

Кандидаты техн. наук А.В. Шаповал,
А.С. Головки,
Е.С. Титякова,
(ПГАСА)
канд. техн. наук В.С. Андреев
(ДНУЖТ)

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РАМКАХ МОДЕЛИ УПРУГОГО ГРУНТОВОГО СЛОЯ

В рамках расчетной схемы основания в виде слоя конечной толщины получены функции влияния матрицы податливости метода граничных элементов. Рассмотрена модель линейного упругого изотропного основания. Область применения полученных в работе результатов – определение напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтовых оснований и расположенных на них фундаментов зданий и сооружений.

TO DETERMINATION OF BORDER ELEMENTS WITHIN THE FRAMEWORK OF MODEL OF THE RESILIENT GROUND LAYER

Within the framework of calculation chart of founding as a layer of eventual thickness the functions of influence of matrix of pliability of method of border elements are got. The model of the linear resilient izotropic founding is considered. An application of the results got in-process domain is determination of the tensely-deformed state(VAT) of the ground grounds and foundations of building and building located on them.

При написании настоящей статьи преследовалась цель в рамках модели упругого линейного изотропного основания получить формулы для коэффициентов влияния матрицы податливости для трех - и четырехугольных граничных элементов, а также для граничных элементов в виде кольцевого сектора [1, 2, 3].

Задача решалась в рамках расчетной схемы основания в виде слоя конечной толщины.

В рамках расчетной схемы полупространства эта проблема решена авторами [2, 3, 4].

Указанный набор граничных элементов позволяет определить напряженно – деформированное состояние грунтового основания фундаментов с практически произвольной формой подошвы.

Задача исследований была сформулирована так.

Граничный элемент площадью D находится на грунтовом слое конечной толщины H , которое характеризуется упругими техническими константами E и ν (или упругими константами Ламе λ и G) [1, 5].

Требуется определить коэффициенты влияния матрицы податливости B_{ij} для граничных элементов в виде четырехугольника, треугольника и кольцевого сектора.

По определению [1] под коэффициентом влияния понимают осадку точки основания с координатами (x_j, y_j) , обусловленной распределенной по площади некоторой геометрической фигуры (т.е. либо четырехугольника, либо тре-

угольника либо кольцевого сектора и т.д.) с центром в точке с координатами (x_i, y_i) единичной нагрузкой $q=1$.

Согласно [6] осадка упругого слоя толщиной H в точке с координатой r под воздействием сосредоточенной силы Q равна:

$$S(r,t) = \frac{1-\nu}{2 \cdot \pi \cdot G \cdot H} \cdot Q \cdot \int_0^{\infty} \Omega(\alpha) \cdot J_0\left(\alpha \cdot \frac{r}{H}\right) \cdot d\alpha, \quad (1)$$

где $\Omega(\alpha) = \frac{sh^2(\alpha)}{\alpha + sh(\alpha) \cdot ch(\alpha)}$; $sh(\alpha)$ и $ch(\alpha)$ - соответственно гиперболические синус и косинус; H - толщина грунтового; $J_0(\alpha)$ - функция Бесселя первого

рода с нулевым индексом; ν - коэффициент Пуассона основания; G - модуль сдвига основания; α - параметр [6, 7].

Равенство (1) содержит несобственный интеграл, в силу чего его использование в качестве фундаментального решения возникают проблемы вычислительного характера. Поэтому для определения коэффициентов влияния используем полученную в работе [8] аппроксимацию (1):

$$S(r,t) = \frac{(1-\nu) \cdot Q}{\pi \cdot G \cdot H} \cdot \int_0^{\infty} \Omega(\alpha) \cdot J_0\left(\alpha \cdot \frac{r}{H}\right) \cdot d\alpha \approx \frac{(1-\nu) \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \sum_{i=1}^{10} A_i \cdot \chi_i(r) \quad (2)$$

где $\chi(r) = \frac{1}{r}$ при $i=1$; $\chi(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (i-1)^2 \cdot d_a^2 \cdot H^2}}$ при $i \neq 1$, а A_i

и d_a - коэффициенты аппроксимации функции $\Omega(\alpha)$ [8].

