

УДК 532.528

## КОЛЕБАНИЯ ТОНКОГО СУПЕРКАВИТИРУЮЩЕГО ПРОФИЛЯ ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. Н. СЕМЕНЕНКО\*, Т. Н. СЕМЕНЕНКО\*\*

\* Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

\*\* Киевский институт железнодорожного транспорта

Получено 24.02.99

Получена система интегральных уравнений слабозмущенного обтекания колеблющихся профилей суперкавитирующих и вентилируемых подводных крыльев вблизи свободной поверхности. Предложен метод расчета зависимости длины нестационарной каверны от времени путем численного решения нелинейного уравнения баланса массы газа в каверне (или уравнения постоянства давления в каверне для паровых суперкаверн). Показано, что уменьшение отстояния от свободной поверхности приводит к уменьшению относительных амплитуд колебаний длины каверны и коэффициентов гидродинамических сил. Учет колебаний длины каверны приводит к сглаживанию амплитудно-частотных характеристик сил по сравнению с расчетом при фиксированной длине каверны.

Одержана система інтегральних рівнянь слабозбуреного обтікання профілів суперкавітуючих і вентильованих підводних крил, що коливаються, поблизу вільної поверхні. Запропонований метод розрахунку залежності довжини нестационарної каверни від часу шляхом чисельного рішення нелінійного рівняння балансу маси газу в каверні (або рівняння сталості тиску в каверні для парових суперкаверн). Показано, що зменшення відстані від вільної поверхні веде до зменшення відносних амплітуд коливань довжини каверни і коефіцієнтів гідродинамічних сил. Врахування коливань довжини каверни веде до згладжування амплітудно-частотних характеристик сил порівняно з розрахунком при фіксованій довжині каверни.

A system of integral equations for low-disturbed flow around two-dimensional supercavitating and ventilated oscillating hydrofoils under a free surface is obtained. A method to calculate time dependence of the unsteady cavity length by means of numerical solving the nonlinear equation of gas mass in the cavity balance (or the equation of the cavity pressure to be constant for vapour supercavities) is proposed. It is shown that approach to a free surface results in decreasing relative amplitudes of oscillations of the cavity length and hydrodynamic forces. Taking account of the variable cavity length results in smoothing frequency responses of forces in comparison with calculation when the cavity length is constant.

### ВВЕДЕНИЕ

При больших скоростях движения судов на подводных крыльях развивается режим суперкавитационного обтекания крыла, когда длина каверны  $l$  намного превышает длину хорды крыла  $b$ . Суперкавитирующие подводные крылья обычно являются тонкими и слабоизогнутыми, что позволяет применять для их расчета линейную теорию. В рамках линейной теории было получено большое количество частных результатов и практических расчетов суперкавитирующих подводных крыльев и их систем (см. [1–3] и др.).

Вентилируемые каверны за подводными крыльями могут образовываться при меньших скоростях как естественно – путем подсоса атмосферного воздуха, так и искусственно – путем поддува воздуха в каверну [4]. При стационарном обтекании и больших числах Фруда размеры и форма естественной и вентилируемой каверн практически одинаковы при равных числах кавитации

$$\sigma = \frac{2(p_\infty - p_c)}{\rho V_\infty^2}, \quad (1)$$

где  $p_\infty$  – давление в невозмущенном потоке,  $p_c$  –

давление в каверне.

Различие между естественными (паровыми) и газонаполненными суперкавернами проявляется при нестационарном обтекании. В этом случае важную роль играет параметр, характеризующий влияние упругости газа в каверне

$$\beta = \frac{\sigma_v}{\sigma} \approx \frac{Eu}{\sigma}, \quad (2)$$

где  $\sigma_v$  – естественное (паровое) число кавитации;  $Eu = 2p_\infty/\rho V_\infty^2$  – число Эйлера. Естественной суперкавитации соответствует значение  $\beta = 1$ , для вентилируемых каверн  $\beta > 1$ . Параметр  $\beta$  является главным параметром подобия при исследовании устойчивости и динамического поведения газонаполненных каверн [5, 6].

Трудность решения нестационарных задач суперкавитационного обтекания при  $\sigma \neq 0$  состоит в том, что обычная процедура линеаризации области течения и граничных условий не приводит к линейности задачи в целом. Причиной является то, что изменение неизвестной длины каверны  $l(t)$  имеет порядок единицы, когда  $\sigma \sim O(\varepsilon)$  и  $v_y(x, t) \sim O(\varepsilon)$ , где  $\varepsilon$  – малый параметр,  $v_y$  – нормальная скорость на крыле.

