УДК 519.681

*А.Е. Дорошенко, В.Г. Акуловский*

# АЛГЕБРА АЛГОРИТМОВ С ДАННЫМИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Развивается алгебраический аппарат, ориентированный на описание алгоритмов с данными, за счет использования *k*-значных логических условий и прогнозирования вычислительного процесса

## Введение

Учитывая важность роли, которую данные играют в программировании [1–5], [6, 7] были заложены основы алгебраического аппарата, в который органично "встроены" данные в результате модификации модели ЭВМ [8]. Упомянутый формальный аппарат это – система алгоритмических алгебр (САА/Д) $<U, L, \Omega>$, где $U$ – множество Д-операторов; $L$ – множество 3-значных логических условий, $\Omega$ – сигнатура операций, состоящая из логических операций $\Omega_1$, принимающих значения на множестве $L$ и операций $\Omega_2$, принимающих значения на множестве операторов $U$.

Принципиальное отличие предлагаемого формального аппарата от алгебры Глушкова (АГ) состоит в том, что под информационным множеством в модифицированной модели ЭВМ понимаются состояния множества данных. Исходя из этого введено понятие Д-оператора, который в общем случае записывается в виде $(D)X(D')$, где $X$ – Д-оператор, $D$ – множество обрабатываемых (исходных), а $D'$ – множество результирующих данных, изменения которых представляют собой изменения состояния операционного автомата в модели ЭВМ. Данные $D$ и $D'$ специфицируются, соответственно на входе и выходе Д-оператора.

На множестве $U$ определены операции [6].

1. Операция композиции * Д-операторов $(D_1)O_1(D_1')*(D_2)O_2(D_2')$ означает последовательное выполнение сначала оператора $(D_1)O_1(D_1')$ и затем оператора $(D_2)O_2(D_2')$.

2. Операция $p$-дизъюнкции, в которой используется предикат, продуцирующий логические условия $\alpha \in E_3 = \{0,1,\mu\}$, существует в следующих вариантах:

$$[(D^{\pi})P(\alpha)][(D_1)O_1(D_1') \vee (D_2)O_2(D_2')) = \\ = \begin{cases} (D_1)O_1(D_1'), \text{если } \alpha = 1; \\ (D_2)O_2(D_2'), \text{если } \alpha = 0; \\ N \text{, если } \alpha = \mu. \end{cases}$$

$$[(D^{\pi})P(\alpha)]D_1)O_1(D_1') \vee (D_2)O_2(D_2')) = \\ = \begin{cases} (D_1)O_1(D_1'), \text{если } \alpha = 1; \\ (D_2)O_2(D_2'), \text{если } \alpha \neq 1. \end{cases}$$

$$[(D^{\pi})P(\alpha)][(D_1)O_1(D_1') = \\ = \begin{cases} (D_1)O_1(D_1'), \text{если } \alpha = 1; \\ Z, \text{если } \alpha \neq 1, \end{cases}$$

где $N$ – неопределенный, а $Z$ – тождественный Д-операторы (см. далее).

Результатом выполнения этой операции является один из трех (двух) возможных Д-операторов, который выбирается в соответствии со значением логического условия *α*. В предпоследнем случае неопределенное состояние логического условия игнорируется. В последнем случае игнорируются все значения логического условия, кроме $\alpha = 1$. Этот вариант $p$-дизъюнкции будем называть последовательным фильтром ($p$-фильтром).

3. Операция $p$-итерации с пред- и постусловиями $[(\widetilde{D})P(\alpha)]\{(D)O(D')\}$ и

$\{(D)O(D')\}[(\widetilde{D})P(\alpha)]$ осуществляет циклическое выполнение Д-оператора $(D)\ O\ (D')$ при $\alpha = 1$ и завершается в противном случае.

На множестве $L$ определены [6] (см. так же, например, [8]) операции: дизъюнкция, конъюнкция и отрицание.

Таким образом, сигнатура данной алгебраической системы $\Omega$ включает те же операции, что и АГ. Очевидным недостатком предлагаемого формального аппарата является отсутствие операции левого умножения условия на оператор. Так как именно эта операция, реализующая прогнозирование вычислительного процесса, определяет преимущества АГ перед другими алгебраическими аппаратами, с точки зрения изобразительных возможностей [9, 10].