Рассмотрим случай прямоугольного граничного элемента с размерами сторон L и B , на который действует распределенная нагрузка $q=1$ (рис. 1).

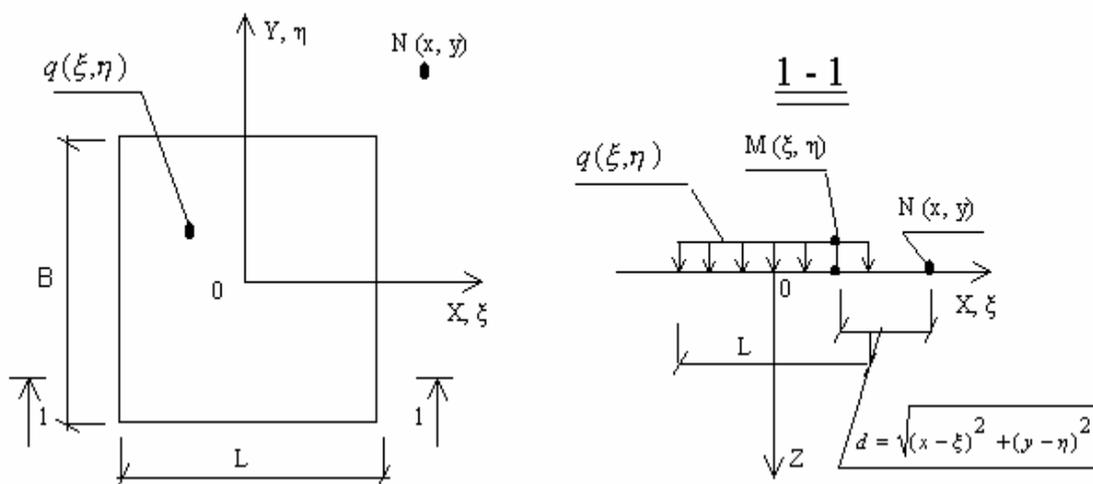


Рис. 1- К определению коэффициента влияния матрицы податливости для прямоугольного граничного элемента.

Найдем осадку дневной поверхности $S^*(x,y)$ точки основания с координата-

ми (x, y) от элементарной нагрузки $dQ(\xi, \eta) = q \cdot d\xi \cdot d\eta$, приложенной в точке с координатами (ξ, η) (рис. 2). В этом случае в формуле (2) радиус следует положить равным $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ и проинтегрировать полученное выражение по координате ξ в пределах от $-\frac{L}{2}$ до $+\frac{L}{2}$. Кроме того, полученный таким образом результат следует проинтегрировать выражение по координате η в пределах от $-\frac{b}{2}$ до $+\frac{b}{2}$ (см. рис. 1). Имеем:

$$S(x, y) \approx \frac{(1-\nu) \cdot q}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sum_{i=1}^{10} A_i \cdot \psi_i \cdot d\xi \cdot d\eta, \quad (3)$$

$$\text{где } \psi_i = \frac{1}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} \quad \text{при } i=1;$$

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (i-1)^2 \cdot d_a^2 \cdot H^2}} \quad \text{при } i \neq 1. \text{ Здесь } A_i \text{ и } d_a \text{ - см. поясне-}$$

ния к формуле (2).

Далее определим коэффициенты влияния матрицы податливости метода граничных элементов B_{ij} [1]. В рассматриваемом случае с физической точки зрения коэффициент влияния матрицы податливости B_{ij} является осадкой точки основания с координатами (x_j, y_j) , обусловленной распределенной по площади прямоугольника с размерами сторон в плане b_i и L_i и центром в точке с координатами (x_i, y_i) единичной нагрузкой $q=1$.

