

УДК 621.391.01

О. М. ЭЛИЯШИВ, С. Д. ГАЛЮК, д. т. н. Л. Ф. ПОЛИТАНСКИЙ,  
к. ф.-м. н. Н. Я. КУШНИР, В. С. ТАНАСЮК

Украина, Черновицкий нац. университет имени Юрия Федьковича

E-mail: politanskyu@chnu.cv.ua, melyart111@ukr.net

## НЕПРЕРЫВНАЯ И ИМПУЛЬСНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ РАБОТЫ ГЕНЕРАТОРОВ ЧУА

*Экспериментально исследованы процессы непрерывной и импульсной синхронизации двух генераторов Чуа. Предложенные методы синхронизации хаотических генераторов перспективны для применения в средствах связи при построении безопасных радиотехнических систем.*

*Ключевые слова: хаос, синхронизация, схема Чуа.*

За последние десять лет был предложен ряд систем связи, использующих модуляцию хаотического сигнала информационным [1, 2]. Необходимым условием функционирования таких систем является синхронизация работы хаотических систем приемника и передатчика, поскольку она необходима для восстановления информационного сигнала на приемной стороне [3]. Исследования в этой области были начаты авторами [4], которые теоретически и экспериментально показали возможность синхронизации двух хаотических колебаний. Этот метод, получивший название метода декомпозиции, заключается в следующем.

Рассмотрим автономную  $n$ -мерную динамическую систему, описываемую уравнением

$$\frac{du}{dt} = f(u), \quad (1)$$

где  $f = f_1, f_2, \dots, f_n$ .

Разобьем систему  $u$  на две подсистемы  $v$  и  $w$ :

$$\frac{dv}{dt} = g(v, w); \quad \frac{dw}{dt} = h(v, w), \quad (2)$$

где  $v = u_1, \dots, u_m$ ;  $g = f_1, \dots, f_m$ ;

$w = u_{m+1}, \dots, u_n$ ;  $h = f_{m+1}, \dots, f_n$ .

Пусть подсистема  $w'$  идентична подсистеме  $w$ , то есть

$$\frac{dw'}{dt} = h(v, w'). \quad (3)$$

Систему (1) называют ведущей, а подсистему  $w'$  — ведомой. Если переменные в (3) асимптотически приближаются к переменным второго уравнения из (2) и сохраняют свои значения с изменением  $w(t)$  в двух подсистемах, говорят о наличии синхронизации. При непрерывной синхронизации необходима постоянная передача синхронизирующего сигнала от передатчика к приемнику, что является недостатком метода.

В [5] была предложена импульсная синхронизация, при которой временной интервал, необходимый для передачи сигналов синхронизации, значительно уменьшается по сравнению с непрерывной. При импульсной синхронизации по системе связи передаются сигналы, представляющие собой последовательность временных выборок с периодом  $T$ , который состоит из двух интервалов. Первый интервал, длительностью  $Q$ , включает в себя импульсы синхронизации, второй, продолжительностью  $T-Q$ , используется для передачи зашифрованного сообщения. Поскольку, как правило,  $Q \ll T$ , временные потери в пакете передаваемого сообщения незначительны.

Экспериментальные результаты импульсной синхронизации двух генераторов Чуа с помощью узких импульсов ( $Q/T=0,016$ ,  $1/T=18000$  Гц) одними из первых представили авторы [6].

Целью настоящей работы является реализация генераторов Чуа на операционных усилителях и экспериментальные исследования их синхронной работы.