Кроме того, при отсутствии ограничений на сложность Д-операторов логическая составляющая САА/Д (как впрочем, и АГ) ограничена трехзначными логическими условиями. То есть, в результате анализа большого объема сложно организованных данных достижимо разветвление вычислительного процесса только по двум направлениям, что ограничивает изобразительные возможности алгебраического аппарата. При этом, поскольку предикаты могут быть не определены на множестве анализируемых данных, то алгоритм оказывается "незащищенным" от таких ситуаций, вызванных, в частности, ошибками разработки.

Чтобы восполнить указанные пробелы, дополним и модифицируем разрабатываемый алгебраический аппарат и покажем возможность реализации прогнозирования вычислительного процесса.

## Алгебры алгоритмов с данными

В качестве данных, специфицируемых на входе и выходе Д-операторов, выступают оперативные (статические), динамические данные и логические условия.

Данными $D$ называется упорядоченная пара <Δ, S>, где Δ − носитель данных (фрагмент памяти), S – кортеж значений, хранимый этим носителем данных в текущий момент времени. В частном случае данные $d$ называются простыми, когда они в текущий момент времени содержат единственное значение s. Множество данных, расположенных в оперативной памяти и обрабатываемых некоторым алгоритмом, запишем в виде $D^{ОП}=\{D_1,\ D_2,\ D_n\}$. При этом отметим, что структура любых данных $D_i$ не ограничена по сложности и объему.

Динамическими данными $D^d$ будем называть кортеж значений $S_d$, определенный (существующий) в текущий момент времени в динамической памяти, время существования которого ограничено (см. ниже). В частном случае данные $d^d$ называются простыми, когда они в текущий момент времени содержат единственное значение $s_d$. Заметим, что в дальнейшем под обозначением $D=D^d$ будем понимать $S=S_d$.

К множеству кортежей, которые могут хранить носители данных, присоединим специальный кортеж $S_\mu$ − кортеж неопределенных значений и данные, хранящие такой кортеж, будем называть неопределенными и обозначать $D^\mu$, а в случае динамических данных $D^{d_\mu}$.

Множество логических условий $L$ образовано в общем случае $k$+1-значными логическими условиями. Это $\alpha^k \in E_{k+1} = \{0, 1, ..., k-1, \mu\}$, где $\mu$ − неопределенное значение этого логического условия, и всюду определенные логические условия $\alpha^{k+} \in E^+_{k+1} = \{0, 1, ..., k-1, k\}$. В частных случаях логические условия могут быть произвольной значности. В случае трехзначных логических условий $\alpha^2 \in E_3 = \{\ 0, 1, \mu\ \}$ и $\alpha^{2+} \in E^+_3 = \{\ 0, 1, 2\ \}$.

В дальнейшем логические условия для самого общего случая будем записывать в виде $\alpha^x$.

Теперь определим понятия: состояние вычислительного процесса, тождественный и неопределенный Д-операторы.

**Определение 1.** Вычислительный процесс на любом, например, i-том шаге выполнения находится в одном из трех возможных состояний: $D^T_i = D^{ОП}_i$,

$D_i^T = D_i^{ОП} \cup D_i^d$, $D_i^T = D_i^{ОП} \cup \{\alpha_i^x\}$, где $D_i^{ОП}$ – текущее состояние множества оперативных данных (статическая составляющая), $D_i^d$ – текущее состояние множества динамических данных и $\alpha_i^x$ – состояние логического условия (динамическая составляющая). Статическая составляющая состояния вычислительного процесса имеет место на каждом его шаге. Динамическая составляющая определена только на некоторых шагах вычислительного процесса, то есть $\exists p$, где $D_p^d \neq \varnothing$ в состоянии $D_p^T$ и $\exists m$, где $\{\alpha_m^x\} \neq \varnothing$ в состоянии $D_m^T$. Эта составляющая существует только на данном шаге, то есть для любого $D_j^T$, где $j \neq p$ и $j \neq m$, выполняется $D_p^d = \varnothing$ и $\{\alpha_m^x\} = \varnothing$.

**Определение 2.** Д-оператор $(D)X(D')$, в результате исполнения которого будет получено соотношение $D_i^T = D_{i+1}^T$, будем называть тождественным и обозначать $Z$.