Из экспериментов известно, что при малых  $\sigma$

процессы в хвостовой части суперкаверн слабо влияют на суммарные гидродинамические характеристики суперкавитирующего профиля. В наших работах [7, 8] использовался приближенный подход, при котором длина каверны считается заданной. В этом случае нестационарная задача становится линейной в целом.

В данной работе предлагается уточненный метод расчета гидродинамических характеристик колеблющегося суперкавитирующего профиля. Переменная длина каверны  $l(t)$  находится в последовательные моменты времени  $t^{(m)} = t^{(m-1)} + \Delta t$  путем численного решения нелинейного уравнения баланса массы газа в каверне. На каждой итерации численно решается линейная задача при фиксированном значении длины каверны  $l^{(m)} = l(t^{(m)})$ .

Приводятся результаты расчета колебаний профиля с естественной суперкаверной вблизи свободной поверхности воды. При этом уравнение баланса массы газа в каверне вырождается в условие постоянства числа кавитации.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим суперкавитирующий профиль с хордой  $b$ , движущейся горизонтально с постоянной скоростью  $V_\infty$  на расстоянии  $h$  от среднего уровня свободной поверхности воды (рис. 1). Жидкость считается идеальной, несжимаемой и невесомой. Профиль  $y = f(x, t)$  считается тонким и слабоизогнутым (пластинка), число кавитации – малым для любого  $t$ :

$$\|f(x, t)\| \sim O(\varepsilon), \quad \sigma(t) \sim O(\varepsilon),$$

так что можно линеаризовать граничные условия и снести их на ось  $Ox$ . На профиле считается заданной нормальная скорость

$$v_y(x, t) = -\alpha + \kappa \operatorname{Re} \{v_y^*(x) e^{jkt}\}, \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

где  $k = \omega b / V_\infty$  – приведенная частота колебаний (число Струхала);  $\omega$  – круговая частота;  $\alpha \sim O(\varepsilon)$  – угол атаки пластинки;  $\kappa \sim O(\varepsilon)$  – амплитуда нестационарных возмущений.

Здесь и ниже все величины считаются безразмерными по  $b$  и  $V_\infty$ . Величины, отмеченные знаком \*, являются комплексными по  $j$  (комплексные амплитуды):

$$\sigma^* = \sigma_1 + j\sigma_2, \quad \theta^* = \theta_1 + j\theta_2 \quad \text{и т.п.}$$

В окончательных результатах следует брать действительную часть.

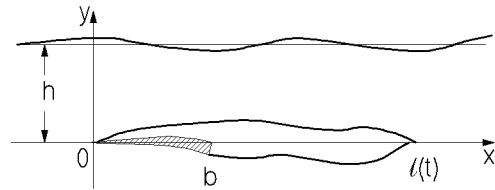


Рис. 1. Суперкавитирующий профиль вблизи взволнованной поверхности

В нестационарной теории крыла традиционно рассматриваются три основных типа колебаний и деформаций тонкого профиля [9]:

$$\begin{aligned} v_y^*(x) &= -jk && \text{поступательные колебания;} \\ v_y^*(x) &= -(1 + jkx) && \text{крутильные колебания;} \\ v_y^*(x) &= e^{-jkx} && \text{волнообразные деформации.} \end{aligned}$$

Последнее выражение описывает также распределение скорости на профиле при обтекании однородным потоком, несущим гармонический порыв вертикальной скорости.

Задача о движении суперкавитирующего профиля вблизи взволнованной поверхности воды также сводится к задаче об обтекании профиля потоком, несущим гармонический порыв [7]

$$v_y(x, t) = -\kappa(k, h) \cos k(t - x),$$

$$\kappa(k, h) = \frac{a}{V_\infty} \sqrt{\frac{gk}{b}} e^{-\frac{kh}{b}}, \quad k \approx 2\pi \frac{b}{\lambda_w},$$

где  $\lambda_w \gg b$  – длина волны;  $a$  – полувысота волны ( $a \ll \lambda_w$ );  $c = \sqrt{g\lambda_w/2\pi} \ll V_\infty$  – скорость волны;  $k$  – приведенная частота встречи крыла с волной.