### Схема Чуа

Схема Чуа представляет собой автоколебательную систему с хаотическим поведением, которая имеет 1,5 степени свободы [7, с. 151]. Схема состоит из катушки индуктивности  $L$ , резистора  $R$ , конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  и нелинейного элемента  $N_r$  (рис. 1, а). Математическая модель схемы Чуа может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{C2} - V_{C1}) - g(V_{C1}); \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{C1} - V_{C2}) + i_L; \\ L \frac{di_L}{dt} &= -V_{C2}. \end{aligned} \quad (4)$$

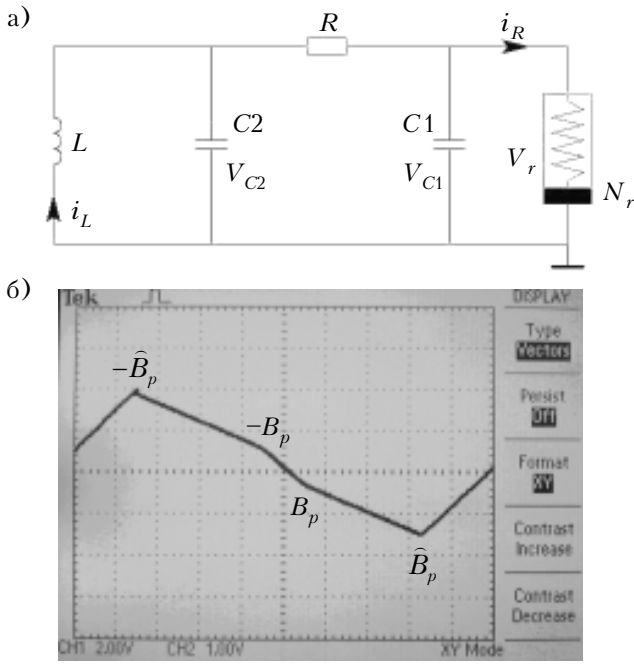


Рис. 1. Схема генератора Чуа (а) и кусочно-линейная ВАХ нелинейного элемента (б)

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента  $g(v_r)$  (рис. 1, б) описывается кусочно-линейной функцией согласно [8]:

$$g(v_r) = m_b v_r + 0,5(m_a - m_b) \times \times [ |v_r + B_p| - |v_r - B_p| ], \quad (5)$$

где  $m_a$ ,  $m_b$  – крутизна участков кусочно-линейной характеристики нелинейного элемента,  $m_a = -0,76 \text{ См}$ ,  $m_b = -0,41 \text{ См}$ ;  $B_p, \hat{B}_p$  – параметры точек перегиба кусочно-линейной ВАХ,  $B_p = 1 \text{ В}$ .

Переходя к нормируемым величинам в уравнении (4) получим

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - z - f(x)); \\ \dot{y} = x - y + z; \\ \dot{z} = -\beta y, \end{cases} \quad (6)$$

где  $x = v_{C1}/B_p$ ;  $y = v_{C2}/B_p$ ;  $z = i_L/(B_p G)$ ;

$$f(x) = bx + 0,5(a - b)[ |x + 1| - |x - 1| ];$$

$$a = Rm_a; b = Rm_b; \beta = C_2 R^2 / L; G = 1/R.$$

Если имеются две идентичные хаотические системы с параметрами  $x(\tau)$ ,  $y(\tau)$ ,  $z(\tau)$  и  $x'(\tau)$ ,  $y'(\tau)$ ,  $z'(\tau)$  соответственно, то условием их синхронизации является минимум разности между соответствующими параметрами:

$$\begin{cases} p(\tau) = x(\tau) - x'(\tau); \\ q(\tau) = y(\tau) - y'(\tau); \\ r(\tau) = z(\tau) - z'(\tau), \end{cases} \quad (7)$$

где  $\tau = tG/C_2$ .

