

**В.А. Ефимов, В.Н. Пшеничный**

## **МОДЕЛЬ ВЛАГООБОРОТА МЕЖДУ ВЛАГОЗАПАСОМ ПОЧВЕННОГО СЛОЯ И АТМОСФЕРОЙ**

Изложена методика моделирования процесса испарения влаги из почвенного слоя посредством механизма конвективной диффузии. Подробно рассмотрена проблема моделирования процесса испарения в природной среде.

### **Постановка проблемы**

До настоящего времени не разработана физико-математическая модель испарения влаги с подстилающей поверхности в природных средах. Существующие количественные критерии испаряемости в виде числа Боуэна дают лишь весьма приближенную оценку качества процесса испарения, которая не может служить количественной характеристикой для точной модели испарения, учитывающей массообмен и энергетические затраты на производство указанного процесса. Поэтому, наиболее близко к реальности описывать процесс испарения в природной среде посредством механизма термической конвекции, происходящей под влиянием инсоляции и создающей над почвенным слоем термики влажной или сухой конвекции в зависимости от почвенных влагозапасов. Тем самым, весь механизм испарения в количественных оценках его мощности переходит в сферу моделирования атмосферной конвекции, подробные математические модели которой разработаны в [1-3]. Объединенная структура конвективных термиков над конкретным районом совместно производит структуру местных ветров вовлечением воздушных масс в объемную полость термиков. Эта сумма ветров вовлечения может иметь энергетическую оценку в виде кинетической энергии ветрового переноса над довольно обширным районом. Причём термики испарения с почвенного слоя входят и в структуру облаков, т.к. конвективные внутримассовые облака, в отличие от фронтальных, принимают в себя потоки влаги с подстилающей поверхности. В настоящее время имеются детальные проработки связи процесса осадкообразования с характером синоптического процесса. Выполненные работы в области физической кинетики облачных систем [5-7] позволяют

ввести в модельные схемы динамико-стохастические уравнения прогноза количественных характеристик атмосферного влагооборота и тем самым создать модель динамики облачных систем.

**Целью статьи является** разработка физико-математической модели процесса испарения в природных средах, сбалансированной с процессами облакообразования, зависящими от испаряемости с подстилающей поверхности. При этом вводится понятие радиационного пограничного слоя для неустойчивой стратификации, в котором инсоляция играет ведущую роль. В модели связаны энергообмены в пограничном слое атмосферы с энергобалансом облачных систем. При этом единая энергетическая система связана общей кинетической энергией ветров вовлечения, а функция распределения облаков и конвективных термиков рассчитывается в поле скоростей.

### Постановка задачи

Согласно [8], для описания структуры пограничного слоя, находящегося в поле облучения солнечной радиации, возьмём безразмерное уравнение энергии:

$$\frac{1}{(\gamma - 1)Pr} \frac{dT}{dz} + M^2 \left( \frac{1}{2} u^2 \right) + \text{Re } q_R(T) = b, \quad (1)$$

где  $\text{Re} = \frac{UL}{\nu_g}$  - безразмерное число Рейнольдса, где  $U$  - масштаб скоростиветровых потоков;  $L$  - характерный масштаб движения, для которого скоростью ветра макромасштабного процесса можно пренебречь по сравнению с ветрами, созданными процессом вовлечения;  $\nu_g$  - кинематическая вязкость или коэффициент турбулентности;  $\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\kappa}$  - безразмерное число Прандтля;  $c_p$  - удельная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении;  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости;  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности;  $u$  - ветровой поток;  $z$  - толщина слоя;  $T$  - температура;  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ;  $q_R(T) = \sigma T^3 \frac{dT}{dz}$ ,

где  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

В случае если приземный слой атмосферы находится под воздействием испарения влагозапасов почвенного слоя, то он становится

оптически толстым, тогда, согласно [8], выражение для температуры можно записать в виде:

$$A[T^4 - 1 - z(T_1^4 - 1)] + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)\text{Pr}}[T - 1 - z(T_1 - 1)] = \frac{1}{2}\gamma M^2(z - u^2), \quad (2)$$

где  $A$  - эквивалентно числу Рейнольдса;  $T_1$  - температура у подстилающей поверхности.

