УДК 519.766.23, 519.765

А.К. БЕЛЯЕВ, В.П. КЛИМЕНКО

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЭПИСЕМИОНОВ В СИСТЕМЕ ОБРАТИМЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Abstract. *The problem of determining a correspondence between an abstract research model and the quantum computation is being investigated in this paper. There was developed a method of creation of functional and logical links of interaction between abstract objects in the set of inverse transformations for calculus of episemions (abstract objects of genotypic language).*
Key words: *inverse of the transformations, quantum computations, calculus of episemions, genotypic language, abstract register.*

Анотація. *В роботі розглядається задача визначення відповідності абстрактної моделі обчислень квантовому представленню. Для обчислення епісеміонів – абстрактних об'єктів генотипічної мови – розроблено методику утворення функціональних і логічних зв'язків взаємодії абстрактних об'єктів у системі обернених перетворень.*
Ключові слова: *оберненість перетворень, квантові обчислення, обчислення епісеміонів, генотипічна мова, абстрактний регістр.*

Аннотация. *В работе рассматривается задача определения соответствия абстрактной модели вычислений квантовому представлению. Для исчисления эписемионов – абстрактных объектов генотипического языка – разработана методика образования функциональных и логических связей взаимодействия абстрактных объектов в системе обратимых преобразований.*
Ключевые слова: *обратимость преобразований, квантовые вычисления, исчисление эписемионов, генотипический язык, абстрактный регистр.*

1. Введение

В процессе развития современных нанотехнологий все шире используются достижения физики взаимодействий элементов на атомном уровне. Природа таких процессов описывается и исследуется законами квантовой механики. Постулаты квантовой механики также лежат в основе квантовых вычислений [1] – нового направления в области вычислений. В то же время квантовая механика вносит ряд ограничений для области вычислений. Так, функционирование квантовых систем описывается обратимыми преобразованиями.

Условия обратимости затрудняют (по сравнению с классическими вычислениями) разработку конкретной модели квантовых вычислений, начиная с момента ее абстрактного описания и в дальнейшей реализации модели в системе квантовых преобразований. На уровне абстрактного описания условия обратимости могут задаваться в неявном виде, поэтому обратимость может рассматриваться в качестве основного критерия оценки соответствия абстрактной вычислительной модели общему классу квантовых преобразований.

В данной работе разрабатывается подход для построения и анализа такого соответствия на примере абстрактной модели – исчисления эписемионов (элементов аппликативной грамматики естественного языка [2]). Абстрактное исчисление эписемионов и построенное на его основе более широкое абстрактное исчисление семионов используются в исследовании структурных построений и моделирования семиотических процессов естественных языков.

Оба исчисления – формальной системы комбинаторной логики. Выбор аппарата комбинаторной логики для описания функциональных процессов естественных языков обусловлен построением адекватного представления и необходимостью установления функциональных и логических связей предмета исследования [2].

В качестве системы описания абстрактной модели выбрана симметрическая группа – функциональная система перестановок n-степени. Симметрическая группа описывает обратимые вычисления на абстрактном m-разрядном регистре [3] – универсальной абстрактной модели вычислений, которая представляет квантовую систему преобразований и вычислений [4]. Такое представление может быть полезно для отработки естественного интерфейса в квантовой системе преобразований и изучения вычислений.

В статье описываются классы обратимых преобразований, представляющих эписемионы, а также исследуются операции исчисления эписемионов в этой системе преобразований.

2. Описание модели

Исчисление эписемионов [5] образует абстрактные объекты, полученные в результате определенной порождающей процедуры. В качестве первичных неопределяемых объектов в этом процессе выбрана пара абстрактных объектов $\{\alpha, \beta\}$ (объекты α, β имеют интерпретацию терма и предложения [2]).

Процедура порождения задается в виде:

1) α, β – эписемионы;

2) если p и q – эписемионы, то (pq) – эписемион.

Абстрактный объект (pq) – результат соединения абстрактных объектов p и q.

p и q представляются цепями первичных объектов. Образованные объекты (pq) рассматриваются как функции, преобразующие p в q. Эти функции задаются операцией $(\perp)$ приложения или аппликацией оператора (pq) к операнду p, то есть $(pq) \perp p$ имеет значение абстрактного объекта q.