**Определение 3.** Д-оператор $(D)X(D')$, который переводит вычислительный процесс из любого произвольного состояния $D_i^T$ в неопределенное состояние $D^{T_\gamma}$, после перехода в которое все последующие шаги вычислительного процесса не определены, будем называть неопределенным и обозначать $N$.

Д-операторы образуют следующий базовый набор:

– $(D)\,O\,(D')$, который переводит вычислительный процесс из любого исходного для него состояния $D_i^T$ в состояние $D_{i+1}^T \neq D_i^T$, где $D_{i+1}^d = \varnothing$ и $\{\alpha_{i+1}^x\} = \varnothing$;

– $(D)\,O(D^d)$ переводит вычислительный процесс из любого исходного для него состояния $D_i^T$ в состояние $D_{i+1}^T$ такое, что $D_{i+1}^T = D_{i+1}^{ОП} \cup D_{i+1}^d$, где $D_{i+1}^{ОП} = D_i^{ОП}$, $D_{i+1}^d \neq \varnothing$, $\{\alpha_{i+1}^x\} = \varnothing$.

– $(D^\pi)P(\alpha^k)$ и $(D^\pi)P(\alpha^{k+})$, которые в дальнейшем будем называть предикатами, представляют собой в общем случае $n$-местные логические функции

$$P_{k+1}^n : \rho_D^n \to \alpha^k \in E_{k+1} = \{0,1,\dots,k-1,\mu\}$$

и

$$P_{k+1}^n : \rho_D^n \to \alpha^{k+} \in E_{k+1}^+ = \{0,1,\dots,k-1,k\},$$

где $\alpha^k$ и $\alpha^{k+}$ – k+1-значные логические условия, продуцируемые предикатами. Этот Д-оператор переводит вычислительный процесс из любого исходного для него состояния $D_i^T$ в состояние $D_{i+1}^T$ такое, что $D_{i+1}^T = D_{i+1}^{ОП} \cup \{\alpha_{i+1}^k\}$ и $D_{i+1}^T = D_{i+1}^{ОП} \cup \{\alpha_{i+1}^{k+}\}$, где $D_{i+1}^{ОП} = D_i^{ОП}$, $D_{i+1}^d = \varnothing$, $\{\alpha_{i+1}^k\} \neq \varnothing$ и $\{\alpha_{i+1}^{k+}\} \neq \varnothing$. Если $D_i^T \supset D_i^d \neq \varnothing$, то $D_i^d \subseteq D^\pi$. Если предикат не определен на множестве данных $D^\pi$, то $\alpha^k = \mu$ и $\alpha^{k+} = k$.

Все возможные Д-операторы образуют множество U, на котором определены операции САА/Д. Дополним совокупность этих операций следующим образом.

**Операция $p_k$-дизъюнкции**

$$[(D^\pi)P(\alpha^{k+})]((D_1)O_1(D'_1) \vee \vee (D_2)O_2(D'_2) \vee \dots \vee (D_{k-1})O_{k-1}(D'_{k-1}) \vee \vee (D_k)O_k(D'_k)) = \begin{cases} (D_1)O_1(D'_1), \text{ если } \alpha^{k+} = k-1; \\ (D_2)O_2(D'_2), \text{ если } \alpha^{k+} = k-2; \\ \dots \\ (D_k)O_k(D'_k), \text{ если } \alpha^{k+} = 0; \\ (D_{k+1})O_{k+1}(D'_{k+1}), \text{ если } \alpha^{k+} = k. \end{cases}$$

$$[(D^\pi)P(\alpha^k)]((D_1)O_1(D'_1) \vee \vee (D_2)O_2(D'_2) \vee \dots \vee (D_{k-1})O_{k-1}(D'_{k-1})) = \begin{cases} (D_1)O_1(D'_1), \text{ если } \alpha^k = k-1; \\ (D_2)O_2(D'_2), \text{ если } \alpha^k = k-2; \\ \dots \\ (D_k)O_k(D'_k), \text{ если } \alpha^k = 0; \\ N, \text{ если } \alpha^k = \mu. \end{cases}$$

Результатом выполнения этой операции является один из k+1 возможных Д-операторов, который выбирается в соответствии со значением логического условия $\alpha^k$ или $\alpha^{k+}$.