Поместим центр загруженной области в точку с координатами (x_i, y_i) и найдем осадку точки с координатами (x_j, y_j) . При этом примем размеры загруженной области равными b_i и L_i , а распределенную нагрузку q равной единице. Имеем:

$$B_{ij} \approx \frac{(1-\nu)}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sum_{k=1}^{10} A_k \cdot \psi_{kij} \cdot d\xi \cdot d\eta, \quad (4)$$

$$\text{где } \psi_{kij} = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i - \xi)^2 + (y_j - y_i - \eta)^2 + [(k-1) \cdot d_a \cdot H]^2}}, \quad d_a \text{ и } A_k \text{ - см. поясне-}$$

ния к формуле (2).

Интегралы (4) целесообразно вычислять методом трапеций [9]. При этом первый интеграл по переменной η следует вычислять аналитически.

В случае треугольного граничного элемента (рис. 2) коэффициент влияния матрицы податливости B_{ij} с физической точки зрения является осадкой точки основания с координатами (x_j, y_j) , которая обусловлена единичной нагрузкой q , распределенной по площади треугольника с координатами вершин (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) и центром в точке с координатами (x_i, y_i) .

Техника определения коэффициентов влияния (элементов матрицы податливости) в целом такая же, как и для прямоугольного элемента. Отличие заключается в том, что в данном случае верхний и нижний пределы интегрирования по переменной η являются функциями координаты ξ , т.е.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= [U(\xi - x_1) - U(\xi - x_3)] \cdot \left[y_1 + \frac{(y_3 - y_1) \cdot (\xi - x_1)}{x_3 - x_1} \right] \text{ и} \\ \eta_2 &= [U(\xi - x_1) - U(\xi - x_2)] \cdot \left[y_1 + \frac{(y_2 - y_1) \cdot (\xi - x_1)}{x_2 - x_1} \right] + \\ &+ [U(\xi - x_2) - U(\xi - x_3)] \cdot \left[y_2 + \frac{(y_3 - y_2) \cdot (\xi - x_2)}{x_3 - x_2} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $U(x)$ - ступенчатая единичная функция Хевисайда [7], а (x_1, y_1) , (x_2, y_2) и (x_3, y_3) - координаты вершин треугольника (т.е. загруженной области), причем $x_1 \leq x_2 \leq x_3$.

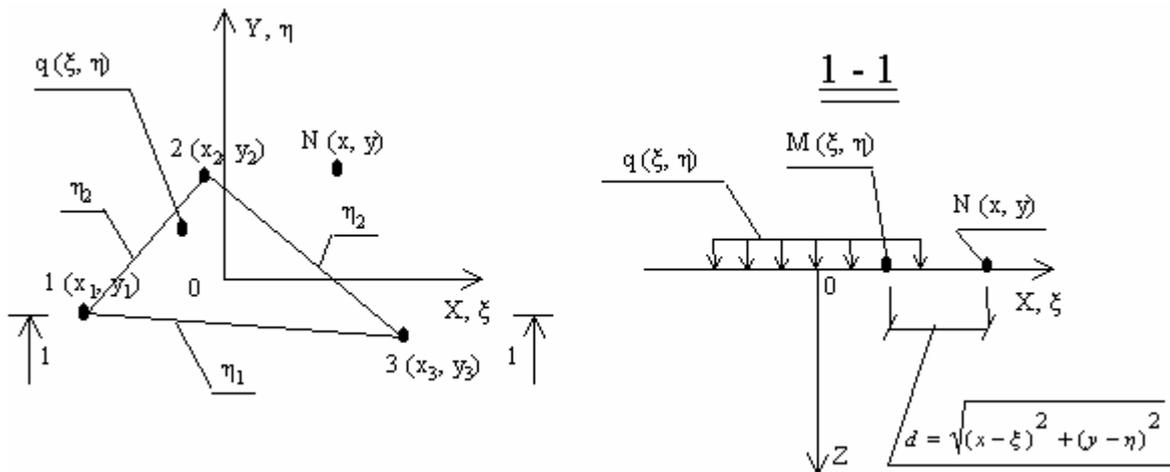


Рис. 2 - К определению коэффициента влияния матрицы податливости треугольного граничного элемента.