В случае отсутствия испарения в оптически тонком слое уравнение (2) для температуры будет:

$$\frac{3}{2}A \left\{ \frac{1}{2}(T_1^4 + 1)(z^2 - z) + \int_0^z I_R dz - z \int_0^z I_R dz \right\} + \frac{\gamma}{(\gamma - 1)\text{Pr}}[T - 1 - z(T_1 - 1)] = \frac{1}{2}\gamma M^2(z - u^2), \quad (3)$$

где  $I_R = \int_0^1 T^4(z) dz - \int_0^z T^4(z) dz$ .

Таким образом, температура излучающего пограничного слоя, который простирается до уровня максимального вовлечения (приблизительно 850 гПа), полностью зависит от длинноволновых потоков радиации, тогда как инсоляция определяет величину температуры  $T_1$ , которая зависит от радиационного баланса и получается из уравнения теплового баланса:

$$\Delta \frac{\partial}{\partial t}(c_p \rho T_1) = (1 - A)S + F_{\downarrow} - F_{\uparrow} - (F_{\theta})_{\Pi} + F - L'(F_q)_{\Pi}; \quad (4)$$

где  $S$  - солнечная радиация;  $A$  - альbedo земной поверхности, разное для пашни и для территории, занятой сельскохозяйственной культурой;  $(1 - A)S$  - поглощенная солнечная радиация;  $F_{\downarrow}$  - поток длинноволновой радиации, направленный вниз;  $F_{\uparrow} = \delta \sigma T_1^4$  - поток солнечной радиации, направленный вверх;  $\delta$  - коэффициент серости биопокрывтия почвенного слоя;  $(F_{\theta})_{\Pi}$  - турбулентный или конвективный поток тепла;  $L'(F_q)_{\Pi}$  - поток скрытого тепла к атмосфере;  $L'$  - удельная скрытая теплота испарения;  $F$  - поток тепла от подстилающей поверхности (из почвы, если она нагрета по сравнению с прилегающим воздухом или в почву, если она переохлаждена по сравнению с прилегающим воздухом).

В соответствии с [9] уточним параметры влажной конвекции. При этом определим основные принципы конвективного приспособления атмосферы:

- 1) эквивалентно-потенциальная температура выравнивается по вертикали во всем неустойчивом слое;
- 2) статическая энергия влажного воздуха  $(c_p T + gz + L'q)$  не меняется в процессе конвекции (здесь  $q$  – отношение смеси массы водяного пара к массе сухого воздуха в том же объеме;  $g$  – ускорение силы тяжести);
- 3) относительная влажность не превосходит насыщающего значения;
- 4) вся сконденсировавшаяся влага немедленно выпадает в виде осадков.

Запишем приведенные принципы следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} \theta_e(T + \delta T, q + \delta q, p) = 0; \quad q + \delta q = \gamma_c q_s(T + \delta T, p) = 0; \\ \frac{1}{g} \int_{p_H}^{p_B} (c_p \delta T + L' \delta q) dp = 0; \quad \theta_e = \theta \exp(L'q / c_p T); \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\theta_e$  – эквивалентно-потенциальная температура;  $q_s$  – насыщающее значение отношения смеси водяного пара.

Имеет место соотношение между  $\theta_e$  и статической энергией влажного воздуха:

$$-c_p \frac{T}{\theta_e} \frac{\partial \theta_e}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial p} (c_p T + gz + L'q). \quad (6)$$

Это условие соответствует влажной адиабате:

$$\Gamma'_m = \frac{RT}{c_p p} \frac{p + r_e \frac{0,622 r L' e_s}{RT}}{p + r_e \frac{0,622 L'_s}{c_p} \frac{de_s}{dT}}, \quad (7)$$

где  $r_e = 1 - \frac{e}{p - e}$ ;  $e_s$  – парциальное давление водяного пара;  $\Gamma'_m$  – вертикальный градиент температуры.

Исходя из работы [9], турбулентный поток  $Q_e$  рассчитывается:

$$Q_e = a \frac{\theta_e - \theta}{\tau}, \quad (8)$$

где  $\theta_e$  – значение потенциальной температуры внутри облака или влажного термика;  $\theta_e - \theta$  – определяет силу плавучести;  $a = \frac{\tau M_t (1 - b)}{M_c}$  – относительная площадь, занятая облаком или влажным термиком;  $\tau$  – среднее время существования конвективного облака или термика;  $(1 - b)M_t$  – сконденсировавшаяся часть поступившей влаги в облако;  $M_t = -\frac{1}{g} \int_0^{p_k} \nabla(\vec{V}q) dp + E$  – приток влаги в облако;  $M_c$  – количество влаги, необходимое для насыщения воздуха водяным паром;  $E$  – испарение с подстилающей поверхности. Поскольку эта величина является итоговой, то её значение берётся в расчётах из предыдущего приближения;  $\vec{V}$  – суммарный вектор скорости ветров вовлечения. Причём скорость ветров вовлечения берётся по комплексному потенциалу скорости  $w$ , когда, согласно [10], термики и кучевые облака описываются диполями в виде полюсов в поле комплексного потенциала скорости (каждый полюс диполя моделирует действие конвективного термика вплоть до кучевого облака). Здесь:

$$w = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \frac{M_k e^{\alpha_k i}}{z - a_k}, \quad (9)$$

где  $a_k$  – координаты источников и стоков, объединенных положением в пространстве;  $\alpha_k$  – углы, позволяющие ввести направление ориентации диполя (ось диполя от источника к стоку),  $M_k$  – момент или интенсивность диполя;  $z$  – в данном случае, в отличие от вертикальной координаты, как было ранее, комплексная координата в плоскости области решения.

Количество влаги  $M_{t\downarrow}$  расходуется на образование конвективных облаков, увеличение температуры и влагосодержания облака. Обозначим количество влаги, необходимое, чтобы влажность воздуха  $q$  достигла влажноадиабатического значения  $q_s$ , а температура  $T$  приняла значение  $T_c$ , тогда соответственно:

$$M_{c1} = -\frac{1}{g} \int_{p_B}^{p_H} [q_s(T_c) - q] dp ;$$

$$M_{c2} = -\frac{1}{g} \int_{p_B}^{p_H} \frac{c_p}{L'} (T_c - T) dp \quad . \quad (10)$$

При этом:  $M_c = M_{c1} + M_{c2}$  - количество влаги, которое необходимо для формирования облака, а  $p_H, p_B$  - значения давления на нижней и верхней границе облака. Тогда:

$$Q_c = \frac{g(1-b)M_t(T_c - T) \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}}{M_c}; \quad (11)$$

$$M_c = -\frac{1}{g} \int_{p_B}^{p_T} \left\{ q_s(T_c) - q + \frac{c_p}{L'}(T_c - T) \right\} dp. \quad (12)$$

Этот метод позволяет определить вертикальный профиль потоков тепла и влаги.

Изложенная модель излучающего пограничного слоя при неустойчивой стратификации, включающая происходящие в нём процессы конвективной диффузии водяного пара от почвенного слоя достаточна для применения средств физической кинетики, объектами которой вместо обычных для неё молекулярных комплексов являются отдельные облака. Как и молекулы, облака имеют координаты своего положения в пространстве и скорость вовлечения, вместо тепловой скорости молекул.

Пусть  $F_N(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N; \vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_N)$  - есть функция распределения  $N$  облачных объектов в координатах, указанных радиус-векторами  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N$  и с приписанными в 6-мерном фазовом пространстве координатами скоростей вовлечения:  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_N$ .

Тогда уравнение относительно функций распределения облаков разного генезиса и для термиком влажной и сухой конвекции для  $s$ -частичной функции распределения, согласно [11], запишется в виде:

$$\frac{\partial F_s}{\partial t} + \sum_{i=1}^s |\vec{V}_i| \frac{\partial F_s}{\partial \vec{x}_i} + \sum_{i,j} \frac{\overline{X}_{ij}}{m} \frac{\partial F_s}{\partial \vec{V}_i} = - \sum_{i=1}^s (N-s) \frac{\partial}{\partial \vec{V}_i} \int \frac{\overline{X}_{i,s+1}}{m} F_{s+1} dz_{s+1} \quad (13)$$

Здесь:  $z_i = (\vec{x}_i, \vec{V}_i)$ ;  $\overline{X}_i$  - комплекс сил, воздействующих на динамику облаков или термиком  $s$ -го сорта;  $m$  - масса облаков  $s$ -го сорта в полном наборе из  $N$  объектов.

В уравнении (13), в отличие от уравнений, изложенных в [11], производные берутся по векторам, согласно методам тензорного анализа. Уравнение (13) разбивается на отдельные уравнения:

$s = 1; 4$  – конвективные облака атмосферных фронтов и внутри массовой конвекции, различаемые по энергоёмкости конвекции и влагонасыщению;

$s = 2 - 3$  – слоистые подинверсионные и слоисто-дождевые облака;

$s = 5 - 6$  – конвективные термики;

$s = 7 - 8$  – термики влажной конвекции, связанные с влагосодержанием почвенного слоя. Совместное решение предложенной ранее системы уравнений пограничного слоя и уравнение (13) позволяет рассчитать подробные характеристики влагооборота между атмосферой и подстилающей поверхностью уже в площадном аспекте, выделяя зоны сельскохозяйственных угодий.