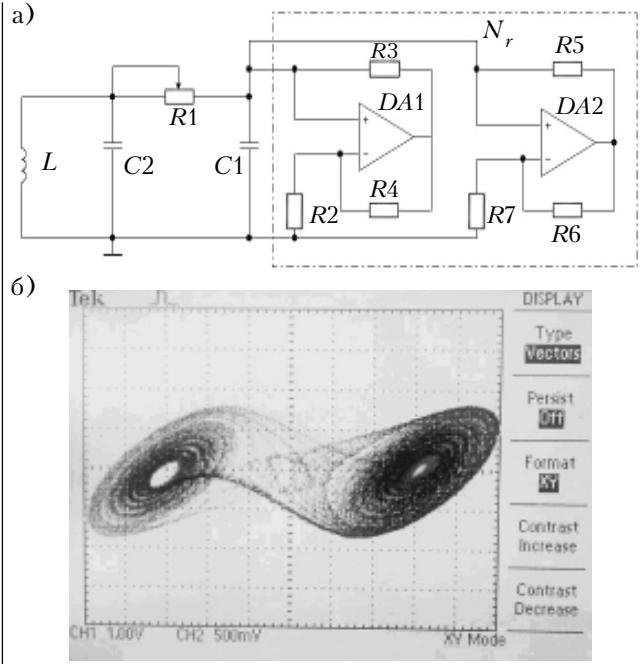


Рис. 2. Схемотехническая реализация нелинейного элемента (а) и аттрактор генератора Чуа (б)

На рис. 2 приведена схемотехническая реализация нелинейного элемента  $N_r$  на операционных усилителях и аттрактор генератора Чуа типа «двойной завиток» в системе координат  $x, y$ .

### Непрерывная синхронизация хаоса

Синхронизация двух хаотических систем является проблематичной, поскольку они обладают высокой чувствительностью к начальным условиям. Даже идентичные хаотические системы, стартующие из одинаковых начальных условий, эволюционируют в фазовом пространстве по траекториям, которые со временем теряют коррелированность. В [8] было показано, что синхронизация двух хаотических систем возможна, когда их эволюция происходит по одной траектории фазового пространства. Система безразмерных уравнений в этом случае имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x - f(x)); \\ \dot{y} = x - y; \\ \dot{z} = -\beta y, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{y}' = x - y' + z'; \\ \dot{z}' = -\beta y', \end{cases} \quad (9)$$

где  $\alpha = C_2 / C_1$ .

Разницу между сигналами генераторов, описываемыми системами уравнений (8) и (9), с учетом (7) можно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\beta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ r \end{pmatrix}. \quad (10)$$

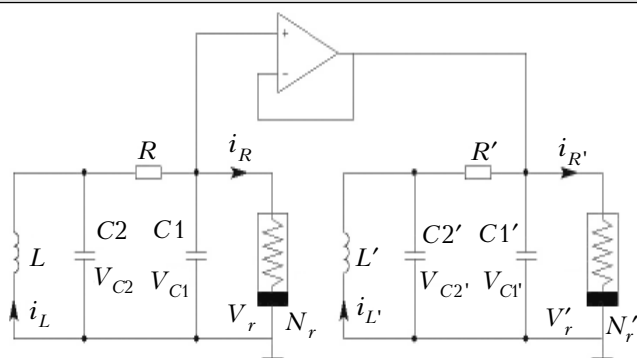


Рис. 3. Схема синхронизации генераторов Чуа сигналом  $V_{C1}$

Синхронизация генераторов по безразмерной переменной  $x$  соответствует их синхронизации сигналом  $V_{C1}$ . Схема соединения ведущего и ведомого генераторов для этого случая приведена на рис. 3. В качестве элемента развязки использован буферный каскад на операционном усилителе.

Собственные значения матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\beta & 0 \end{pmatrix}$  системы (10) равны  $-\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}\sqrt{4\beta-1}$ . Поскольку система (10) линейная, а показатели Ляпунова ведомой системы меньше нуля  $(-0,5; -0,5)$ , генераторы сигналов, описываемых системами уравнений (8) и (9), могут быть синхронизированы. Экспериментальные результаты син-