В связи с изложенным имеем:

$$B_{ij} \approx \frac{(1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{x_1}^{x_3} \sum_{k=1}^{10} A_k \cdot \psi_{kij} \cdot d\xi \cdot d\eta, \quad (6)$$

где $\psi_{kij} = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i - \xi)^2 + (y_j - y_i - \eta)^2 + [(k-1) \cdot d_a \cdot H]^2}}$, d_a и A_k - см. поясне-

ния к формуле (2). В заключение отметим, что если $y_2 < y_1$ (см. рис. 2), то интегралы (6) следует либо умножить на (-1) либо поменять местами пределы интегрирования η_1 и η_2 .

Для граничного элемента в виде неправильного многоугольника (рис. 3) (такие элементы используются с вычислительных комплексах «Лира» и «Мономах») коэффициенты влияния матрицы податливости B_{ij} найдем в виде:

$$B_{ij} \approx \frac{(1-\nu)}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{x_1}^{x_3} \sum_{k=1}^{10} A_k \cdot \psi_{kij} \cdot d\xi \cdot d\eta, \quad (7)$$

где $\psi_{kij} = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i - \xi)^2 + (y_j - y_i - \eta)^2 + [(k-1) \cdot d_a \cdot H]^2}}$, d_a и A_k - см. поясне-

ния к формуле (2).

$$\text{Здесь } \eta_1 = [U(\xi - x_1) - U(\xi - x_4)] \cdot \left[y_1 + \frac{(y_4 - y_1) \cdot (\xi - x_1)}{x_4 - x_1} \right] +$$

$$+ [U(\xi - x_4) - U(\xi - x_3)] \cdot \left[y_4 + \frac{(y_3 - y_4) \cdot (\xi - x_4)}{x_3 - x_4} \right]$$

$$\text{и } \eta_2 = [U(\xi - x_1) - U(\xi - x_2)] \cdot \left[y_1 + \frac{(y_2 - y_1) \cdot (\xi - x_1)}{x_2 - x_1} \right] +$$

$$+ [U(\xi - x_2) - U(\xi - x_3)] \cdot \left[y_2 + \frac{(y_3 - y_2) \cdot (\xi - x_2)}{x_3 - x_2} \right], \quad x_1 \leq x_2 \leq x_4 \leq x_3.$$

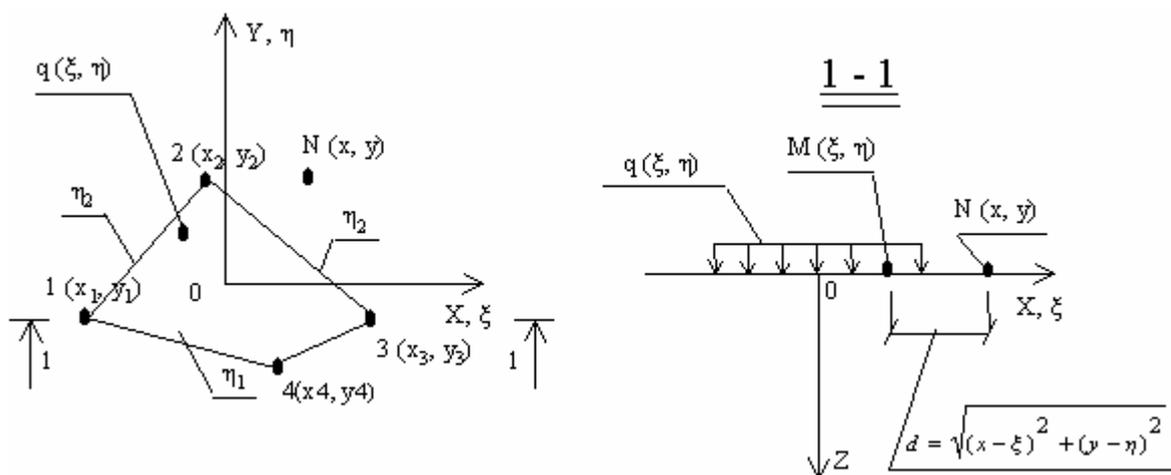


Рис. 3 - К определению коэффициента влияния матрицы податливости для граничного элемента в виде неправильного многоугольника.