Измерения показывают, что при движении в волновом потоке и при колебаниях профиля давление в искусственной каверне пульсирует с безразмерной частотой  $k$ , изменяясь синхронно по всей длине каверны [4, 10]. Следовательно, число кавитации можно представить в виде суммы среднего и возмущенного слагаемых:

$$\sigma(t) = \alpha\sigma_0 + \kappa \operatorname{Re} \{\sigma^* e^{jkt}\}, \quad \sigma_0 \sim \sigma^* \sim O(1). \quad (4)$$

Будем отыскивать потенциал течения в виде суммы квазистационарной и нестационарно возмущенной составляющих:

$$\varphi(x, y, t) = \alpha\varphi_0(x, y, t) + \kappa \operatorname{Re} \{\varphi^*(x, y) e^{jkt}\}. \quad (5)$$

Введем гармоническую функцию – потенциал возмущенных ускорений [2]

$$\theta^*(x, y) = jk\varphi^* + \frac{\partial \varphi^*}{\partial x}. \quad (6)$$

Потребуем, чтобы на границах течения выполнялись кинематические и динамические условия отдельно для квазистационарной и возмущенной составляющих решения

$$\varphi_{y0} = -\alpha, \quad \varphi_y^* = \int_{-\infty}^x \theta_y^*(s) e^{jk(s-x)} ds = v_y^*(x), \quad (7)$$

$$0 < x < 1, \quad y = -0;$$

$$\varphi_{y0} = \frac{dF_0}{dx}, \quad \int_{-\infty}^x \theta_y^*(s) e^{jk(s-x)} ds = jkF^* + \frac{dF^*}{dx}, \quad (8)$$

$$1 < x < l(t), \quad y = -0 \quad \text{и} \quad 0 < x < l(t), \quad y = +0;$$

$$\varphi_{x0} = \sigma_0/2, \quad \theta^* = \sigma^*/2, \quad (9)$$

$$1 < x < l(t), \quad y = -0 \quad \text{и} \quad 0 < x < l(t), \quad y = +0;$$

$$\varphi_{x0} = \theta^* = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad y = h. \quad (10)$$

Здесь  $y = \alpha F_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{F^*(x) e^{jkt}\}$  – форма нестационарной каверны.

Заметим, что представление решение в виде (5) и разделение задачи на квазистационарную и возмущенную части при  $l \neq const$  является приближенным. Действительно, в этом случае функции  $\varphi_0, \varphi^*, \theta^*$  будут зависеть от переменной длины каверны  $l(t)$ , а следовательно от времени. Однако для достаточно длинных каверн эта зависимость будет слабой. Можно показать, что предложенный подход равносильен пренебрежению в соотношении (6) и в граничных условиях членами вида

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} l'(t).$$

Пользуясь точным решением для суперкавитирующей пластинки [2], в квазистационарном случае получаем оценки

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim -\frac{\alpha}{l\sqrt{l}} l'(t), \quad \frac{dc_y}{dt} \sim -\frac{3\pi\alpha}{8l^2} l'(t), \quad l \gg 1,$$

т.е. вклад этих членов быстро уменьшается при увеличении  $l$ . Это справедливо и для распределенных характеристик  $\gamma(x, t), q(x, t)$ .

## 2. СИСТЕМА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения краевой задачи (7)–(10) воспользуемся методом интегральных уравнений (методом особенностей) [2].

Краевые условия (7)–(9) показывают, что скорость  $\varphi_{x0}$  и потенциал ускорений  $\theta^*$  терпят разрыв при переходе через проекцию профиля, а скорость  $\varphi_{y0}$  и производная  $\theta_y^*$  – при переходе через проекцию каверны на ось  $Ox$ . Такими свойствами обладают простой и двойной слои [11], т.е. слои распределенных по отрезкам оси  $Ox$  вихрей и источников. Интенсивности распределенных вихрей и источников будут равны соответственно

$$\gamma(x, t) = \alpha\gamma_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{ \gamma^*(x) e^{jkt} \},$$

$$q(x, t) = \alpha q_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{ q^*(x) e^{jkt} \},$$

$$\gamma_0(x) = [\varphi_{x0}](x), \quad \gamma^*(x) = [\theta^*](x),$$

$$q_0(x) = [\varphi_{y0}](x), \quad q^*(x) = \int_{-\infty}^x [\theta_y^*](s) e^{jk(s-x)} ds.$$

Здесь квадратные скобки обозначают скачок величины при переходе через ось  $Ox$ .