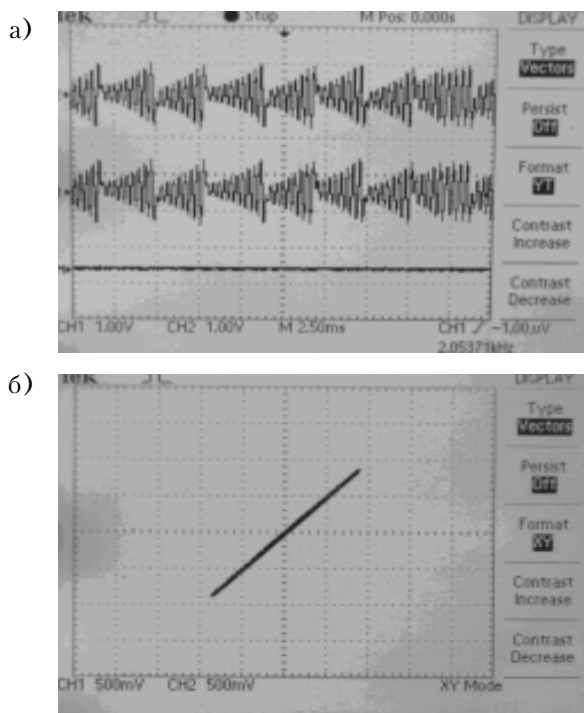


Рис. 4. Временные зависимости амплитуды сигналов  $V_{C2}$  и  $V_{C2'}$ , и их разности (а) и зависимость  $V_{C2'}$  от  $V_{C2}$  при непрерывной синхронизации сигналом  $V_{C1}$  (б)

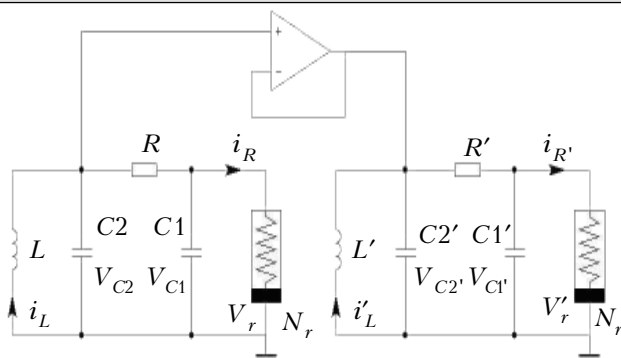


Рис. 5. Схема синхронизации генераторов Чуа сигналом  $V_{C2}$

хронизации работы генераторов Чуа приведены на рис. 4.

Зависимость  $V_{C2'}$  от  $V_{C2}$  в исследуемом диапазоне изображается прямой линией с углом наклона  $\varphi = \pi/4$ , что указывает на синхронизацию работы ведущего и ведомого генераторов.

Работу генераторов можно также синхронизировать с помощью сигнала  $V_{C2}$  (рис. 5). Синхронизация описывается системой уравнений с безразмерными параметрами генераторов схемы

$$\begin{cases} \dot{x}' = \alpha(y - x' - f(x')) \\ \dot{z}' = -\beta y. \end{cases} \quad (12)$$

Результаты исследования синхронизации работы двух генераторов Чуа сигналом  $V_{C2}$  приведены на рис. 6.