С физической точки зрения в рассматриваемом случае коэффициент влияния матрицы податливости B_{ij} является осадкой точки основания с координатами (x_j, y_j) , обусловленной распределенной по площади четырехугольника с координатами вершин (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) и центром в точке с координатами (x_i, y_i) единичной нагрузкой q .

Для граничного элемента в виде кольцевого сектора при определении коэффициентов влияния матрицы податливости B_{ij} следует перейти от декартовой к полярной системе координат (рис. 4).

В данном случае под коэффициентом влияния следует понимать осадку точки М, положение которой определяется вектором длиной b , наклоненным к горизонтали под углом β под воздействием распределенной по площади кольцевого сектора $abcd$ единичной нагрузки. При этом положение центра граничного элемента $abcd$ определяется вектором длиной ρ , наклоненным к горизонтали под углом φ , а расстояние между центром граничного элемента и точкой М равно:

$$r = \sqrt{\rho^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot \rho \cdot \cos(\varphi)} \quad (8)$$

Далее подставим (8) в (2) и проинтегрируем полученное таким образом выражение в по координате ρ в пределах от $R_{1,j}$ до $R_{2,j}$, а по координате φ - в пределах от $\varphi_{1,j}$ до $\varphi_{2,j}$. Имеем:

$$B_{ij} = \frac{(1-\nu)}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \int_{\varphi_{1,j}}^{\varphi_{2,j}} \int_{R_{1,j}}^{R_{2,j}} \sum_{k=1}^{10} A_k \cdot \psi_{kij}^* \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi. \quad (9)$$

где $\psi_{kij}^* = \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + b_i^2 - 2 \cdot b_i \cdot \rho \cdot \cos(\varphi) + [(k-1) \cdot d_a \cdot H]^2}}$. Здесь d_a и A_k - см. по-

яснения к формуле (2). Интегралы (4) целесообразно вычислять методом трапеций [9]. При этом первый интеграл по переменной ρ целесообразно вычислять аналитически.

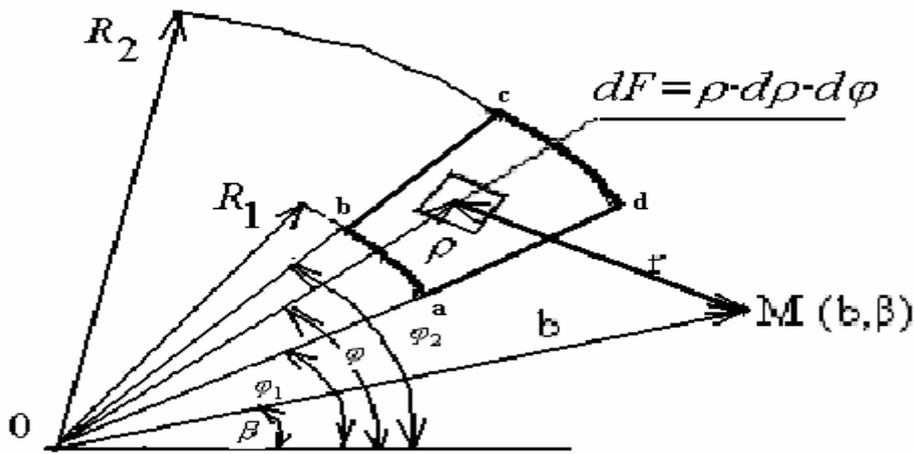


Рис. 4 - К определению коэффициента влияния матрицы податливости для граничного элемента в виде кольцевого сектора

В целом, полученные в ходе выполнения настоящей работы коэффициенты влияния матрицы податливости метода граничных элементов в рамках модели основания в виде линейного упругого изотропного слоя конечной толщины позволяют решать такие задачи проектирования:

