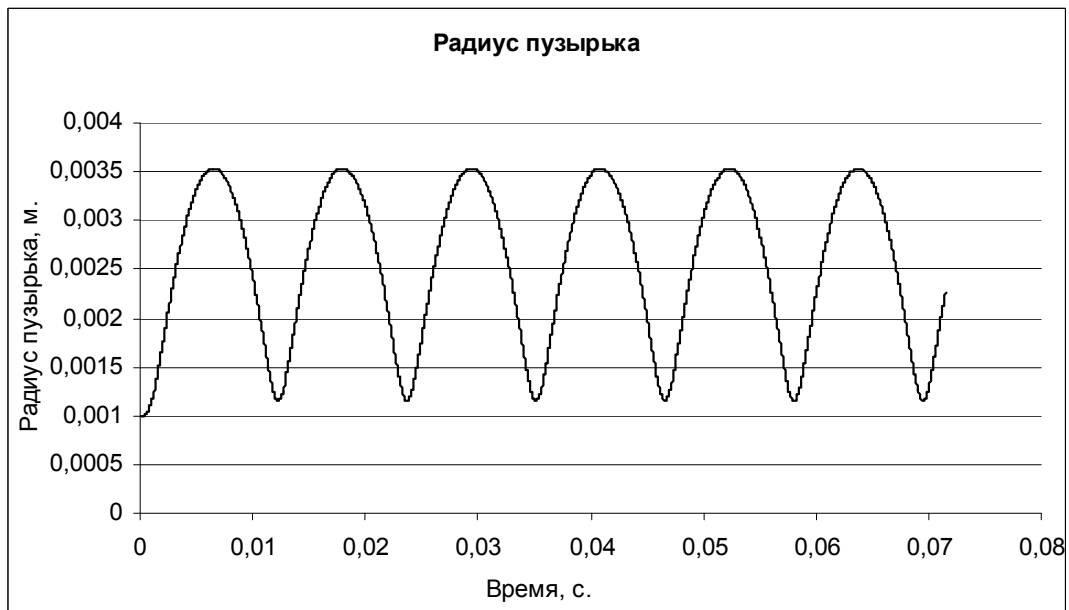


Рис.4 –Радиус пузырька.

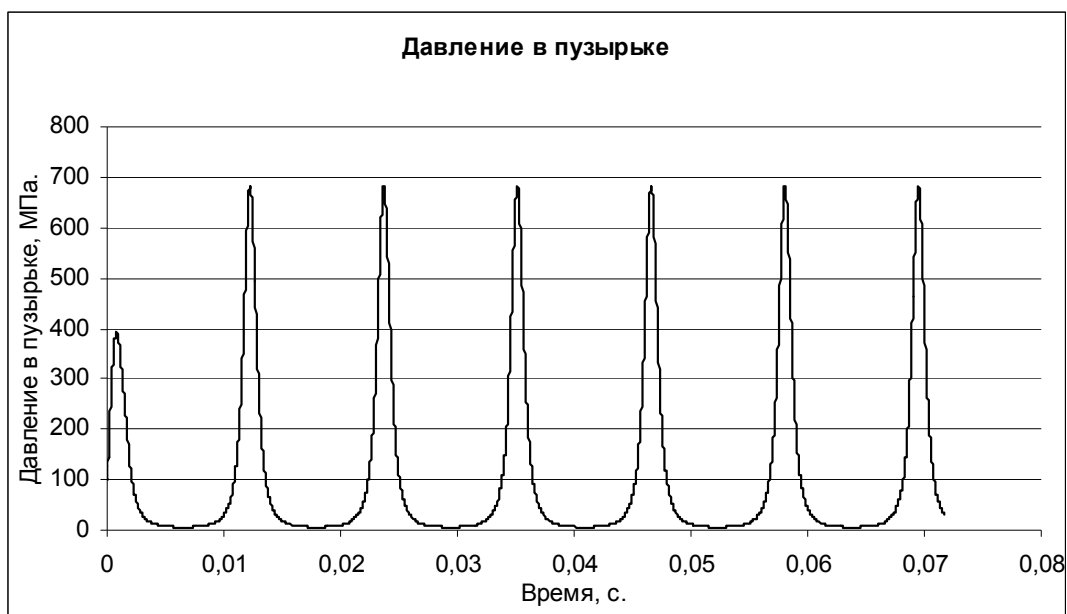


Рис.5 – Давление в пузырьке.

Ниже представлены собственные колебания оболочки, получаемые при выведении оболочки из состояния равновесия путём задания перемещения всей поверхности оболочки. Перемещения оболочки колеблются относительно срединной поверхности с частотой собственных колебаний. Для тестирования определим собственные колебания сферической оболочки по формуле:

$$\Omega = \sqrt{\frac{2E}{R^2 \rho(1-\nu)}}$$
 Подставляя исходные значения переменных в формулу, получаем значение собственной частоты колебаний оболочки, совпадающее с полученным в работе результатом (рис. 6).