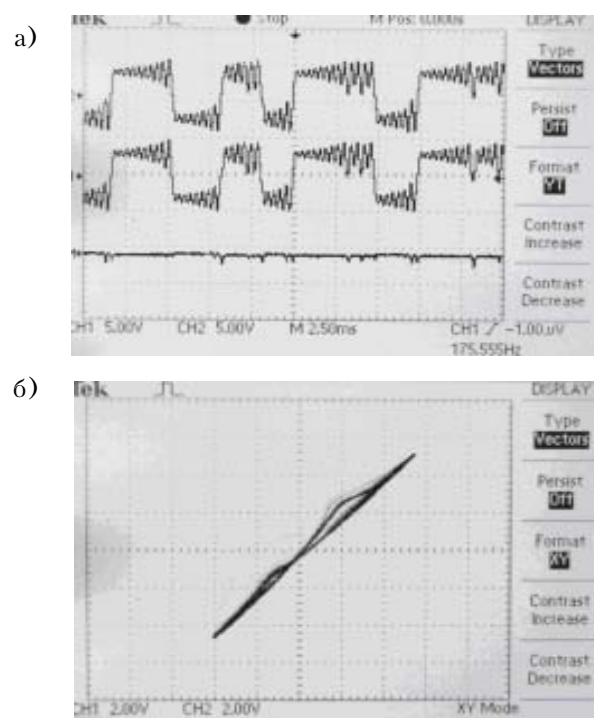


Рис. 6. Временные зависимости амплитуды сигналов  $V_{C1}$  и  $V_{C1'}$ , и их разности (а) и зависимость  $V_{C1'}$  от  $V_{C1}$  при непрерывной синхронизации сигналом  $V_{C2}$  (б)

Неустойчивая синхронизация по параметру  $y$  ведущей системы объясняется слабым уровнем сигнала  $V_{C2}$ . Буферные усилители в схемах, приведенных на рис. 3 и 5, используются для однонаправленной связи генераторов между собой.

**Импульсная синхронизация**

Схема импульсной синхронизации приведена на рис. 7. Генераторы Чуа 1 и 2 являются ведущим и ведомым соответственно.

Временные выборки формируются с помощью ключа напряжения  $K$ , управляемого генератором импульсов.

Последовательности стробирующих импульсов (нижний канал) и синхроимпульсов (верхний канал) изображены на рис. 8. Поскольку микросхема КР590КН5, на которой реализован ключ  $K$ , является нормально замкнутой, стробирующие импульсы подаются с обратной скважностью. При низком уровне импульсов управления ключ находится в разомкнутом состоянии, и синхроимпульсы подаются на вход ведомого генератора. При подаче на вход ключа импульсов высокого напряжения ключ

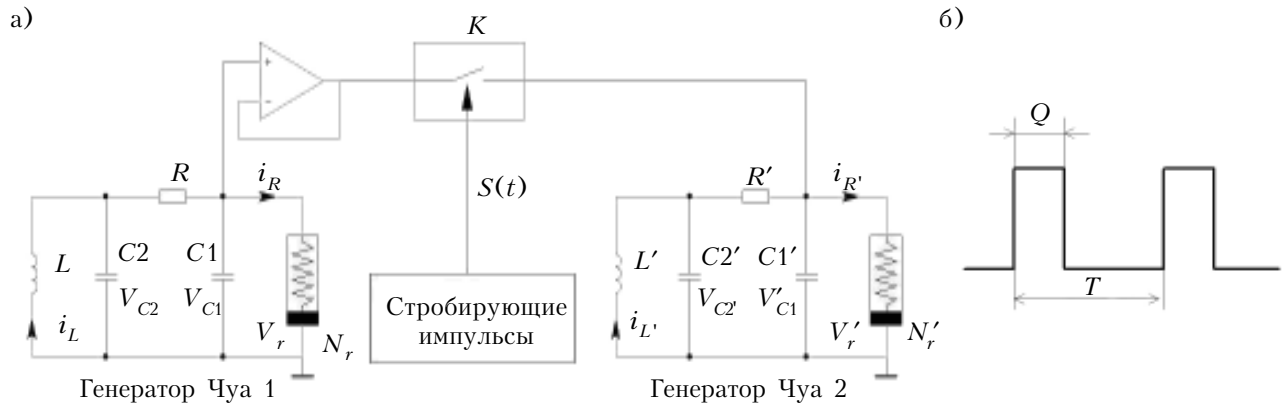


Рис. 7. Экспериментальная схема импульсной синхронизации (а) и схематическое изображение стробирующих импульсов (б)