Используя известный метод отображения особенностей от свободной границы [2], запишем решение задачи для нестационарных возмущений в виде

$$\theta^*(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \gamma^*(s) \left[ \frac{y}{(x-s)^2 + y^2} + \right. \quad (11)$$

$$\left. + \frac{y-2h}{(x-s)^2 + (y-2h)^2} \right] ds + \int_0^l q^*(s) \times$$

$$\left[ \frac{x-s}{(x-s)^2 + y^2} - \frac{x-s}{(x-s)^2 + (y-2h)^2} + \right.$$

$$\left. + jk \ln \sqrt{\frac{(x-s)^2 + y^2}{(x-s)^2 + (y-2h)^2}} \right] ds.$$

Вычисляя значения  $\theta^*(x, y)$  и  $\theta_y^*(x, y)$  при  $y \rightarrow \pm 0$  [2,8] и подставляя их в краевые условия (7), (9), получим систему сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных интенсивностей  $\gamma^*(x)$  и  $q^*(x)$ :

$$q^*(x) + \frac{1}{\pi} \int_0^l q^*(s) L_1(x-s) ds + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \gamma^*(s) \times \quad (12)$$

$$\times \left[ L_2(x-s) - jke^{-jks} \int_{-\infty}^x e^{jk\lambda} L_2(\lambda-s) d\lambda \right] ds =$$

$$= -2v_y^*(x),$$

$$H(1-x) \left[ \gamma^*(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^1 \gamma^*(s) L_1(x-s) ds \right] + \quad (13)$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^l q^*(s) [L_3(x-s) + jkL_4(x-s)] ds = \sigma^*.$$

где

$$L_1(x-s) = \frac{2h}{(x-s)^2 + 4h^2},$$

$$L_2(x-s) = \frac{1}{x-s} + \frac{x-s}{(x-s)^2 + 4h^2},$$

$$L_3(x-s) = \frac{1}{x-s} - \frac{x-s}{(x-s)^2 + 4h^2},$$

$$L_4(x-s) = \ln \frac{|x-s|}{\sqrt{(x-s)^2 + 4h^2}},$$

$H(x) = 0$  при  $x < 0$ ,  $H(x) = 1$  при  $x \geq 0$ . Внутренний интеграл в (12) выражается через интегральную показательную функцию.

Полагая в уравнениях (12), (13)  $k = 0$ , получим уравнения для нахождения квазистационарной части решения  $\gamma_0(x)$ ,  $q_0(x)$ .

Поскольку длина каверны  $l(t)$  и число кавитации  $\sigma(t)$  в общем случае также неизвестны и являются зависимыми параметрами, к уравнениям (12), (13) следует добавить два соотношения:

1) условие разрешимости внешней краевой задачи Неймана для потенциала скоростей [8, 11], откуда следуют уравнения

$$\int_0^{l(t)} q_0(s) ds = 0, \quad \int_0^{l(t)} q^*(s) ds = 0; \quad (14)$$

2) уравнение баланса массы газа в каверне при его изотермическом расширении [5]

$$\frac{d}{dt} [(\beta - \bar{\sigma}(t)) Q(t)] = \beta [\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}(t)], \quad (15)$$

где  $\bar{\sigma} = \sigma(t)/\sigma_0$ ;  $Q(t)$  – объем каверны;  $\dot{Q}_{in}$ ,  $\dot{Q}_{out}(t)$  – объемные расходы поддува воздуха в каверну и уноса из каверны.

Условия (14) обеспечивают ограниченность решения (11) в предельном случае безграничного потока  $h \rightarrow \infty$ . В частном случае стационарного обтекания уравнение (14) является условием замкнутости каверны. В нестационарном случае каверна является незамкнутой.

Из граничного условия (8) следует выражение для толщины нестационарной каверны

$$\delta(x, t) = [F](x, t) = \alpha \int_0^x q_0(s) ds + \quad (16)$$

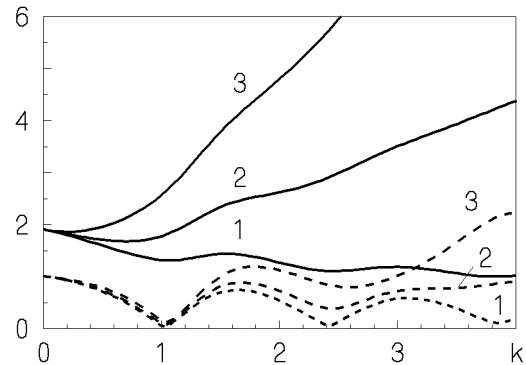


Рис. 2. Амплитуды колебаний  $c_y$  и  $\sigma$  при  $l = 5.0$ :  
 - - - -  $|\sigma|/\kappa$ , — — —  $|c_y|/\kappa$   
 1 - гармонический порыв, 2 - поступательные колебания,  
 3 - крутильные колебания

$$+ \kappa \mathbf{Re} \left\{ e^{jk(t-x)} \int_0^x q^*(s) e^{jks} ds \right\}, \quad 0 < x < l(t)$$