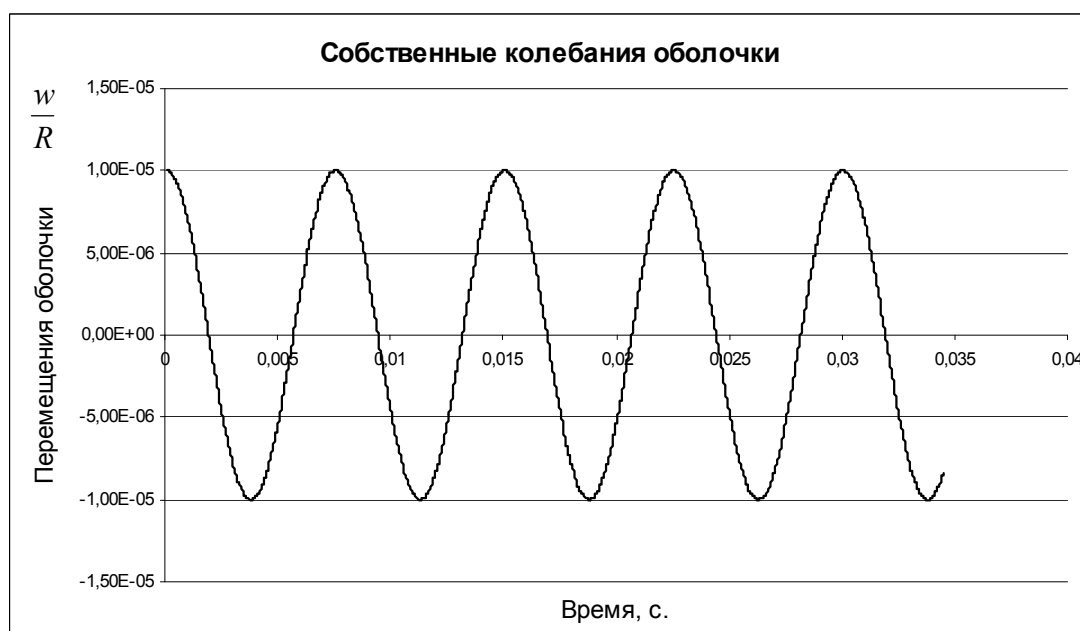


Рис.6 – Собственные колебания оболочки.

Ниже (рис. 7) представлено распространение возмущения оболочки по меридиану при выведении оболочки из состояния равновесия путём задания пе-

ремещения по экватору. В полярных точках сфера жёстко закреплялась. Выполнялся контроль по скорости распространения волны.



Рис.7 – Распространение возмущения в оболочке.

Результаты тестирования показывают, что разработанная математическая модель адекватно описывает трёхкомпонентную динамическую систему пузырь-жидкость-оболочка и может быть использована для исследования процессов и явлений в подобных физических системах, которые соответствуют допущениям, сделанным при построении модели.

Статья подготовлена по материалам доклада IX Международной научной конференции “Импульсные процессы в механике сплошных сред” (15-19 августа 2011, г. Николаев).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Diffey T.A., Johnson J.N. Transient response of a pulsed spherical shell surrounded by a infinite elastic medium. *Int. J. Mech. Sci.*, v. 23, №10, p. 589-593.
2. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Итоги науки и техники: Механика твёрдых деформируемых тел., Т.5, - М.: 1973г. – 272с.
3. Сташкевич А.П. Акустика моря. - Ленинград: Судостроение, 1966 – 350с.
4. Наугольный К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде. - М.: Наука, 1977. – 151с.
5. В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев, И.Р. Шрейбер. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248с.
6. У.Г. Пирумов. Численные методы. – М.: Дрофа, 2004. – 224с.
7. М.Н. Давыдов, В.К. Кедринский. Двухфазные модели формирования кавитирующих отколов в жидкости.//ПМТФ. – 2003.-№5.-С.72-79.
8. А.В.Шептилевский, В.М.Косенков. Динамика газового пузырька в замкнутом сферическом объеме.//VI Международная школа-семинар «Импульсные процессы в механике сплошных сред». Николаев. 2005. с.98-99.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕПЛОВЫХ СХЕМ ШАХТНЫХ ЭНЕРГОКОМПЛЕКСОВ НА БАЗЕ ПАРОТУРБИННОЙ КОГЕНЕРАЦИИ

Проведено дослідження ефективності теплових схем шахтних енергокомплексів на основі паротурбінної когенерації. Розглянуто два варіанти схем - з конденсаційними турбінами та з комплексом турбін із протитиском і гідропарових турбін. Показана перспективність використання енергокомплексів, що виробляють електроенергію на тепловому споживанні. Враховано сезонні змін теплових навантажень, які суттєво впливають на кількість електроенергії, що виробляється.

THE EFFICIENCY THERMAL SCHEMES OF MINE ENERGY-COMPLEXES ON THE BASIS OF OF STEAM-TURBINE COGENERATION

In this paper the efficiency thermal schemes of mine energy complexes on the basis of steam-turbine cogeneration was researched. Two variants of schemes - with condensing turbines and with the complex back-pressures and steam-water turbines were considered. The perspective use of energy complexes those generate electric power on heat utilization was discussed. Seasonal changes of heat loads those substantially influence on quantity of electric power output were taken into account.

Одним из перспективных направлений развития энергетики является создание энергокомплексов, вырабатывающих электроэнергию на тепловом потреблении и располагающихся в непосредственной близости от угольных шахт. При создании данного типа энергокомплексов необходимо учитывать сезонные изменения тепловой нагрузки, существенно влияющие на эффективность комплексов и количество вырабатываемой электроэнергии. В данной работе проводится исследование и сравнение показателей эффективности различных тепловых схем. Рассматривается два варианта схем: 1 – схема с конденсационными турбинами, представленная на рисунке 1; 2 – схема с комплексом протитисковых и гидропаровых турбин, представленная на рисунке 2. Числами в кружках пронумерованы узловые точки, в которых производился расчет параметров состояния рабочей среды и ее расхода. Приведенные рисунки 1 и 2 включают в себя основные элементы: К – котел; Т – турбина; ТО – теплообменник; КН – конденсатор; Н – насос; РППВ – система регенеративного подогрева питательной воды.