Рассмотрим возможное представление абстрактных объектов перестановками целых чисел.

Выпишем исходную форму обозначения абстрактных объектов, предложенную в [5]. Для обозначения абстрактных объектов, образованных в процессе порождения, может использоваться скобочная запись. Под длиной такой скобочной записи абстрактных объектов будем понимать количество входящих символов α, β в выражении абстрактного объекта. Для записи абстрактных объектов длины 4, образованных единственным элементом α, записи имеют вид

$$((\alpha\alpha)\alpha)\alpha, \quad (\alpha\alpha)(\alpha\alpha), \quad (\alpha(\alpha\alpha))\alpha, \quad \alpha((\alpha\alpha)\alpha), \quad \alpha(\alpha(\alpha\alpha)).$$

Внешние скобки, окаймляющие эписемионы, опущены. Для обозначения абстрактных объектов также используется точечная запись, равносильная скобочной [5]. Количество точек будем обозначать натуральными числами. Тогда приведенные выше записи абстрактных объектов можно представить в виде

$$\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha, \quad \alpha_1\alpha_2\alpha_1\alpha, \quad \alpha_2\alpha_1\alpha_3\alpha, \quad \alpha_3\alpha_1\alpha_2\alpha, \quad \alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha.$$

Точечная запись (количество точек) описывает представление в рангах операций образования абстрактных объектов.

Анализ выражений точечной записи показывает, что повторяющиеся пункты в обозначениях абстрактных объектов (типа $\alpha_1\alpha_2\alpha_1\alpha$) могут быть пронумерованы натуральными числами без повторений. Так, для обозначения абстрактного объекта $(\alpha\alpha)(\alpha\alpha)$ или $\alpha_1\alpha_2\alpha_1\alpha$ могут быть выбраны следующие две равносильные записи: $\alpha_1\alpha_3\alpha_2\alpha$ или $\alpha_2\alpha_3\alpha_1\alpha$. Такое представление не нарушает иерархию рангов операций.

Нужно также отметить, что скобочному представлению произвольного абстрактного объекта, например $((\alpha\alpha)\alpha)\alpha$, может быть поставлен в соответствие естественный порядок возрастания рангов $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha$, который представляет собой тождественное преобразование или перестановку.

С другой стороны, каждой перестановке n-степени может быть однозначно поставлено в соответствие скобочное представление абстрактного объекта длины $n+1$. Таким образом, устанавливается соответствие рангов операций образования эписемионов и перестановок натуральных чисел.

Представление абстрактных объектов в приведенной системе обозначений ведет к возможному расширению их количества. Однако такое расширение позволяет различать одинаковые эписемионы в линейном порядке их представления, что соответствует общей логике образования и расщепления ранговых уровней генотипического языка [2]. Другими словами, абстрактным объектам длины n могут быть поставлены в соответствие $(n-1)!$ комбинаций ранговых операций, представленных перестановками.

Независимое распределение пар объектов $\{\alpha,\beta\}$ в цепях длины n дает 2^n представлений. Тогда общее количество абстрактных объектов длины n в таком представлении равно $(n-1)!\cdot 2^n$.

Рассмотрим обозначение первичных абстрактных объектов α,β в записях абстрактных объектов различной длины в системе перестановок натуральных чисел.

Поставим в соответствие цепи элементов α,β в обозначениях абстрактных объектов упорядоченные пары чисел $j,\ j+1$ некоторого множества целых чисел от 0 до n. Признак естественного порядка в паре чисел свяжем с абстрактным объектом типа α, а признак инверсного порядка – с абстрактным объектом типа β. Тогда скобочная запись абстрактных объектов длины 4, образованная элементом α в таком представлении, имеет вид

$$((0123)45)67, \quad (0123)(4567), \quad (01(2345))67, \quad 01((2345)67), \quad 01(23(4567)).$$

Цепи пар чисел различной длины образуют комбинации признаков α,β в записях абстрактных объектов.