Коэффициенты подъемной силы и момента, действующих на профиль, равны

$$c_y(t) = 2\alpha \int_0^1 \gamma_0(s) ds + 2\kappa \mathbf{Re} \left\{ e^{jkt} \int_0^1 \gamma^*(s) ds \right\}, \quad (17)$$

$$c_m(t) = 2\alpha \int_0^1 \gamma_0(s)s ds + 2\kappa \mathbf{Re} \left\{ e^{jkt} \int_0^1 \gamma^*(s)s ds \right\}.$$

### 3. МЕТОД РАСЧЕТА

Система уравнений (12)–(15) является нелинейной, если длину каверны  $l(t)$  считать неизвестной функцией времени. Ее прямой численный расчет в этом случае весьма затруднителен.

Мы предложили рассматривать длину каверны  $l(t)$  как свободный параметр, зависящий от времени, и определять его в последовательные моменты времени  $t^{(m)} = t^{(m-1)} + \Delta t$  путем численного решения уравнения (15). При этом объем нестационарной каверны  $Q(t^{(m)})$  вычисляется интегрированием выражения (16). На каждой итерации квазистационарная и нестационарная часть решения рассчитываются при фиксированном значении  $l(t^{(m)})$  из линейной системы уравнений (12)–(14) методом дискретных особенностей [2].

Численный метод дискретных особенностей состоит в аппроксимации интегральных уравнений

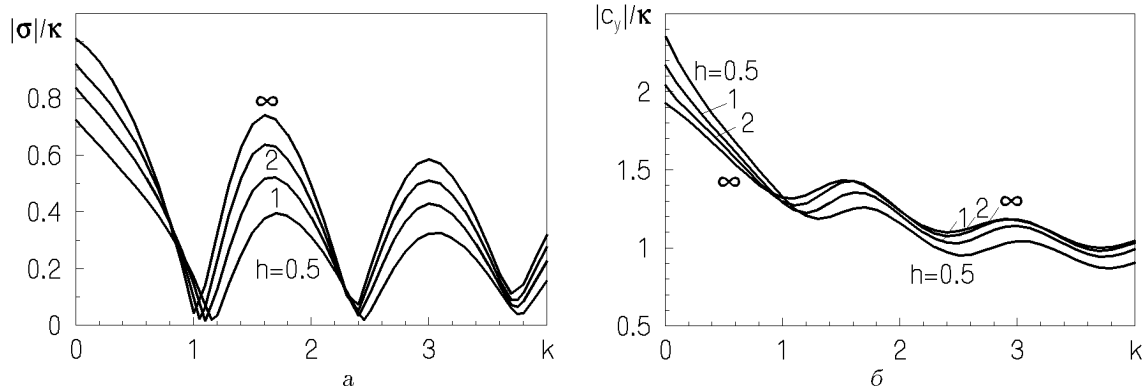


Рис. 3. Влияние глубины погружения  $h$  на  $|\sigma|$  (а) и  $|c_y|$  (б):  $l = 5.0$ ; гармонический порыв

системой линейных алгебраических уравнений путем замены непрерывного распределения вихрей и источников по отрезкам оси  $Ox$  дискретным и применения квадратурных формул. Для улучшения сходимости метода в интегралах уравнений делается замена переменных  $x \rightarrow x^2$ ,  $s \rightarrow s^2$  [2]. Проекция профиля и каверны разбиваются на  $M\sqrt{l_0}$  одинаковых отрезков. На каждом отрезке располагается точечная особенность и точка, в которых удовлетворяются граничные условия. В результате после разделения действительной и мнимой частей получаем систему  $4M + 2M(\sqrt{l_0} - 1) + 2$  линейных алгебраических уравнений.

Исследование точности метода применительно к данной задаче показало, что при фиксированном числе особенностей на профиле  $M$  точность монотонно увеличивается с ростом длины каверны  $l_0$  и приведенной частоты  $k$  (как степенная функция от  $k$ ). Для практически важных значений частоты  $k < 2$  и  $M \geq 20$  погрешность метода не превышает 2%.

Отметим, что другой вариант метода особенностей применялся для расчета обтекания колеблющихся суперкавитирующих профилей в [10]. Преимуществом метода особенностей является то, что он легко распространяется на случай систем подводных крыльев, а также применим к расчету крыльев конечного размаха.