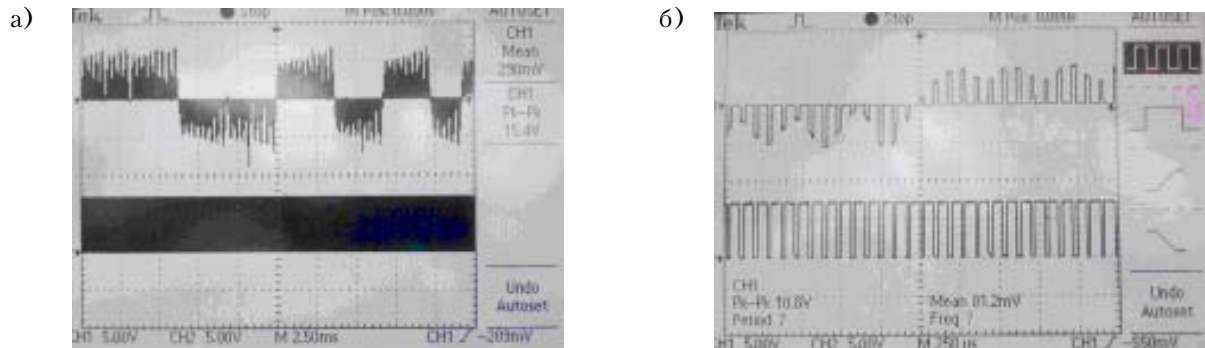


Рис. 8. Последовательность подачи импульсов синхронизации (а) и стробирующих импульсов (б)

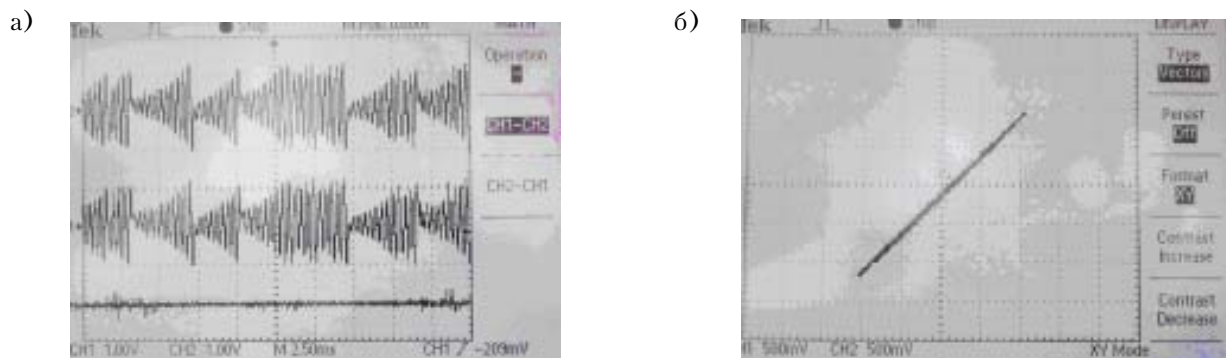


Рис. 9. Временные зависимости амплитуды сигналов  $V_{C2}$  и  $V_{C2'}$  и их разность (а) и зависимость  $V_{C2'}$  от  $V_{C2}$  при импульсной синхронизации (б)

переходит в закрытое состояние, и электрическая связь между генераторами пропадает. В экспериментально реализованной схеме сигнал генератора Чуа / выбран в качестве ведущего. Различия между параметрами генераторов составляли не более 0,5%.

Зависимость сигнала  $V_{C2}$  от  $V_{C1}$  при импульсной синхронизации (рис. 9) выражается прямой линией с углом наклона к оси абсцисс  $\pi/4$ , что указывает на синхронную работу ведущего и ведомого генераторов Чуа, т. е. синхронизация генераторов Чуа была достигнута (см., например, [9]).

Экспериментальная реализация импульсной синхронизации двух хаотических систем затруднена в силу наличия внешних помех и шума в канале, а также расхождения параметров соответствующих элементов компонентной базы хаотических систем в передатчике и приемнике, что приводит к росту ширины области синхронизации. В нашем случае ширина области синхронизации составляла  $Q=0,83 \times 10^{-6}$  с при периоде следования временных выборок  $T=23 \times 10^{-6}$  с ( $Q/T=0,0375$ ).