Исходным уравнением для уравнения (13) служит уравнение Больцмана:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 V_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{X_i}{m} \frac{\partial f}{\partial V_i} = \int (ff'_1 - ff_1) dx dy dz . \quad (14)$$

В правой части уравнения (14) стоит интеграл столкновений, в данном случае - облаков (этого обычно не бывает в природе), и поэтому в нашей задаче он равен нулю. Но происходит эволюционная перестройка из одного типа облачности в другой, т.е. когда конвективные облака попадают в подинверсионный слой атмосферы, то они могут перерождаться в слоистые облака. Но это не есть столкновения. В (14)  $f(t, x, \vec{V})$  - функция распределения объектов до столкновений; структура облаков - функция их распределения после столкновений; штрихами отмечены функции распределения с измененными параметрами после столкновений объектов. В уравнении (13) интеграл столкновений не учитывают. Но эффект столкновений всё же присутствует в облаках одного генезиса. Например, конвективное облако вертикального развития втягивает в себя окружающие его термики. Поэтому проверка расчётов по уравнению (13) посредством уравнения (14), учитывающего интеграл столкновений, может быть полезной при предвычислении функции распределения конвективных термиков.

На рис. 1 приведены разрезы функции распределения  $f(t, \vec{x}, \vec{V})$ , полученные в зависимости от скорости ветров вовлечения. По оси

абсцисс отложены значения скоростей в долях по 1,2 м/сек и затем умноженные на значение, указанное на оси абсцисс.

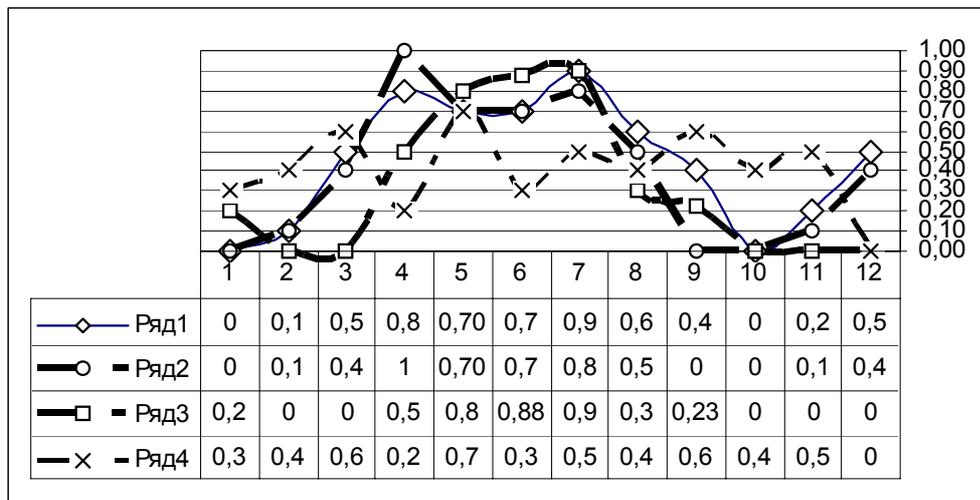


Рис. 1. Значения функции распределения  $f(t, \vec{x}, \vec{V})$  при различных скоростях ветров вовлечения

Из графика видно, что функция распределения имеет два максимума скоростей вовлечения. Это объясняется тем, что первый из них относится к основному конвективному термику в виде кучевого облака развитой структуры, а второй соответствует зарождающимся термикам, образующимся вследствие конвективной диффузии из почвенного слоя и получающим интенсивное развитие под влиянием инсоляции.