На рис. 2 приведены амплитудно-частотные характеристики числа кавитации  $\sigma$  (штриховые линии) и коэффициента подъемной силы  $c_y$  (сплошные линии)

$$|\sigma|(k) = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad |c_y|(k) = \sqrt{c_{y1}^2 + c_{y2}^2}$$

для трех типов колебаний профиля, вычисленные при фиксированном значении длины каверны  $l =$

5.0 для случая безграничного потока  $h = \infty$ . Видно, что зависимости  $|\sigma|(k)$  имеют ярко выраженный резонансный характер, который проявляется также в поведении функций  $|c_y|(k)$ , но в значительно меньшей степени.

На рис. 3, а, б показано влияние глубины погружения профиля  $h$  на амплитудно-частотные характеристики  $|\sigma|(k)$  и  $|c_y|(k)$  для случая обтекания потоком, несущим гармонический порыв. Видно, что расположение минимумов и максимумов функций  $|\sigma|(k)$ ,  $|c_y|(k)$  практически не зависят от  $h$ . Уменьшение глубины  $h$  приводит к уменьшению амплитуды колебаний  $\sigma$ , а также  $c_y$  при достаточно больших значениях частоты  $k$ .

### ЕСТЕСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОФИЛЯ С НОЙ СУПЕРКАВЕРНОЙ

Резонансный характер зависимости  $|\sigma|(k)$ , полученный в расчетах при  $l = const$  для всех трех типов колебаний профиля, имеет физический смысл только для газонаполненных каверн [5, 6]. При естественной суперкавитации ( $\beta = 1$ ) давление в каверне должно оставаться постоянным, а длина каверны  $l$  – быть функцией времени. В этом случае уравнение (15) вырождается в условие постоянства давления в каверне

$$\sigma_0(l) + \bar{\kappa} [\sigma_1(l) \cos kt - \sigma_2(l) \sin kt] = \sigma_0(l_0), \quad (18)$$

где  $\bar{\kappa} = \kappa/\alpha \sim O(1)$  – относительная амплитуда нестационарных возмущений,  $l_0$  – длина стационарной каверны при  $\kappa = 0$ .

Уравнение (18) решалось численно в последовательные моменты времени  $t^{(m)} = t^{(m-1)} + \Delta t$  методом деления интервалов пополам с параболиче-

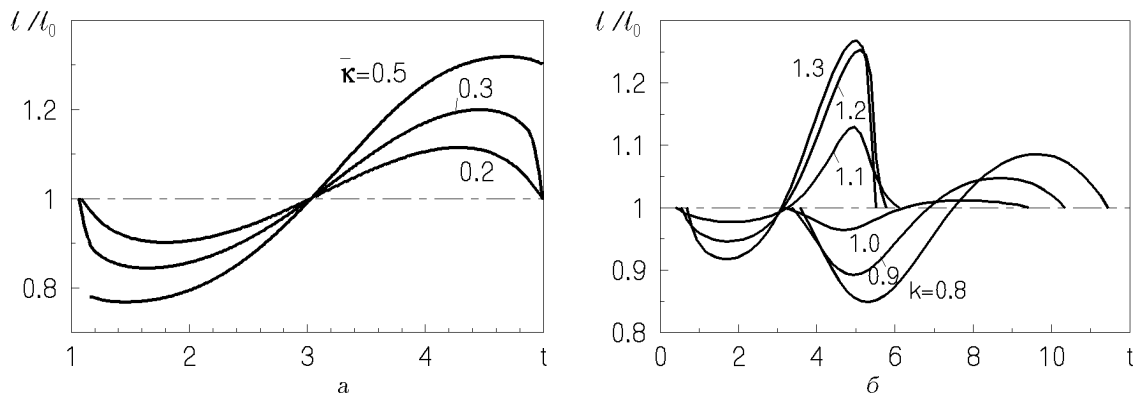


Рис. 4. Влияние амплитуды (а) и частоты (б) колебаний на  $l(t)$ :  $h = \infty$ ,  $l_0 = 5.0$ ; гармонический порыв  
а -  $k = 1.6$ , б -  $\bar{k} = 0.2$