Независимые представления цепей пар символов образуют перестановки. Так, в приведенных выше обозначениях это тождественные преобразования. Таким образом, цепям абстрактных объектов длины n также ставятся в соответствие определенные перестановки степени $2n$. С точки зрения операций с перестановками, перестановки степени $2n$ образуют коммутативную группу инволютивных элементов порядка 2^n. Обозначим образованную группу G_1.

Перестановки степени $n-1$, представляющие ранговые операции, образуют симметрическую группу порядка $(n-1)!$. Пусть это группа G_2. Представление ранговых операций, независимо от способа представления первичных абстрактных объектов, дает основание представить систему абстрактных объектов длины n элементами некоторой группы G_3 с порядком $(n-1)!\cdot 2^n$. Построим такую группу.

Порядок группы G_3 может определяться произведением порядков групп G_1 и G_2.

Произведение пары групп G_1 и G_2 может определять порядок G_3 при определенном выборе элементов групп G_1 и G_2.

Элементы G_1 представлены состояниями пар чисел в перестановках степени $2n$. Тогда элементы G_2 можно выбрать в виде перестановок перемещения этих пар.

Для построения множества перестановок перемещения пар представим систему образующих группы G_2 в виде циклических перестановок с возрастающей длиной образующих их циклов [6].

Для определенности рассмотрим перестановки степени $2\cdot(n-1)$ чисел от 0 до $2n-3$. Систему образующих представим в виде уровней ярусной системы порождения перестановок.

$e, (2n-6,\ 2n-4)\ (2n-5,\ 2n-3);$

$e, (2n-8,\ 2n-6)\ (2n-7,\ 2n-5), (2n-8,\ 2n-4,\ 2n-6)\ (2n-7,\ 2n-3,\ 2n-5);$

$e, (2n-10,\ 2n-8), (2n-9,\ 2n-7), (2n-10,\ 2n-6,\ 2n-8)\ (2n-9,\ 2n-5,\ 2n-7),$

$(2n-10,\ 2n-4,\ 2n-6,\ 2n-8)\ (2n-9,\ 2n-3,\ 2n-5,\ 2n-7);$

....

$e, (0,\ 2)(1,\ 3), (0,\ 4,\ 2)(1,\ 5,\ 3), (0,\ 6,\ 4,\ 2)(1,\ 7,\ 5,\ 3), \ldots, (0,\ 2n-4,\ 2n-6, \ldots, 2)(1,\ 2n-3,\ 2n-5, \ldots, 3).$

Анализ системы образующих показывает независимость перемещения четных и нечетных символов в перестановках. Операция перемещения сохраняет количество инверсных пар, образованных G_1 в перестановках группы G_2. Определение порядка группы может быть сведено к определению порядка перестановок, образуемых четной или нечетной компоненты перестановок, представляющих G_2. Таким образом, порядок группы G_2, равный $(n-1)!$, определяется $(n-1)$ парой символов перестановок степени $2\cdot(n-1)$. Соответственно и для обозначения рангов операций абстрактных объектов. Ранги операций могут определяться символами четной или нечетной компоненты перестановок степени $2\cdot(n-1)$. Сохранение числа инверсных пар в результате действия перестановок перемещения пар обусловливает порядок группы G_3, равный произведению порядков групп G_1 и G_2.

Отсюда следует, что для произведения групп G_1 и G_2 выполняются условия:

$$G_1G_2 = G_2G_1 = G_3.$$

Анализ элементов групп G_1 и G_2, однако, показывает, что найдутся такие элементы $x_1 \in G_1$, $x_2 \in G_2$, для которых $x_1x_2 \neq x_2x_1$.

Таким образом, элементы группы G_3 порядка $(n-1)!\cdot 2^n$ могут быть выбраны в качестве обозначения абстрактных объектов, представляющих эписемионы длины n. Эти обозначения представлены комбинациями целых чисел или перестановками.

В системе обратимых преобразований группа G_3 представляется взаимодействием элементов пары групп – коммутативной группы инволютивных преобразований G_1 и симметрической группы G_2.

3. Представление операций

Рассмотрим вопрос представления операций исчисления абстрактных объектов в системе обратимых преобразований. Для этого проанализируем ранговые операции образования эписемионов.