- определение напряженно – деформированного состояния грунтовых оснований, находящихся под воздействием приложенной к их верхней границе распределенной нагрузки;
- определение напряженно – деформированного состояния систем «грунто-вое основание – фундамент»;
- определение напряженно – деформированного состояния систем «грунто-вое основание – фундамент – надфундаментное строение».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с.
2. Шаповал А.В. Алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния обладающих свойством ползучести водонасыщенных грунтовых оснований методом граничных элементов// Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 65.-К.: НДІБК, 2006.-С. 305-310.
3. Шаповал А.В., Шаповал В.Г., Капустин В.В. Метод граничных элементов в задачах определения НДС водонасыщенных грунтовых оснований, обладающих свойством ползучести. // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. Акад. В. Лазаряна. - Вип.14.- Дніпропетровськ: вид ДНУЗТ, 2007. – С. 220-224.
4. Шаповал А. В. Особливості взаємодії водонасичених основ, що мають властивість повзучості, з будинками і спорудами. Автореферат кандидатської дисертації. - Дніпропетровськ, ПДАБА, 2007 - 24 с.
5. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, - 1975. - 872 с.
6. Зарецкий Ю.К. Теория консолидации грунтов. - М.: Наука. 1967 - 270 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1974. - 840 с.
8. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966. - 664 с.

**ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ
НА ХАРАКТЕР РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ**

Обобщены и проанализированы результаты исследований по оценке влияния ультразвукового воздействия на изменение свойств и характер разрушения угольных образцов. Рассмотрены результаты исследований по оценке влияния ультразвукового воздействия на физико-механические и газодинамические свойства угольного образца различной степени выбросоопасности, газонасыщения и с учетом изменения напряженного состояния. Установлена закономерность эффективных частот воздействия на уголь в зависимости от размеров дефектных структур в нем.

**FEATURES OF INFLUENCE HIGH-FREQUENCY AFFECTING
CHARACTER OF DESTRUCTION OF COAL**

The results of researches are generalized and analyzed as evaluated by influence of the ultrasonic affecting change of properties and character of destruction of coal standards. The results of researches are considered as evaluated by influence of the ultrasonic affecting physical, mechanical and gas-dynamic properties of coal standard of different degree of danger of rock outbid rust, gasings and taking into account the change of the tense state. Conformity to law of effective frequencies of affecting is set coal depending on the sizes of imperfect structures in it.

В последнее время считается, что одним из достаточно эффективных способов управления газодинамической активностью угольного массива является волновое воздействие на пласт. Существуют методики воздействия волновыми полями разной природы как на макроуровне [1 -6], так и микро, например на микроструктуру угольного вещества [7 -10]. Вместе с этим, нет однозначного мнения по оценке эффективности применения виброволнового воздействия с учетом изменения частотного режима, в частности, использования высокочастотного, например, каким является ультразвуковое воздействие (УЗВ). Поэтому в данной статье автор попытался обобщить имеющиеся в литературе [1 -16] данные и проанализировать результаты проведенных экспериментов. В частности, предполагается рассмотреть результаты исследований по оценке влияния УЗВ на физико-механические и газодинамические свойства угольного образца различной степени выбросоопасности, газонасыщения и с учетом изменения напряженного состояния, которые рассмотрим ниже.

Влияние УЗВ на разрушение не газонасыщенного угольного образца в воздушной среде. В ИГТМ НАН Украины совместно с МакНИИ для оценки характера разрушения образцов угля при УЗВ во времени провели эксперимент по следующей методике. Подготавливались 3 образца размером 50×50×50 мм, которые предварительно взвешивались, а каждый испытываемый образец помещался под ультразвуковой генератор диспергатора с резонансной частотой 15 кГц, при мощности – 400 Вт. Рабочая поверхность диспергатора прижималась к образцу с усилием в 10 кг. Взвешивание при УЗВ осуществлялось через каждую минуту [7, 11]. По формулам вычислялось относительное изменение массы угольного образца и скорости его разрушения вычислялось по форму-