В частности, операция $p_2$-дизъюнкции записывается в виде

$$[(D^{\pi})P(\alpha^{2+})]((D_1)O_1(D'_1) \vee$$
$$\vee (D_2)O_2(D'_2) \vee (D_3)O_3(D'_3)) =$$
$$= \begin{cases} (D_1)O_1(D'_1), \text{ если } \alpha^{2+} = 1; \\ (D_2)O_2(D'_2), \text{ если } \alpha^{2+} = 0; \\ (D_3)O_3(D'_1), \text{ если } \alpha^{2+} = 2. \end{cases}$$

Результатом выполнения этой операции является один из трех возможных Д-операторов, который выбирается в соответствии со значением логического условия $\alpha^{2+}$. На множестве логических условий $L$, продуцируемых предикатами, определены известные (см., например, [11]) операции, образующие множество $\Omega_1$:

– обобщенное отрицание
$\overline{\alpha} = \alpha + 1 \pmod{k}$;
– обобщенная дизъюнкция
$\alpha_1 \vee \alpha_2 = \max(\alpha_1, \alpha_2)$;
– обобщенная конъюнкция
$\alpha_1 \wedge \alpha_2 = \min(\alpha_1, \alpha_2)$.

Для того, чтобы воспользоваться этими операциями, рассмотрим композицию предикатов

$$(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^x) * (D_2^{\pi})P_2(\alpha_2^x).$$

Потребуем, чтобы при выполнении предикатов, связанных операцией композиция, формировалось логическое условие как результат применения заданных логических операций к условиям, продуцируемым этими предикатами.

В соответствии с этим требованием композицию предикатов запишем в виде $(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^x) \circ (D_2^{\pi})P_2(\alpha_2^x)$, где $\circ$ – одна из логических операций. Результатом выполнения такой композиции является логическое условие $\alpha_{\Sigma}^x$, полученное в результате применения логической операции к условиям, связанным этой операцией $\alpha_{\Sigma}^x = \alpha_1^x \circ \alpha_2^x$.

Таким образом, возможности операций $p$-дизъюнкции и $p$-итерации расширяются, а эти операции будут записаны для случая $p_k$-дизъюнкции в виде

$$[(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^{k+}) \circ (D_2^{\pi})P_2(\alpha_2^{k+})]((D_1)O_1(D'_1)$$
$$\vee (D_2)O_2(D'_2) \vee \ldots \vee (D_{k+1})O_{k+1}(D'_{k+1})),$$

а для $p$-итерации, например, с предусловием, в виде

$$[(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^2) \circ (D_2^{\pi})P_2(\alpha_2^2)]\{(D)O(D')\}.$$

Для остальных вариантов операций запись аналогична.

Композиция предикатов может быть записана в более общем виде

$$(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^x) \circ (D_2^{\pi})P_2(\alpha_2^x) \circ \ldots \circ (D_n^{\pi})P_n(\alpha_n^x).$$

При выполнении такой композиции будет получено логическое условие $\alpha_{\Sigma}^x = \alpha_1^x \circ \alpha_2^x \circ \ldots \circ \alpha_n^x$ как результат применения логических операций ко всем этим условиям. В этом случае вышеприведенные операции будут записаны в виде:

$$[(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^{k+}) \circ \ldots \circ (D_n^{\pi})P_n(\alpha_n^{k+})]$$
$$((D_1)O_1(D'_1) \vee (D_2)O_2(D'_2) \vee$$
$$(D_{k+1})O_{k+1}(D'_{k+1}))$$

и

$$[(D_1^{\pi})P_1(\alpha_1^2) \circ \ldots \circ (D_n^{\pi})P_n(\alpha_n^2)]\{(D)O(D')\}.$$

Для остальных вариантов операций запись аналогична.

Использование предикатов указанным способом позволяет выполнять операции САА\Д с учетом логических условий неограниченной сложности.

В результате увеличения значности логических условий построены операции, позволяющие разветвлять вычислительный процесс по произвольному числу направлений.

## Прогнозирование вычислительного процесса

Под прогнозированием вычислительного процесса будем понимать, предсказание результата выполнения (состояния выходных данных) некоторого Д-оператора $(D)\,O(D')$, которое определим следующим образом.

**Определение 4.** Прогнозом результата (или его части) выполнения Д-оператора $(D)\,O(D')$, который переводит вычислительный процесс из исходного состояния $D_j^T$ в результирующее состояние $D_{j+1}^T$, будем называть логическое условие $\alpha_{j+1}^x$ $(\{\alpha_{j+1}^x\} \subset D_{j+1}^T)$, характеризующее состояние данных $D'$ $(D' \subseteq D_{\text{j+1}}^{\text{ОП}} \subseteq D_{j+1}^T)$ (или $D''_p \subset D'_p$), которое было бы получено в результате выполнения этого Д-оператора, при условии сохранения неизменного состояния оперативной памяти $D^{\text{ОП}}_{\text{j+1}} = D^{\text{ОП}}_{\text{j}}$. Прогноз трактуется как положительный (удовлетворительный) в случае, когда $\alpha^x_{j+1} = i$, и как отрицательный в противном случае, когда $\alpha^x_{j+1} \neq i$, где $i$ – некоторое заданное значение.

Будем полагать, что на месте предиката в выше приведенных операциях могут быть использованы композиции Д-операторов при том условии, что результатом выполнения таких композиций явятся логические условия.

Предположим и далее это докажем, что композиция Д-операторов $(D)\,O(D^d) * (D^\pi)\,P(\alpha^x)$ позволяет осуществить прогнозирование вычислительного процесса.

Исходя из этого предположения, введем понятия.

**Определение 5.** Д-оператор $(D)\ O\ (D^d)$ эквивалентен или частично эквивалентен Д-оператору $(D_p)O_p(D'_p)$, если при $D = D_p$ после выполнения первого будет получено $D^d = D'_p$ или $D^d = D''_p \subset D'_p$.

**Определение 6.** В композиции $(D)\,\mathrm{O}(D^d) * (D^\pi)\,P(\alpha^x)$ анализируемым результатом выполнения Д-оператора $(D)\,O(D^d)$ является множество данных $D^d \subseteq D^\pi$, а информационным контекстом (в дальнейшем контекстом) этого результата назовем множество данных $D^\pi \setminus D^d$, специфицированных на входе предиката и анализируемых им, но не являющихся выходными данными Д-оператора $(D)\,O(D^d)$.

Прежде чем доказать возможность выполнения прогнозирования, докажем наличие ограничения на использование композиции вида

$$(D)\,O(D^d) * (D^\pi)\,P(\alpha^x)$$

полагая, что $D'^d \subseteq D^\pi$ – динамические данные, специфицированные на входе предиката.

**Лемма.** В композиции $(D)\,O(D^d) * (D^\pi)\,P(\alpha^x)$ динамические данные, продуцируемые Д-оператором $(D)\,O(D^d)$, полностью анализируются предикатом, а все анализируемые предикатом данные определены только при условии выполнения соотношения $D^d = D'^d$.

*Доказательство.* Предположим обратное. Пусть $D'^d = \varnothing$ или $D^d \setminus D'^d \neq \varnothing$. В этом случае динамические данные $D^d$ ($D^d \neq \varnothing$, в соответствии с определением Д-оператора) или их часть $D^d \setminus D'^d$, в соответствии с определением 6, анализируемым результатом не являются, т.е. предикатом не обрабатываются, а, в соответствии с определением 1, будут утрачены на следующем шаге вычислительного процесса, что противоречит условию леммы.

Предположим, что $D'^d \setminus D^d \neq \varnothing$. Поскольку, в соответствии с определением 1, никаких динамических данных кроме $D^d$, продуцируемых Д-оператором $(D)\,O(D^d)$, на данном шаге вычислительного процесса не существует, то множество динамических данных $D'^d \setminus D^d$, специфицированных на входе предиката, будет неопределенным $D'^d \setminus D^d = D^{d_\text{н}}$, что противоречит условию леммы.

Поскольку при $D'^d = \varnothing$, $D^d \setminus D'^d \neq \varnothing$, $D'^d \setminus D^d \neq \varnothing$ условия леммы не выполняются, то единственным возможным соотношением, удовлетворяющем условиям леммы, является $D^d = D'^d$.

Лемма доказана.

**Теорема 1.** Композиция Д-операторов $(D)\,O(D^d) * (D^\pi)\,P\,(\alpha^x)$, выполняет прогнозирование результата или части результата, который мог бы быть получен после выполнения Д-оператора $(D_p)\ O_p\ (D'_p)$, как с учетом контекста этого результата, так и без него, если $(D)\,O(D^d)$ эквивалентен или частично эквивалентен Д-оператору

$$(D_p)\ O_p\ (D'_p)\,.$$

*Доказательство.* В результате выполнения Д-оператора $(D)\ O\ (D^d)$ из исходного состояния вычислительного процесса $D^T_i$, в соответствии с определением Д-оператора, будет получено состояние

$D_{i+1}^{T}$ такое, что $D_{i}^{\text{ОП}}=D_{i+1}^{\text{ОП}}$, а $D^{d}=D'_{p}$ или $D^{d}=D''_{p}\subset D'_{p}$, так как по условию теоремы Д-операторы $(D_{p})O_{p}(D'_{p})$ и $(D)\,O(D^{d})$ эквивалентны или частично эквивалентны.

В результате выполнения следующего за Д-оператором $(D)\,O(D^{d})$ предиката $(D^{\pi})P(\alpha^{x})$, для которого, в соответствии с леммой, выполняется соотношение $D'^{d}=D^{d}$, будет получено логическое условие $\alpha^{x}$, характеризующее состояние данных $D'^{d}=D'_{p}$ или $D'^{d}=D''_{p}\subset D'_{p}$ в случае частичной эквивалентности.

Поскольку в полученном состоянии вычислительного процесса, в соответствии с определением предиката, $D_{i}^{\text{ОП}}=D_{i+1}^{\text{ОП}}$, а $\alpha^{x}$ является характеристикой $D'_{p}$ или $D''_{p}$, то, в соответствии с определением 4, логическое условие $\alpha^{x}$ – прогноз результата выполнения Д-оператора $(D_{p})O_{p}(D'_{p})$ или его части. В последнем случае часть выходных данных $D'_{p}\setminus D''_{p}$ Д-оператора $(D_{p})O_{p}(D'_{p})$ будет исключена из рассмотрения.

В случае, когда $D^{\pi}\setminus D^{d}\neq\varnothing$, то, в соответствии с определением 6, получаем прогноз с учетом контекста, а при $D^{\pi}\setminus D^{d}=\varnothing$ без него.

Теорема доказана.

Отметим, что, в соответствии с определением 4, если логическое условие равно некоторому заданному значению $\alpha^{x}=i$, то прогноз трактуется как положительный, а в противном случае, при $\alpha^{x}\neq i$, как отрицательный.

Проиллюстрируем возможности прогнозирования вычислительного процесса на примере $p_{k}$-дизъюнкции, предположив, что необходимо осуществить прогноз выполнения Д-оператора $(D_{p})O_{p}(D'_{p})$ и, что ему эквивалентен или частично эквивалентен Д-оператор $(D)\ O\ (D^{d})$.

Заметим, что Д-оператор, относительного которого осуществляется прогнозирование, может быть как включен в число Д-операторов, из которых операцией $p$-дизъюнкции осуществляется выбор, так и исключен из него. То есть, в случае положительного прогноза в первом случае ($\alpha^{x}=p$) операция $p$-дизъюнкции приведет к выполнению Д-оператора

$$[(D)\ O\ (D^{d})*(D^{\pi})P(\alpha^{k})]((D_{1})\ O_{1}\ (D'_{1})\vee\ldots$$
$$\ldots\vee(D_{k+1})\ O_{k+1}\ (D'_{k+1}))=(D_{p})\ O_{p}\ (D'_{p}),$$

а во втором ($\alpha^{x}=i$) –

$$[(D)\ O\ (D^{d})*(D^{\pi})\ P(\alpha^{k})]((D_{1})\ O_{1}\ (D'_{1})\vee\ldots$$
$$\ldots\vee(D_{k+1})\ O_{k+1}\ (D'_{k+1}))=(D_{i})\ O_{i}\ (D'_{i}).$$

В случае отрицательного прогноза будет выбран Д-оператор, в соответствии с полученным значением логического условия.

При использовании операции $p$-фильтрации и положительном прогнозе $\alpha^{2}=1$ в первом случае будет выполнен Д-оператор, относительно которого осуществлялось прогнозирование

$$[(D)\ O\ (D^{d})*(D^{\pi})\ P(\alpha^{2})](D_{p})\ O_{p}\ (D'_{p})=$$
$$=(D_{p})\ O_{p}\ (D'_{p}),$$

во втором –

$$[(D)\ O\ (D^{d})*(D^{\pi})P(\alpha^{2})](D_{i})\ O_{i}\ (D'_{i})=$$
$$=(D_{i})\ O_{i}\ (D'_{i}).$$

В случае отрицательного прогноза ни один из Д-операторов выполнен не будет.

Прогнозирование осуществимо для нескольких Д-операторов в случае использования композиции конструкций $(D)\,O(D^{d})*(D^{\pi})P(\alpha^{x})$ (см. (1)). Последний пример в этом случае при положительном прогнозе записывается в виде

$$[((D_{1})\ O_{1}\ (D^{d})*(D_{1}^{\pi})P_{1}(\alpha_{1}^{x}))\circ\ldots$$
$$\ldots\circ((D_{n})\ O_{n}\ (D^{d})*(D_{n}^{\pi})P_{n}(\alpha_{n}^{x}))]$$
$$((D_{n+1})\ O_{n+1}\ (D'_{n+1})\vee(D_{n+2})\ O_{n+2}\ (D'_{n+2}))=$$
$$=(D_{n+k+1})\ O_{n+K+1}\ (D'_{n+k+1}),$$

где Д-операторы

$$(D_{1})\ O_{1}\ (D^{d}),\ldots,(D_{n})\ O_{n}\ (D^{d})$$

эквивалентны или частично эквивалентны Д-операторам

$$(D_{s})O_{s}(D_{s}),\ldots,(D_{s+n})O_{s+n}(D_{s+n}).$$

Для того, чтобы расширить возможности прогнозирования, дополним множество Д-операторов ещё одним видом, который назовем инверсные Д-операторы и которые определим следующим образом.

**Определение 7.** Инверсным по отношению к Д-оператору $(D)O(D')$ назовем Д-оператор $(D')\overline{O}(D)$ такой, что если Д-оператор $(D)O(D')$ переводит вычислительный процесс из состояния $D_j^T$ в состояние $D_{j+1}^T$ такое, что $D \subseteq D_j^T$, $D' \subseteq D_{j+1}^T$, то Д-оператор $(D')\overline{O}(D)$ переводит этот процесс из состояния $D_i^T$, где $D' \subseteq D_i^T$, в состояние $D_{i+1}^T$, где $D \subseteq D_{i+1}^T$. При этом из $D_i^T = D_{j+1}^T$ следует $D_{i+1}^T = D_j^T$.

Из определения следует, что $(D')\overline{O}(D)$ выполняет операцию "откат вычислительного процесса" (в дальнейшем откат). Для композиции этих Д-операторов выполняется $(D)O(D')*(D')\overline{O}(D) = Z$. На использование Д-оператора $(D')\overline{O}(D)$ накладывается следующее жесткое ограничение. Д-оператор $(D)O(D')$ предшествует Д-оператору $(D')\overline{O}(D)$, и в промежутке между выполнением первого и второго состояние оперативной памяти не может изменяться.

Покажем, что с помощью введенного Д-оператора может быть осуществлено прогнозирование с учетом его результата.

**Теорема 2.** При использовании операции $p$-фильтрации в виде

$[(D)O(D')*(D^{\pi})P(\alpha^2)](D')\overline{O}(D)$ логическое условие $\alpha^2 = 1$ является прогнозом результата выполнения Д-оператора $(D)O(D')$, в случае $\alpha^2 = 0$ – это логическое условие прогнозом не является.

*Доказательство.* В соответствии с определением Д-операторов, после выполнения Д-оператора $(D)O(D')$ вычислительный процесс перейдет из исходного состояния $D_j^T$ в состояние $D_{j+1}^T$ такое, что $D' \subseteq D_{j+1}^{\text{ОП}} \neq D_j^{\text{ОП}}$, а после выполнения предиката в состояние $D_{j+2}^T$ такое, что $D_{j+1}^{\text{ОП}} = D_{j+2}^{\text{ОП}}$ и $\{\alpha^2\} \subseteq D_{j+2}^T$.

Если $\alpha^2 = 1$, то выполняется Д-оператор $(D')\overline{O}(D)$, который, в соответствии с определением 7, вернет вычислительный процесс в исходное состояние $D_j^T$. Таким образом, логическое условие $\alpha^2$, в соответствии с определением 4, явилось прогнозом результата выполнения Д-оператора $(D)\ O\ (D')$.

Если $\alpha^2 = 0$, то Д-оператор $(D')\ \overline{O}\ (D)$, не выполняется и вычислительный процесс остается в состоянии $D_{j+1}^T$ таком, что $D_{j+1}^{\text{ОП}} \neq D_j^{\text{ОП}}$, т.е. логическое условие $\alpha^2$ требованиям определения 4 не отвечает и, соответственно, прогнозом не является. Теорема доказана.

Для остальных вариантов операции $p$-дизъюнкции доказательство выполняется аналогично.

## Заключение

Учитывая отсутствие ограничений на объем и сложность структуры обрабатываемых и анализируемых данных, САА\Д дополнена $k$-значными логическими условиями. В результате чего получена возможность разветвления вычислительного процесса по неограниченному количеству направлений. Причем, трактовка получаемых значений логических условий достаточно произвольна. Например, при сравнении двух структур данных может быть определено не только совпадение или несовпадение этих данных, а и степень их совпадения. И алгоритм может разветвляться по стольким направлениям, сколько уровней совпадения анализируемых данных нас интересует. То есть, алгоритм может быть структурирован и разбит на модули в соответствии со спецификой обработки данных. Это особенно актуально для описания алгоритмов, ориентированных на обработку больших объемов сложно организованных данных. Кроме того, всюду определенные логические условия обеспечивают наличие элементов защитного программирования.

В процессе декомпозиции Д-операторов и, соответственно, данных будут использоваться логические условия все меньшей значности. Этот процесс завершится, когда будет достигнут такой уровень детализации, который может быть реализован на выбранном целевом языке программирования.

Несмотря на отсутствие в числе базовых операций САА\Д операции левого умножения условия на оператор, нам удалось реализовать прогнозирование вычислительного процесса, обеспечив, таким образом, изобразительные возможности адекватные, возможностям алгебры Глушкова.

Направление дальнейших исследований – преобразование алгоритмов, описанных средствами САА\Д, и их распараллеливание.


1. *Данные* в языках программирования: абстракция и типология. Сб. статей / Под ред. В. Агафонова. – М.: Мир, 1982 – 328 с.
2. *Холл П.* Вычислительные структуры: введение в нечисленное программирование. – М.: Мир, 1978 − 214 с.
3. *Шнейдерман Б.* Психология программирования: человеческие факторы в вычислительных и информационных системах. – М.: Радио и связь, 1984 − 304 с.
4. *Bastani F.B., Iyengar S.S.* The effect of data structures on the logical complexity of programs // CACM. − 1987. V. 30, N 3, − P. 250 − 259.
5. *Методология* и технология программирования. – М.: Информприбор, 1989. − 40 с.
6. *Акуловский В.Г.* Основы алгебры алгоритмов, базирующейся на данных // Проблеми програмування. – 2010. – № 2-3. – С. 89 – 96.
7. *Акуловский В.Г.* Некоторые аспекты формализации данных и декомпозиция Д-операторов // Проблеми програмування. – 2009. – № 4 – С. 3 – 10.
8. *Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л.* Алгебра. Языки. Программирование. – Киев: Наук. думка, 1978. – 319 с.
9. *Ф.И. Андон, А.Е. Дорошенко, Г.Е. Цейтлин, Е.А. Яценко.* Алгеброалгоритмические модели и методы параллельного программирования. – К.:Академперіодика, 2007. – 634 с.
10. *Цейтлин Г.Е.* Введение в алгоритмику. – Киев: Сфера, 1998. – 310 с.
11. *Яблонский С.В.* Введение в дискретную математику: учебн. Пособие для вузов / Под. Ред. В.А. Садовниченко. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2002. – 384 с.



***Об авторах:***

*Дорошенко Анатолий Ефимович,*
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом теории компьютерных вычислений Института программных систем НАН Украины

*Акуловский Валерий Григорьевич,*
кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий Академии таможенной службы Украины.

***Место работы авторов*:**

Институт программных систем
НАН Украины, 03187, Киев
просп. Академика Глушкова, 40, корп. 5.
тел.: (044) 526 3559.
e-mail: dor@isofts.kiev.ua

Академия таможенной службы Украины.
49000, Днепропетровск,
ул. Дзержинского 2 / 4.
моб. тел.: 050 941 0566
e-mail: valeryakulovskiy@rambler.ru