Как было рассмотрено выше, ранговые операции образования абстрактных объектов длины $n+1$ могут представляться перестановками степени n натуральных чисел от 0 до $n-1$.

Пусть символ $(n-1)$, входящий в произвольную перестановку, соответствует операции наименьшего ранга, то есть операции первого уровня образования эписемионов из первичных объектов α, β. Тогда символу 0, входящему в эту перестановку, соответствует самый высокий ранг образования эписемиона типа (pq) соответственно длины $n+1$(в результате соединения эписемионов p и q).

Для построения и анализа функциональных связей, соответствующих соединению абстрактных объектов p и q, представленных в системе обратимых преобразований, рассмотрим процесс образования символов произвольных перестановок некоторой системой образующих симметрической группы перестановок n-степени.

Представим множество перестановок степени n в естественном порядке по возрастанию номеров [6]. Процессу образования естественного порядка перестановок могут быть поставлены в соответствие наборы образующих в виде циклов переменной длины. Процесс образования перестановок представим в виде уровней ярусной системы.

Образующие имеют вид:

$e;$

$e, (n-1, n-2);$

$e, (n-2, n-3), (n-1, n-2, n-3);$

$e, (n-3, n-4), (n-2, n-3, n-4), (n-1, n-2, n-3, n-4);$

....

$e, (1, 0), (2, 1, 0), (3, 2, 1, 0), \dots, (n-1, n-2, \dots, 0),$

где $e, (1, 0), (2, 1, 0), (3, 2, 1, 0), \ldots, (n-1, n-2, \ldots, 0)$ – образующие нижнего яруса ярусной системы представления перестановок в естественном порядке.

Естественный порядок перестановок образуется последовательными произведениями приведенных выше образующих, начиная с верхнего яруса. Умножение выполняется слева направо.

Анализ ярусного представления перестановок естественного порядка показывает, что каждой ветви разветвленного процесса может соответствовать некоторая перестановка, символы которой обозначают ребра этой ветви. Так, ребра нижнего яруса нумеруются числами $0, 1, 2, \ldots, n-1$, что соответствует значениям первых символов перестановок упорядоченного множества. Ребра второго яруса соответствуют номерам вторых символов перестановок естественно упорядоченного ряда и т.д.

С другой стороны, ребрам ярусной системы соответствует система выбранных образующих элементов симметрической группы. Так, символу 0 в ярусном представлении перестановок всегда соответствует тождественное преобразование системы образующих, то есть e. Это следует из естественного порядка порождения перестановок. Остальные символы перестановок также связываются с образующими группы преобразований.

Таким образом, наличие символа 0 в записи перестановки определяет однозначное разложение перестановки степени n в произведение перестановок (найденных по соответствию символов и образующих элементов).

Пусть f – исходная перестановка, представленная таким произведением, а положение символа 0 представлено в i-й позиции перестановки $(0 < i < n-1)$. И пусть символ 0 образует наибольший ранг образования абстрактных объектов.

Тогда цепь символов справа от 0 в исходной перестановке f может рассматриваться как процесс образования символов в результате действия образующих, начиная с верхнего яруса, то есть $x_{n-1}x_{n-2}\ldots x_{i+1}$, где x_{n-1} – образующая верхнего яруса ярусной системы.

В процессе преобразований образующие $x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_{i+1}$ не перемещают символ 0 в естественном порядке символов перестановки $0, \ldots, n-1$ и могут образовывать перестановку меньшей степени, то есть образовывать абстрактные объекты меньшего ранга. Пусть $p = x_{n-1}\ldots x_{i+1}$. Таким образом, полученная перестановка может быть представлена символами $\{1, \ldots, n-1\}$. С другой стороны, образующие $x_{i+1}\ldots x_0$ $(x_i = e)$ перемещают символ 0 в позицию i (это следует из общего вида образующих ярусной системы и соответствия символов и образующих рассматриваемой ярусной системы).

Образующие $x_{i+1}\ldots x_0$ образуют некоторую перестановку. Пусть $r = j_0 j_1 \ldots j_i \ldots j_{n-1}$ – перестановка степени n. Здесь $j_i = 0$, символы $j_0, j_1, \ldots, j_i, \ldots, j_{n-1}$ описывают абстрактные объекты ранга n.