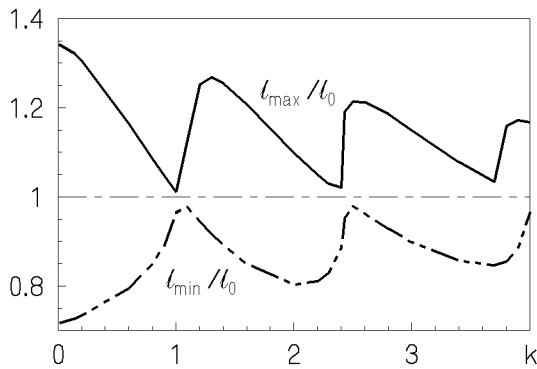


Рис. 5. Размах колебаний  $l(t)$  в зависимости от частоты:  $h = \infty$ ,  $l_0 = 5.0$ ,  $\bar{k} = 0.2$ ; гармонический порыв

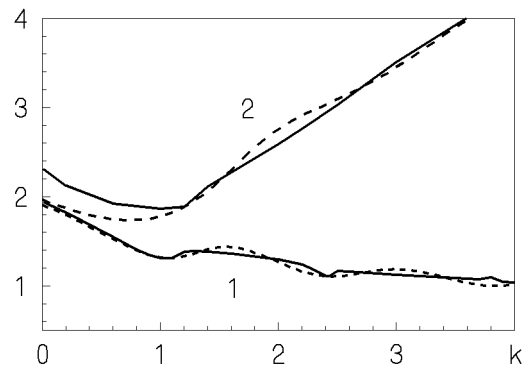


Рис. 6. Амплитуды колебаний  $c_y$  и  $\sigma$ :  
- - -  $l = const$ , —  $l = l(t)$ .  
1 - гармонический порыв,  $l_0 = 5.0$ ,  
2 - поступательные колебания,  $l_0 = 4.0$

ской интерполяцией. На  $i$ -ой итерации квазистационарная и возмущенная составляющие числа кавитации рассчитывались при фиксированном значении  $l_i^{(m)}$  из системы уравнений (12)–(14).

На рис. 4, а приведены рассчитанные для одного периода колебаний графики зависимости  $l(t)$  при различных значениях относительной амплитуды вынуждающих колебаний  $\bar{k}$ . Значение  $k = 1.6$  соответствует первому максимуму функции  $|\sigma|(k)$  (см. рис. 3, а). Как видно, колебания длины каверны при увеличении  $\bar{k}$  все больше отличаются от синусоидальных и при превышении некоторого значения  $\bar{k}$  становятся разрывными.

На рис. 4, б показана трансформация графика функции  $l(t)$  при возрастании частоты  $k$ . Видно, что при переходе значения  $k \approx 1.0$ , соответствующего минимуму функции  $|\sigma|(k)$  (см. рис. 3, а), происходит скачок сдвига фазы колебаний длины каверны относительно вынуждающих колебаний.

На рис. 5 приведены графики наибольших (сплошная линия) и наименьших (штриховая линия) значений периодической функции  $l(t)$  в зависимости от приведенной частоты  $k$ . Расчеты показали, что размах колебаний  $l(t)$  имеет максимумы на резонансных частотах рис. 3, а.

На рис. 6 дано сравнение амплитудно-частотных характеристик  $c_y$ , вычисленных при  $l = const$  (штриховые линии) и с учетом зависимости  $l(t)$  (сплошные линии). Как видно, учет переменности длины каверны приводит к сглаживанию амплитудно-частотной характеристики  $c_y$ . Это справедливо также для коэффициента момента  $c_m$ .

На рис. 7, а, б показано влияние глубины погружения  $h$  на  $l(t)$  и  $c_y(t)$ . Как видно, размах колебаний как  $l(t)$ , так и  $c_y(t)$  уменьшается с уменьшением  $h$ .

Полученная форма колебаний длины нестационарной каверны качественно соответствует име-