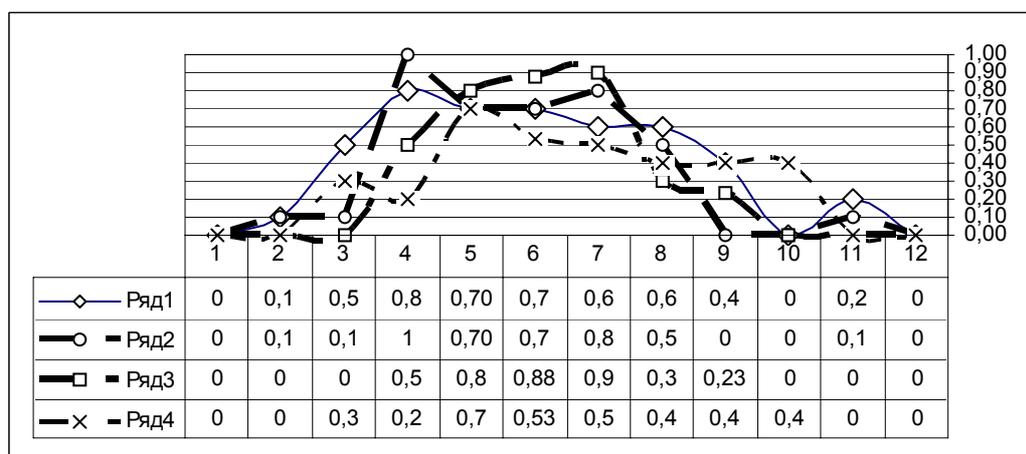


Рис. 2. Скорректированные значения функции распределения  $f(t, \vec{x}, \vec{V})$  при различных скоростях ветров вовлечения

После учета эффекта “столкновений” или, точнее, поглощения термиком меньшей мощности более мощным термиком выявляется одновершинность функции распределения. И закон распределения приближается к Максвелловскому.

### **Выводы и перспективы дальнейших исследований**

По виду расчётной функции распределения можно судить о почвенных влагозапасах, способствующих интенсификации влажной конвекции и усилению скоростей вовлечения. Интегральная кинетическая энергия скоростей вовлечения по всей области решения характеризует почвенный влагозапас в целом. При его истощении влажная конвекция переходит в сухую – менее интенсивную, что сразу же отразится на величине интегральной кинетической энергии. В дальнейшем для отработки прогностических рекомендаций следует определить типовые функции распределения конвективных термиком по скоростям вовлечения и подробно рассмотреть динамику указанных распределений.

\* \*

*Викладено методику моделювання процесу випаровування вологи з ґрунтового шару за допомогою механізму конвективної дифузії. Детально розглянуто проблему моделювання процесу випаровування в природному середовищі.*

\* \*

1. Теоретические основы прогноза погоды на средние сроки. Сб. переводных статей. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 138 с.
2. Arakava A. Parameterization of cumulus convection 115 // Proc. WMO / ICSLU Symp. Num. Wea. Pred., Tokyo, 26 Nov. – 4 Dec 1968, Japan Met Agency. – 1969. – P. 1-6.
3. Arakava A., Schubert W.H. Interaction of cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. P.I. // J. Atm. Sci., 1974, vol. 31, № 3. – P. 674-701.
4. Пірнач Г.М., Заболоцька Т.М., Підгурська В.М., Шиталь Т.М. Чисельні та експериментальні дослідження фронтальних хмарних систем, які зумовили небезпечні явища в Україні // Наук. пр. УкрНДГМІ. – 2002. – Вип. 250. – С. 42-60.
5. Joly A. The Stability of Steady Fronts and the Adjoint Method: Nonmodal Frontal Waves // Journal of the atmospheric sciences. Vol. 52, N 17. – 1995, – P. 3082-3107.

6. *Ефимов В.А., Ивус Г.П., Белодонова Л.В.* Динамика подинверсионных струй в течениях Куэтта и Пуазейля // *Метеорология, климатология и гидрология.* – 1999. – № 38. – С. 214–218.
7. *Ивус Г.П., Белодонова Л.В.* Подинверсионные течения и трансформация облачных систем // *Метеорология, климатология и гидрология.* – 1999, № 39. – С. 132-139.
8. *Бай Ши-и.* Динамика излучающего газа. – М.: Мир, 1968. – 324 с.
9. *Кио Н.Л.* Further studies of the parametrization of the influence of cumulus convection on large-scale flow // *J. Atm. Sci.*, 1974, vol. 31, № 5, P. 1232- 1240.
10. *Ефимов В.А., Конкин В.В.* Аналитическое представление струй штормового ветра и его применение в морских прогнозах // *Метеорология, климатология и гидрология.* – 1998. – Т. 35. - С. 20-26.
11. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. – М.: Наука. ФИЗМАТГИЗ, 1967. – 440 с.

*Одесский государственный экологический университет*