Проведем исключение символа j_i перестановки r. В результате образуется перестановка степени $n-1$, представляющая абстрактный объект ранга $n-1$. Пусть $q = j_0 \dots j_{i-1} j_{i+1} \dots j_{n-1}$.

Операция исключения символа j_i (то есть нуля) не меняет соответствия ранговых уровней абстрактных объектов в перестановках меньшей степени, т.е. q, образованной на множестве $\{1, \dots, n-1\}$.

С другой стороны, объектам p и q могут быть поставлены в соответствие перестановки ярусной системы степени n в единой нумерации символов $\{0, \dots, n-1\}$. Тогда для объектов p и q степени $n-1$ могут быть поставлены в соответствие объекты степени n с нулем в нулевой позиции. Обозначим полученные объекты через p_0 и q_0.

Тогда, с учетом образования перестановок, найденных по соответствию символов и образующих, найдется некоторое φ, для которого выполняется условие $p_0 \varphi q_0 = f$. Здесь φ может быть связано с нулем (наибольшим рангом соединения абстрактных объектов). Это разложение f однозначно и соответствует ярусному представлению перестановок в выбранной системе образующих.

Таким образом, операцию φ системы обратимых преобразований можно поставить в соответствие операции соединения абстрактных объектов p и q исчисления эписемионов – операции образования эписемиона (pq).

В системе обратимых преобразований φ выполняет функцию преобразования объектов p_0, q_0 и образования объекта f, не нарушая логики построения абстрактных объектов, представленных перестановками.

Преобразования p_0, q_0 связаны с абстрактными объектами более низкого ранга и взаимодействуют при образовании результата – объекта f более высокого ранга.

Описанный выше подход дает возможность представить также операцию аппликации исчисления эписемионов ранговыми преобразованиями в системе обратимых преобразований.

В исчислении эписемионов операцией аппликации $((pq) \perp p)$ абстрактным объектам (pq) и p ставится в соответствие объект q.

В системе обратимых преобразований это может означать, что элементам f и p_0 ставится в соответствие элемент q_0, то есть найдется некоторая ψ, для которой $f \psi p_0 = q_0$. Здесь ψ выполняет функцию операции аппликации.

Отсюда следует, что $p_0 \varphi q_0 \psi p_0 = q_0$ или $(p_0 q_0^{-1} p_0) \varphi q_0 \psi = e$ или $(p_0 q_0^{-1} p_0) \varphi q_0 = \psi^{-1}$, то есть операции φ и ψ связаны определенного вида симметрией, образуемой элементами p_0 и q_0.

4. Выводы

Приведенные построения показывают, что исчисление эписемионов может быть описано в симметрической группе преобразований и представляется обратимой системой ранговых преобразований.

Разработанный подход дает возможность представлять абстрактные объекты исчисления эписемионов в системе квантовых вычислений.

Система преобразований, представляющая абстрактные объекты исчисления эписемионов и их связи, может быть использована при моделировании процессов построений абстрактного генотипического языка в системе обратимых преобразований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нильсен М. Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. – М.: Мир, 2006. – 823 с.
2. Шаумян С.К. Аппликативная грамматика как семантическая теория естественных языков / Шаумян С.К. – М.: Наука, 1974. – 203 с.
3. Глушков В.М. Кибернетика, вычислительная техника, информатика // Избр. тр.: в 3 т. / Глушков В.М. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 1. – С. 179 – 191.
4. Беляев А.К. Анализ модели квантовых вычислений / А.К. Беляев, В.П. Клименко // Математичні машини і системи. – 2009. – № 2. – С. 45 – 52.
5. Шаумян С.К. Структурная лингвистика / Шаумян С.К. – М.: Наука, 1965. – 395 с.
6. Беляев А.К. О нумерации элементов симметрической полугруппы / А.К. Беляев // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 1. – С. 46 – 53.
7. Холл М. Теория групп / Холл М. – М.: Иностранная литература, 1962. – 468 с.

Стаття надійшла до редакції 05.02.2010