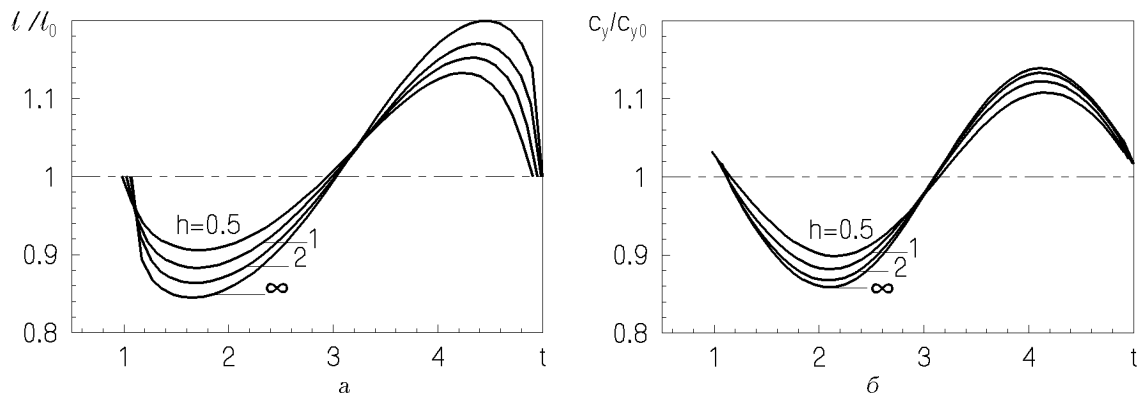


Рис. 7. Влияние глубины погружения на  $l(t)$  и  $c_y(t)$ :  $l_0 = 5.0$ ,  $k = 1.6$ ,  $\bar{\kappa} = 0.2$ ; гармонический порыв

ющимся экспериментальным данным [10], а также результатам расчетов нестационарных осесимметричных суперкаверн [6].

В отличие от  $l(t)$ , функции  $c_y(t)$ ,  $c_m(t)$  (17) остаются практически синусоидальными при любых значениях  $\bar{\kappa}$ ,  $k$ , причем их амплитуда изменяется слабо по сравнению с расчетом при  $l = const$ .

Сравнение с результатами теории устойчивости газонаполненных каверн [5] показывает, что полученные в данных расчетах резонансные частоты близки к собственным частотам каверн. Можно сказать, что в случае естественных паровых суперкаверн собственные частоты проявляются в возрастании размаха колебаний длины каверны при вынужденных колебаниях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый метод расчета переменной длины плоских нестационарных суперкаверн за колеблющимися профилями путем численного решения уравнения баланса массы газа в каверне. При этом на каждой итерации решается численно система линейных интегральных уравнений при фиксированном значении длины каверны.

Приведены результаты расчета гармонических колебаний профиля с естественной паровой суперкаверной вблизи свободной поверхности воды. В этом случае уравнение баланса массы газа в каверне вырождается в условие постоянства числа кавитации.

Показано, что уменьшение отстояния суперкавитирующего профиля от свободной поверхности приводит к уменьшению относительных амплитуд колебаний длины каверны и коэффициентов гидродинамических сил.

Учет переменности длины каверны в процессе колебаний приводит к сглаживанию амплитудно-частотных характеристик сил, действующих на профиль. При этом амплитуды колебаний сил изменяются слабо по сравнению с расчетом при  $l = const$ .

Таким образом, для практических расчетов нестационарных гидродинамических характеристик суперкавитирующих подводных крыльев можно использовать более простые линейные алгоритмы с фиксированной длиной каверны [7, 8].

1. Гуревич М.И. Теория течений со свободными поверхностями // Итоги науки. Сер. Гидромеханика – М.: ВИНТИ. – 1971. – Т. 5. – С. 32–114.
2. Ефремов И.И. Линеаризована теорія кавітаційного обтікання. – К.: Наук. думка, 1974. – 156 с.
3. Басин М.А., Шадрин В.П. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред. – Л.: Судостроение, 1980. – 304 с.
4. Искусственная кавитация. Егоров И.Т., Садовников Ю.М., Исаев И.И., Басин М.А. / Под ред. И.Т.Егорова. – Л.: Судостроение, 1971. – 283 с.
5. Семенов В.Н. Неустойчивость плоской газонаполненной суперкаверны в безграничном потоке // Гидромеханика. – 1995. – Вып. 69. – С. 56–64.
6. Семенов В.Н. Компьютерное моделирование пульсаций вентилируемых суперкаверн // Гидромеханика. – 1997. – Вып. 71. – С. 110–118.
7. Семенов В.Н. Расчет нестационарных гидродинамических характеристик вентилируемого профиля вблизи взволнованной поверхности воды // Гидромеханика. – 1983. – Вып. 48. – С. 6–10.
8. Ефремов И.И., Семенов В.Н. Кавитационное обтекание колеблющегося профиля // Изв. АН СССР. МЖГ. – №75. – С. 163–166.
9. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. – Собр. соч. – Т. II. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 706 с.
10. Nishiyama T. Unsteady cavity flow model for two-dimensional super-cavitating hydrofoils in oscillation // Technology Reports, Tohoku Univ. – 1982. – 46, N 2. – P. 199–216.
11. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва, 1971. – 512 с.