### Выводы

Таким образом, установлено, что существенных различий между непрерывной синхронизацией и импульсной не наблюдается при достаточно коротких периодах стробирующих импульсов. Точность импульсной синхронизации зависит как от периода следования временных выборок, так и от ширины импульса. Отношение ширины импульса к периоду для синхронизации, почти идентичной непрерывной, возрастает по мере увеличения периода импульсов стробирования. Предложенные методы синхронизации хаотических генераторов Чуа достаточно эффективны и могут применяться в средствах связи при построении безопасных радиотехнических систем.

### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Dadiou H., Kennedy M., Hasler M. Chaos shift keying: modulation and demodulation of chaotic carrier using self-synchronizing chua's circuits // IEEE Transactions on circuit and Systems – II: Analog and digital signal processing. – 1993. – Vol. 40, N 10. – P. 634–642.
2. Yang T., Chua L. O. Secure communication via chaotic parameter modulation // IEEE Transactions on circuit and Systems – I: Fundamental Theory and applications. – 1996. – Vol. 43, N 9. – P. 817–819.
3. Itoh M., Murakami H. New communication systems via chaotic synchronizations and modulations // IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics. – 1995. – Vol. E78-A, N 3. – P. 285–290.

4. Pecora L.M., Carroll T. L. Synchronization in Chaotic Systems // Physical review letters. – 1990. – Vol. 64, N 8. – P. 821–824.

5. Yang T., Chua L. O. Impulsive control and synchronization of nonlinear dynamical systems and application to secure communication // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 1997. – Vol. 7, N 3. – P. 645–664.

6. Panas A. I., Yang T., Chua L. O. Experimental results of impulsive synchronization between two Chua's circuits // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 1998. – Vol. 8, N 3. – P. 639–644.

7. Шахтарин Б. И., Кобылкина П. И., Сидоркина Ю. А. и др. Анализ генератора Чуа // В кн.: Генераторы хаотических колебаний. – Москва: Гелиос АРВ, 2007. – С 150–162. [Shakhtarin B. I., Kobylkina P. I., Sidorkina Yu. A. i dr. // V kn.: Generatory khaoticheskikh kolebanii. Moskva: Gelios ARV. 2007. P. 150]

8. Chua L.O., Itoh M. Chaos synchronization in Chua's circuit // Journal of Circuits, Systems and Computers. – 1993. – Vol. 3, N 1. – P. 93–108.

9. Itoh M., Yang T., Chua L.O. Experimental study of impulsive synchronization of chaotic and hyperchaotic circuits // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 1999. – Vol. 9, N 7. – P. 1393–1424.

*Дата поступления рукописи  
в редакцию 07.07 2011 г.*

Eliyashiv O. M., Galyuk S. D., Politanskii L. F., Kushnir N. Ya., Tanasyuk V. S. **Continuous and pulse synchronization of Chua oscillators.**

*Keywords: chaos, synchronization, Chua circuit.*

Continuous and pulse synchronization of two Chua oscillators has been experimentally studied. The proposed synchronization methods of chaotic oscillators are promising for application in communication facilities in the construction of secure radio systems.

Ukraine, Yuriy Fedkovich Chernivtsi National University.

Еліяшів О. М., Галюк С. Д., Політанський Л. Ф., Кушнір М. Я., Танасюк В. С. **Безперервна та імпульсна синхронізація роботи генераторів Чуа.**

*Ключові слова: хаос, синхронізація, схема Чуа.*

У роботі експериментально досліджено процеси безперервної і імпульсної синхронізації двох генераторів Чуа. Запропоновані методи синхронізації хаотичних генераторів є перспективними для застосування в засобах зв'язку при побудові безпечних радіотехнічних систем.

Україна, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича.