

УДК 551.465

СПЕКТР ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ОПТИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ МОРСКОЙ ВОДЫ

В. В. НИКИШОВ, В. И. НИКИШОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 15.09.97

Проведен анализ поведения спектров флуктуаций показателя преломления E_n в турбулентной водной среде в случае, когда флуктуации показателя преломления n определяются флуктуациями температуры T' и солёности S' . Для локально однородной и изотропной турбулентности найдено выражение для спектра E_n , зависящее от скоростей диссипации (выравнивания) флуктуаций температуры и солёности, которые вместе со скоростью диссипации турбулентной энергии определяют статистический режим флуктуаций оптического показателя преломления. Параметризация указанных скоростей диссипации была проведена с использованием градиентной гипотезы. Показано, что в спектре E_n в зависимости от вкладов флуктуаций температуры и солёности в флуктуации оптического показателя преломления могут наблюдаться области аномального поведения, в частности, могут возникать локальные экстремумы.

Проведено аналіз поведінки спектрів флуктуацій показника заломлення E_n в турбулентному водному середовищі у випадку, коли флуктуації показника заломлення n визначаються флуктуаціями температури T' та солоності S' . Для локально однорідної й ізотропної турбулентності знайдено вираз для спектру E_n , що залежить від швидкостей дисипації (вирівнювання) флуктуацій температури та солоності, які разом зі швидкістю дисипації турбулентної енергії визначають статистичний режим флуктуацій оптичного показника заломлення. Параметризація вказаних швидкостей дисипації була проведена з використанням градієнтної гіпотези. Показано, що в спектрі E_n в залежності від внесків флуктуацій температури та солоності в флуктуації оптичного показника заломлення можуть спостерігатися області аномальної поведінки, тобто можуть виникати локальні екстремуми.

The behaviour of the spectrum of refractive index fluctuations E_n in a turbulent fluid, when fluctuations of the refractive index n are determined by the temperature T' and salinity S' fluctuations, is analyzed. The spectrum E_n is found for the homogeneous and isotropic turbulence depending on the dissipation rates of the temperature and salinity fluctuations that set the statistical regime of the refractive index fluctuation. Parametrization of these dissipation rates was fulfilled by using gradient hypothesis. It is found that the spectrum E_n has regions of anomalous behaviour depending on the contributions of the temperature and salinity fluctuations in the refractive index fluctuations. It is demonstrated that the local extremums of the spectrum can be arisen.

1. ВВЕДЕНИЕ

При распространении света в среде со случайными неоднородностями происходят изменения амплитуды волны, фазы, угла прихода. Эти возмущения носят случайный характер. Одной из причин появления указанных возмущений является турбулентность, которая, например, в стратифицированной атмосфере обуславливает существование случайных флуктуаций температуры и влажности, определяющих флуктуации оптического показателя преломления. Это приводит к значительным искажениям оптических волновых полей. Актуальность исследований флуктуаций оптических волн в турбулентной атмосфере связана с необходимостью получения точных количественных данных о характеристиках видимого и инфракрасного излучения при интерпретации данных радиационных наблюдений с искусственных спутников, при получении данных астрофизических наблюдений, свободных от влияния земной атмосферы и др. Особый интерес к таким исследованиям связан с использованием оптиче-

ских квантовых генераторов в системах связи, передачи информации, дальнеметрирования, локации и др. Действительно, информационная емкость оптических линий связи, пространственно-временное разрешение лазерных локаторов, точность геодезических лазерных оптических приборов и другие технические характеристики оптических систем могут быть оценены только с учетом флуктуаций оптических полей [1, 2].

Теоретические основы изучения характеристик световой волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, разработаны в монографиях [3–6]. В этих работах показано, что статистические характеристики флуктуаций параметров световой волны (фазы, угла прихода, амплитуды) зависят от спектра флуктуаций температуры. Как правило, для расчетов использовалась модель спектра флуктуаций температуры [4], которая для больших масштабов соответствует закону Обухова-Коррзина $E_T \approx k^{-5/3}$ (инерционный интервал), для малых масштабов спектр затухает по экспоненциальному закону (диссипативный интервал). Здесь k – волновое число. Сравнение с

данными натурных измерений показывает достаточно хорошее соответствие результатов [1–4].

Аналогичные вопросы распространения света в турбулентной водной среде, в частности, в морской воде, изучены в меньшей степени. Оптический показатель преломления морской воды n определяется в реальных условиях, в основном, температурой T и соленостью S . В инерционно-конвективном интервале спектры флуктуаций температуры E_T и солености E_S , как и в атмосфере, описываются законом Обухова-Коррзина: $E_T \approx k^{-5/3}$ и $E_S \approx k^{-5/3}$ [4]. Для малых масштабов (большие k) ситуация становится более сложной по сравнению с атмосферой. Характерной особенностью водной среды является то, что кинематический коэффициент вязкости ν значительно превышает молекулярный коэффициент температуропроводности χ_T и тем более молекулярный коэффициент переноса соли χ_S : $\nu \gg \chi_T \gg \chi_S$. Это приводит к тому, что в области малых масштабов, где вязкость уже оказывает существенное влияние на флуктуации скорости, влияние температуропроводности и диффузии соли на флуктуации температуры и солености еще незначительно. В этом вязко-конвективном спектральном интервале (интервале Бэтчелора) спектры флуктуаций температуры и солености пропорциональны k^{-1} : $E_T \approx k^{-1}$, $E_S \approx k^{-1}$ [4], а спектр флуктуаций скорости затухает по экспоненциальному закону. Таким образом, спектр флуктуаций температуры и других примесей в водной среде существенно отличается от аналогичных спектров в атмосфере. Анализ статистических характеристик световой волны, распространяющейся в турбулентной водной среде, когда оптический показатель преломления n определяется одной компонентой (температурой T или соленостью S), выполнен Хиллом [7]. Зависимость флуктуаций n' от флуктуаций температуры T' и солености S' вносит свои особенности в поведение спектра E_n .

В данной работе рассматриваются спектральные характеристики турбулентных флуктуаций температуры и солености. Получена новая аппроксимационная формула, описывающая спектр флуктуаций оптического показателя преломления в случае, когда флуктуации последнего определяются изменениями температуры и солености, анализируется взаимное влияние этих флуктуаций. Рассматривается связь статистических характеристик флуктуаций показателя преломления с характеристиками осредненных полей температуры и солености. Проведена параметризация коэффи-

циентов турбулентного переноса на основе градиентной гипотезы. Приведены результаты расчетов спектра с привлечением данных океанографических наблюдений.

2. СПЕКТР ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ (СОЛЕННОСТИ)

Турбулентность является сложным вихревым течением жидкости, которое характеризуется многомасштабностью движений. Она является следствием неустойчивости движения жидкости по отношению к неизбежно возникающим возмущениям в потоке. При больших значениях числа Рейнольдса $Re = U_0 L_0 / \nu$, которое определяет степень интенсивности турбулентных движений жидкости, влияние таких характеристик внешнего потока, как анизотропия, неоднородность и нестационарность, будет ослабевать по мере уменьшения масштабов вихрей вследствие хаотичности процесса передачи энергии от крупномасштабных вихрей к мелкомасштабным путем дробления. Здесь U_0, L_0 - характерные значения скорости и размера области, занятой жидкостью. В результате статистический режим мелкомасштабных флуктуаций скорости становится однородным, изотропным и стационарным, а также не зависящим от особенностей внешних течений. Он определяется только потоком энергии, передаваемым от крупных вихрей к малым (каскадный перенос энергии). Вязкость оказывает влияние, главным образом, на вихри очень малых размеров. Именно в таком мелкомасштабном движении осуществляется переход кинетической энергии в тепло. При этом, количество энергии, передаваемой от внешнего потока к локально однородным и изотропным движениям, на которые вязкость еще не оказывает заметного действия, будет равно количеству энергии, которое диссипирует в мелкомасштабных вихрях. Величина каскадного потока энергии соответствует скорости диссипации энергии турбулентности. Таким образом, осредненное течение воздействует на режим мелкомасштабных флуктуаций только косвенно, через величину потока энергии, который передается по каскаду и в конце концов рассеивается, переходя в тепло.

При рассмотрении флуктуаций поля температуры будем считать, что неоднородности температуры не оказывают заметного влияния на турбулентный режим движения жидкости. Естественно ожидать, что в рассматриваемом случае и режим флуктуаций температуры, вызываемых перемещением объемов жидкости с различной температурой, также будет локально одно-

родным и изотропным. Отметим, что в натуральных условиях неоднородности распределения температуры (и солености) могут оказывать заметное влияние на движение жидкости в поле сил тяжести. Известно [4, 8], что этому влиянию подвергаются, в первую очередь, крупномасштабные движения. Это приводит к тому, что в океане даже при наличии сил плавучести имеются области с развитой турбулентностью, в частности при измерениях регистрируется инерционный и инерционно-конвективный интервалы спектров флуктуаций скорости и температуры [8].

В процессе разрушения крупномасштабных вихрей происходит дробление макроструктурных неоднородностей температуры на все более мелкомасштабные. В пространственных областях малого масштаба среднюю температуру $\langle T \rangle$ можно считать практически постоянной, поэтому характеристикой степени неоднородности в таких областях будет значение флуктуации температуры $T' = T - \langle T \rangle$. Следуя работе [9], примем за меру температурной неоднородности объема величину

$$H = \frac{1}{2} \rho \int_V \langle (T')^2 \rangle dV,$$

где ρ - плотность жидкости, т.е. будем считать, что степень температурной неоднородности характеризуется величиной $(T')^2/2$. Известно, что режим турбулентных флуктуаций температуры будет определяться не только динамическими характеристиками среды (ϵ и ν), но и скоростью уменьшения меры температурной неоднородности $(T')^2/2$, т.е. скоростью диссипации (выравнивания) флуктуаций температурного поля ϵ_T , а также молекулярным коэффициентом температуропроводности χ_T .

Переходя к рассмотрению спектральных характеристик турбулентных флуктуаций температуры, введем следующие характерные значения волновых чисел k (спектральной переменной): k_K - волновое число Колмогорова, характеризующее влияние вязкости; $k_B^T = \epsilon/\nu\chi_T^2$, $k_B^S = \epsilon/\nu\chi_S^2$, - волновые числа Бэтчелора, характеризующие влияние температуропроводности и диффузии соли, соответственно; k_L - волновое число энергонесущих вихрей, т.е. крупномасштабных вихрей, в которых сосредоточена основная часть энергии потока.

Запишем уравнение переноса тепла в вязкой, теплопроводной, несжимаемой жидкости в виде [3]

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \chi_T \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}, \quad (1)$$

где t - время; $v_i (i = 1, 2, 3)$ - компоненты вектора скорости потока; T - температура жидкости. Вводя осредненные значения скорости $\langle v_i \rangle$ и $\langle T \rangle$ температуры, которые в данном разделе будем считать постоянными, запишем $v_i = \langle v_i \rangle + v'_i$, $T = \langle T \rangle + T'$, где v'_i , T' - флуктуирующие части скорости и температуры соответственно. Тогда из (1) получаем

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \langle v_i \rangle \frac{\partial T'}{\partial x_i} + v'_i \frac{\partial T'}{\partial x_i} = \chi_T \frac{\partial^2 T'}{\partial x_i^2}. \quad (2)$$

Рассматривая это уравнение в двух точках А и В, для корреляционной функции флуктуаций температуры

$$\Psi_{TT}(t, \xi_i) = \langle T'_A T'_B \rangle$$

в предположении статистической однородности и изотропии получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{TT}(t, \xi_i) - 2 \frac{\partial}{\partial \xi_i} \Omega_{T_i, T}(t, \xi_i) = \\ = 2\chi_T \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} \Psi_{TT}(t, \xi_i), \end{aligned} \quad (3)$$

где переменная $\xi_i = (x_i)_B - (x_i)_A$.

Введем скаляр

$$\Omega_{TT}^* = 2 \frac{\partial}{\partial \xi_i} \Omega_{T_i, T}.$$

Поскольку функции Ψ_{TT} и $\Omega_{T_i, T}$ зависят только от расстояния между рассматриваемыми точками, переходим к переменным t и r . В результате получаем уравнение, описывающее изменение корреляции флуктуаций температурного поля [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{TT}(t, r) - \Omega_{TT}^*(t, r) = \\ = 2\chi_T \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial}{\partial r} \Psi_{TT}(t, r) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Применяем к этому уравнению трехмерное преобразование Фурье по пространственным переменным. Учитывая изотропность флуктуаций температурного поля, переходим к сферическим переменным и после вычисления интегралов по угловым переменным находим спектральный аналог уравнения (4):

$$\frac{\partial}{\partial t} E_T(t, k) - W_T(t, k) = -2\chi_T k^2 E_T(t, k), \quad (5)$$

где $E_T(t, k) = 4\pi k^2 E_{TT}(t, k)$ - трехмерная спектральная плотность. Уравнение (5) описывает изменение во времени спектрального распределения

интенсивности распределения флуктуаций температуры. Функция $W_T(t, k)$ описывает перераспределение возмущений поля температуры по спектру волновых чисел за счет турбулентного перемешивания. Проинтегрировав уравнение (5) по всему спектру волновых чисел, получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty E_T(t, k) dk = -2\chi_T \int_0^\infty k^2 E_T(t, k) dk. \quad (6)$$

Левая часть этого уравнения представляет собой скорость изменения общей энергии флуктуаций, т.е. скорость диссипации энергии флуктуаций температуры ϵ_T . Отсюда следует условие нормировки турбулентного спектра [4]

$$2\chi_T \int_0^\infty k^2 E_T(t, k) dk = \epsilon_T. \quad (7)$$

Известно, что система уравнений, описывающих турбулентные движения жидкости, является незамкнутой. Для решения проблемы замыкания используются различные гипотезы, многие из которых описаны в монографии [4]. Одним из путей решения проблемы замыкания является использование спектральных уравнений и разработка соответствующих подходов к решению проблемы. Это в равной мере относится и к уравнениям, описывающим поведение турбулентных флуктуаций температурного поля. Уравнение (5) является основным спектральным уравнением, используемым для этих целей. Анализ существующих гипотез, с помощью которых можно замкнуть уравнение (5), приведен в [4]. Плодотворным путем решения проблемы является введение скалярной спектральной потоковой функции F_T :

$$W_T(t, k) = -\frac{\partial F_T(t, k)}{\partial k}, \quad (8)$$

и установление связи $F_T(t, k)$ с $E_T(t, k)$.

Одной из таких моделей, предложенных для стационарного случая, является модель Коррзина-Пао [10, 11], в которой предполагается, что спектральный элемент, характеризуемый вначале волновым числом k и временем τ , переносится к большему волновому числу $k+dk$ за интервал $d\tau$. Здесь $\tau(k)$ - временной масштаб, получаемый из анализа размерностей. Авторы ввели в рассмотрение скорость $B(k)$, с которой происходит перенос спектрального элемента через волновое число k , $B(k) = dk/d\tau \approx k/\tau(k)$. Тогда

$$F_T(k) = B(k)E_T(k). \quad (9)$$

Рассматриваемая модель основана на предположении о локальности переноса энергии по спектру.

Обоснованность модели подтверждается результатами моделирования процесса переноса энергии в однородной изотропной турбулентности путем численного решения уравнения Навье-Стокса, записанного в пространстве волновых чисел, на основе триадных взаимодействий спектральных компонент. Эти взаимодействия, для которых выполняется условие $k_1 = k_2 + k_3$, где k_i , ($i = 1, 2, 3$) - волновые числа спектральных компонент, являются основным процессом передачи энергии по спектру [14]. Было показано [12, 15], что в инерционном интервале основной вклад в перенос энергии дают локальные взаимодействия, между тем как в диссипативном интервале значителен вклад нелокальных взаимодействий. Однако во всех случаях перенос носит преимущественно локальный характер. Ситуация, когда нелокальные взаимодействия приводят к локальному переносу энергии, связана с тем, что обмен энергии происходит, в основном, между двумя спектральными компонентами с большими волновыми числами (картина такого взаимодействия описана Фришем [17]), а вклад низкочастотной компоненты мал [14]. Аналогичные выводы сделаны в работах [13, 15]. Таким образом, результаты численного моделирования подтверждают основную предпосылку, на которой базируется модель Коррзина-Пао, о локальности переноса энергии по спектру.

В инерционно-конвективном спектральном интервале $k_L \ll k \ll k_K$ (интервал Обухова-Коррзина) из соображений размерности имеем $\tau \approx \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$, тогда в результате решения уравнения (5) получаем $E_T \approx k^{-5/3}$ - закон Обухова-Коррзина. В вязко-конвективном интервале $k_K \ll k \ll k_B$ (интервал Бэтчелора) $\tau \approx \gamma^{-1}$, где γ - скорость деформации, $\gamma = (\epsilon/\nu)^{1/2}$, в результате имеем $E_T \approx k^{-1}$, т.е. спектр Бэтчелора. Обобщенная модель разработана в работе [20], где указанная скорость представлена в виде

$$B(k) = \frac{C_0 k}{\tau_1 + \tau_2}. \quad (10)$$

Здесь C_0 - постоянная Обухова-Коррзина; $\tau_1 \approx \epsilon^{-1/3} k^{-2/3}$; $\tau_2 = C_1 \gamma^{-1}$; свободный параметр C_1 определяется из сравнения с экспериментальными данными. Используя зависимости (8), (9) и (10), уравнение (5) в стационарном случае можно представить в виде

$$A_T^{-1} \frac{d}{dk} \left[\frac{y^{5/3}}{1 + y^{2/3}} E_T(y) \right] = -2y^2 E_T y, \quad (11)$$

где $y = C_1^{3/2}$, $A_T = C_0 C_1^{-2} \text{Pr}^{-1}$, $\text{Pr} = \nu/\chi_T$. Решение должно удовлетворять условию нормировки

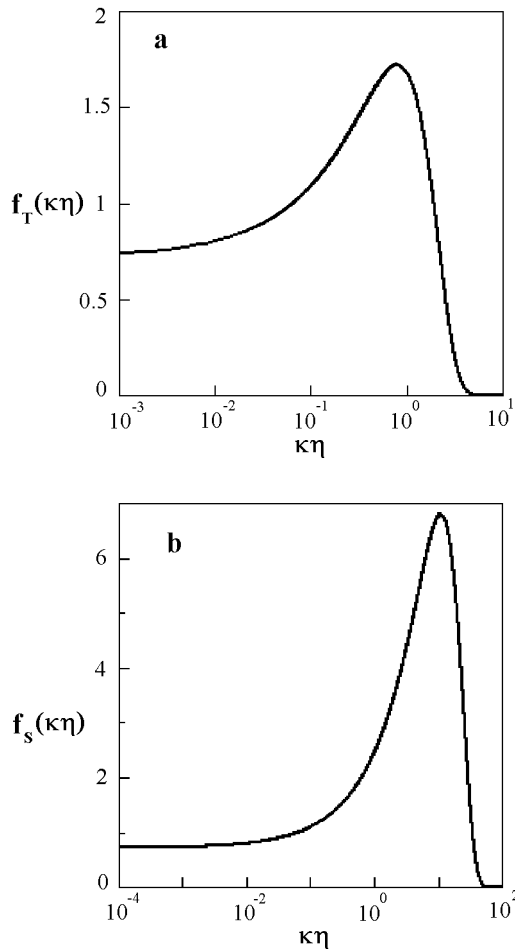


Рис. 1. Спектры флуктуаций температуры и солености

(7). В результате получаем следующее выражение для спектра [20]:

$$E_T(y) = \frac{C_0 C_1^{-5/2} \epsilon_T}{k^3 \nu} y^{-5/3} \left(1 + y^{2/3}\right) \times \exp\left[-A_T \left(\frac{3}{2} y^{4/3} + y^2\right)\right]. \quad (12)$$

Возвращаясь к переменной k , запишем

$$E_T(k) = C_0 \epsilon^{-1/3} \epsilon_T k^{-5/3} \left[1 + C_1 (k\eta)^{2/3}\right] \times \exp\left\{-A_T \left[\frac{3}{2} C_1^2 (k\eta)^{4/3} + C_1^3 (k\eta)^2\right]\right\}. \quad (13)$$

Сравнение с рядом экспериментальных данных показало [20], что эта формула достаточно хорошо описывает спектр флуктуаций температурного поля, при этом свободный параметр $C_1 \simeq 2.35$. Кроме того, известно [4, 7], что постоянная Обухова-Коррзина $C_0 \simeq 0.72$. Отметим, что

спектр флуктуаций солености описывается аналогичной формулой. Отличие заключается в том, что вместо ϵ_T должна стоять ϵ_S и вместо $A_T - A_S = C_0 C_1^{-2} \chi_S / \nu$. Поскольку $\chi_S \ll \chi_T$, то молекулярные эффекты влияют на турбулентные флуктуации температуры при более крупных пространственных масштабах, чем это имеет место для флуктуаций солености. Это приводит к заметным различиям спектров в области больших волновых чисел.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены графики для функций $f_T(k\eta) = \epsilon_T^{-1} \epsilon^{1/3} k^{5/3} E_T(k)$ (рис. 1,а) и $f_S(k\eta) = \epsilon_S^{-1} \epsilon^{1/3} k^{5/3} E_S(k)$ (рис. 1,б), где $E_T(k)$ и $E_S(k)$ - спектры флуктуаций температуры и солености.

Видно, что в инерционно-конвективном интервале, где $E_T(k) \approx k^{-5/3}$ и $E_S(k) \approx k^{-5/3}$, функции $f_T(k\eta)$ и $f_S(k\eta)$ близки к горизонтальным линиям и стремятся к постоянной Обухова-Коррзина $C_0 \approx 0.72$. При больших значениях $k\eta$ в спектрах флуктуаций температуры и солености имеются вязко-конвективные интервалы (интервалы Бэтчелора), где спектры пропорциональны k^{-1} , т.е. $f_T(k\eta) \approx (k\eta)^{2/3}$ и $f_S(k\eta) \approx (k\eta)^{2/3}$, и на рисунках мы видим подъем кривых. При дальнейшем увеличении $k\eta$ начинается влияние экспоненты в зависимости (13), и кривые быстро стремятся к нулю. Эти части соответствуют вязко-диффузионным интервалам спектров. Отметим, что в атмосфере нет вязко-конвективного интервала. Это приводит к тому, что на графиках спектров не будет наблюдаться подъема кривых, а сразу за инерционно-конвективным интервалом спектр резко уменьшается по экспоненциальному закону.

3. СПЕКТР ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ОПТИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

В отличие от атмосферы, где изменения оптического показателя преломления определяется во многих случаях только флуктуациями температуры, в морской среде изменения зависят от флуктуаций температуры и солености. Известные зависимости n от T' и S' описываются полиномами высокой степени и являются достаточно громоздкими [21]. Ограничиваясь линейным приближением, запишем для флуктуирующей части оптического показателя преломления

$$n = -\alpha T' + \beta S', \quad (14)$$

где $\alpha = 2.6 \cdot 10^{-4} 1 / \text{град}$; $\beta = 1.75 \cdot 10^{-4} \text{л/г}$.

Перейдем теперь к нахождению выражения, которое описывает спектр турбулентных флуктуаций оптического показателя преломления морской воды. Рассмотрим спектр флуктуаций поля некоторой величины J , являющейся функцией скалярных величин P и Q , которые имеют молекулярные коэффициенты переноса χ_P и χ_Q , соответственно.

Отметим, что статистическое поведение многокомпонентной смеси в локально-однородной и изотропной турбулентности изучалось в ряде работ применительно к проблемам горения, работы химических реакторов и др. Так, в работе [18] получены выражения для спектров флуктуаций концентрации смеси при наличии химической реакции первого рода. Изучено поведение спектра концентраций в области больших волновых чисел для случая равенства молекулярных коэффициентов диффузии компонент смеси. Такой же случай рассмотрен в работе [23], где изучен спектр флуктуаций смеси, состоящей из двух компонент. Лагранжева стохастическая модель была использована в работе [19] для вычисления корреляции между двумя первоначально сегрегированными компонентами с одинаковыми молекулярными коэффициентами диффузии. Прямое численное моделирование диффузии пассивных скалярных величин с различными молекулярными коэффициентами диффузии в стационарной изотропной турбулентности выполнено в работе [12], а с учетом влияния средних градиентов скалярных величин – в работе [16]. В этих работах основное внимание уделялось изучению роли различных классов триадных взаимодействий в каскадном процессе переноса энергии. Как правило, в этих работах числа Шмидта, относящиеся к отдельным компонентам смеси, не превышали единицу и отличались друг от друга не более, чем в 4 раза. Было продемонстрировано, что скалярные поля, которые идентичны в начальный момент времени, постепенно теряют коррелированность из-за влияния диффузии, причем влияние различных коэффициентов диффузии сначала проявляется в области малых масштабов, а затем простирается в область больших масштабов. Другими словами, возникает своеобразный обратный каскадный процесс. Показано, что при наличии среднего градиента скалярных величин постепенно в жидкости устанавливается статистически стационарный режим.

Возвращаясь к выводу выражения для спектра E_n , положим, что $J = P + Q$. Тогда корреляционная функция флуктуаций величины J может быть представлена в виде

$$\langle J'_A J'_B \rangle = \langle P'_A P'_B \rangle + \langle Q'_A Q'_B \rangle + 2\langle P'_A Q'_B \rangle, \quad (15)$$

поскольку в локально однородной и изотропной турбулентности $\Psi_{PQ} = \langle P'_A Q'_B \rangle = \langle P'_B Q'_A \rangle$. Повторяя процедуру, использованную в предыдущем разделе, нетрудно получить уравнения, которые описывают поведение корреляций $\langle P'_A P'_B \rangle$ и $\langle Q'_A Q'_B \rangle$. Применяв затем преобразования Фурье, можно найти выражения для спектров $E_P(k)$ и $E_Q(k)$.

Перейдем теперь к определению взаимного спектра $E_{PQ}(k)$, следуя процедуре, описанной в предыдущем разделе при нахождении $E_T(k)$. По аналогии с уравнением (2) запишем уравнение переноса флуктуаций скалярной величины P' в точке А и умножим его на значение Q' в точке В. Затем уравнение для P' , записанное в точке В, умножим на Q'_A . Аналогичную процедуру выполним для пульсаций скалярной величины Q' . Затем складываем эти четыре уравнения и после осреднения получаем

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi_i} \langle [(v'_i)_B - (v'_i)_A] P'_A Q'_B \rangle + \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \langle [(v'_i)_B - (v'_i)_A] P'_B Q'_A \rangle = \\ & = 2\chi_P \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} \langle P'_A Q'_B \rangle + 2\chi_Q \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} \langle P'_A Q'_B \rangle, \quad (16) \end{aligned}$$

где $\xi_i = (x_i)_B - (x_i)_A$. Проводя дальнейшие преобразования, с учетом

$$\langle (v'_i)_B P'_A Q'_B \rangle = -\langle (v'_i)_A P'_B Q'_A \rangle$$

находим

$$-\frac{\partial}{\partial \xi_i} (\Omega_{Q_i, P} \Omega_{P_i, Q}) = (\chi_P + \chi_Q) \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} \Psi_{PQ}. \quad (17)$$

Вводя скаляры

$$\Omega_{PQ}^* = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \Omega_{P_i, Q}, \quad \Omega_{QP}^* = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \Omega_{Q_i, P}, \quad (18)$$

и учитывая, что функции Ψ_{PQ} , Ω_{PQ}^* , Ω_{QP}^* зависят только от расстояния между рассматриваемыми точками, переходим в уравнении (17) к переменной r . Как и ранее, применяем трехмерное преобразование Фурье по пространственным переменным к получаемому уравнению, а затем переходим к сферическим переменным и после вычисления интегралов по угловым переменным получаем спектральный аналог уравнения (17)

$$\tilde{W}_{PQ}^* + \tilde{W}_{QP}^* = (\chi_P + \chi_Q) k^2 \tilde{E}_{PQ}. \quad (19)$$

Переходя далее к трехмерной спектральной плотности $E_{PQ} = 4\pi k^2 \tilde{E}_{PQ}$, вводим аналог функции

$W_T(k)$: $W_{PQ} = 8\pi k^2 (\tilde{W}_{PQ}^* + \tilde{W}_{QP}^*)$ и тогда уравнение (19) принимает вид

$$W_{PQ} = (\chi_P + \chi_Q) k^2 E_{PQ}. \quad (20)$$

Отметим, что в случае $P = Q$ уравнение (20) переходит в уравнение (5) (стационарный случай). Далее по аналогии с (8) вводим скалярную спектральную потоковую функцию F_{PQ} :

$$W_{PQ} = -\frac{\partial F_{PQ}}{\partial k}, \quad (21)$$

которую, основываясь на модели Хилла, представляем в виде

$$F_{PQ}(k) = B(k) E_{PQ}(k), \quad (22)$$

где $B(k)$ – условная скорость переноса возмущений через точку спектра k , имеет вид (10). Подставляя (21) и (22) в уравнение (20) и используя зависимость (10), получаем

$$A_{PQ}^{-1} \frac{d}{dy} \left[\frac{y^{5/3}}{1 + y^{2/3}} E_{PQ}(y) \right] = -2y^2 E_{PQ}(k), \quad (23)$$

где $y = C_1^{3/2} k/k_K$; $A_{PQ} = 0.5 C_0 C_1^{-2} (\chi_P + \chi_Q) \nu^{-1}$. Решая это уравнение с учетом условия нормировки

$$(\chi_P + \chi_Q) \int_0^\infty k^2 E_{PQ}(k) dk = \epsilon_{PQ}, \quad (24)$$

которое является аналогом условия (7) (при $P = Q$ выражение (24) принимает вид (7)), находим

$$E_{PQ}(y) = R \epsilon_{PQ} y^{-5/3} (1 + y^{2/3}) \exp(-A_{PQ} Y), \quad (25)$$

где $R = C_0 C_1^{-5/2} k_K^{-3} \nu^{-1}$, $Y = 1.5 \cdot y^{4/3} + y^2$. В итоге, основываясь на зависимости (15), получаем выражение для спектра турбулентных флуктуаций величины J

$$E_J = R y^{-5/3} (1 + y^{2/3}) (G_P + G_Q + 2G_{PQ}), \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} G_P &= \epsilon_P \exp(-A_P Y), & G_Q &= \epsilon_Q \exp(-A_Q Y), \\ G_{PQ} &= \epsilon_{PQ} \exp(-A_{PQ} Y), & A_{PQ} &= C_0 C_1^{-2} \\ A_P &= C_0 C_1^{-2} \chi_P \nu^{-1}, & A_Q &= C_0 C_1^{-2} \chi_Q \nu^{-1}. \end{aligned}$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

I. $y \ll 1, A_P, A_Q, A_{PQ} \ll 1$. Это соответствует инерционно-конвективному интервалу $k_L \ll k \ll k_K$ (интервал Обухова-Коррзина). Раскладывая экспоненты в (26) в ряды и оставляя первые

члены в каждом разложении, а также учитывая малость y , получаем

$$E_J = C_0 \epsilon^{-1/3} (\epsilon_P + \epsilon_Q + 2\epsilon_{PQ}) k^{-5/3} \quad (27)$$

– закон Обухова-Коррзина. Здесь величина $\epsilon_J = \epsilon_P + \epsilon_Q + 2\epsilon_{PQ}$ – скорость диссипации (выравнивания) флуктуаций поля величины [22].

II. $y \gg 1, A_P, A_Q, A_{PQ} \ll 1$. Здесь $k_K \ll k$, т.е. мы находимся в вязко-конвективном интервале (интервал Бэтчелора). После соответствующих разложений находим

$$E_J = C_0 C_1 \tau_\eta (\epsilon_P + \epsilon_Q + 2\epsilon_{PQ}) k^{-1} \quad (28)$$

– спектр Бэтчелора.

III. $A_P \gg 1, A_Q \gg 1, A_{PQ} \gg 1$. Как и следовало ожидать, спектр затухает по экспоненциальному закону. Это вязко-диффузионный интервал.

Возвращаясь к переменной k , запишем выражение для спектра флуктуаций оптического показателя преломления. В итоге, учитывая (14), имеем

$$\begin{aligned} E_n(k) &= C_0 \epsilon^{-1/3} k^{-5/3} \left[1 + C_1 (k\eta)^{2/3} \right] \times \\ &\times [G_T(k) + G_S(k) - 2G_{TS}(k)], \quad (29) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G_T(k) &= \alpha^2 \epsilon_T \exp(-A_T \delta), \\ G_S(k) &= \beta^2 \epsilon_S \exp(-A_S \delta), \\ G_{TS}(k) &= \alpha \beta \epsilon_{TS} \exp(-A_{TS} \delta), \\ A_T &= C_0 C_1^{-2} \chi_T \nu^{-1}, & A_S &= C_0 C_1^{-2} \chi_S \nu^{-1}, \\ A_{TS} &= 0.5 C_0 C_1^{-2} (\chi_T + \chi_S) \nu^{-1}, \\ \delta &= \frac{3}{2} C_1^3 (k\eta)^{4/3} + C_1^3 (k\eta)^2. \end{aligned}$$

В случае, когда молекулярные коэффициенты переноса равны, т.е. $\chi_T = \chi_S$, зависимость (29) переходит в выражение для спектра, найденное в работе [23].

Локальная структура полей скалярных величин (плотность, оптический показатель преломления и др.), определяемая флуктуациями двух других скалярных полей с разными молекулярными коэффициентами переноса, в локально-однородной и изотропной турбулентности в инерционно-конвективном и вязко-конвективном интервалах рассматривалась в [31, 32]. Было показано, что скорость диссипации (выравнивания) флуктуаций поля такой скалярной величины имеет вид

$$\epsilon_n = \alpha^2 \epsilon_T + \beta^2 \epsilon_S - 2\alpha \beta \epsilon_{TS}. \quad (30)$$

4. СВЯЗЬ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ОСРЕДНЕННЫХ ПОЛЕЙ

В полученное выше выражение, которое описывает спектр локально-однородных и изотропных турбулентных флуктуаций оптического показателя преломления, входят величины, характеризующие диссипацию (выравнивание) флуктуаций температуры и солености, т.е. $\epsilon_T, \epsilon_S, \epsilon_{TS}$. Рассмотрим их связь с внешними параметрами среды, в частности с осредненными профилями температуры и солености. Сначала остановимся на случае температурного поля. Температурные флуктуации возникают в турбулентной водной среде, если имеется зависимость среднего значения температуры от координаты, чаще всего от вертикальной. При турбулентном перемешивании жидкие частицы перемещаются на некоторое расстояние, где температура окружающей жидкости отличается от их собственной, т.е. возникает флуктуация температуры. Когда имеется градиент осредненной температуры, то для поддержания статистически стационарного режима необходимы внешние источники тепла U_T , которые поддерживали бы этот профиль. Тогда уравнение переноса температуры с учетом уравнения несжимаемости можно представить в виде (сравни с выражением (1))

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \chi_T \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + U_T(x_i). \quad (31)$$

Здесь полагаем, что $\langle v_i \rangle$ и $T = \langle T \rangle + T'$, однако теперь $\langle T \rangle = T_0(x_i)$. Осредним уравнение (31) и вычтем полученное уравнение из (31):

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (v'_i T_0 + v'_i T' - \langle v'_i T' \rangle) - \chi_T \frac{\partial^2 T'}{\partial x_i^2} = 0. \quad (32)$$

Умножим это уравнение на T' и осредним. Для стационарного режима, который здесь рассматривается, получим

$$\left\langle T' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i T_0 \right\rangle + \left\langle T' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i T' \right\rangle - \left\langle T' \frac{\partial}{\partial x_i} \chi_T \frac{\partial}{\partial x_i} \right\rangle = 0. \quad (33)$$

После некоторых преобразований это уравнение может быть представлено в виде

$$\left\langle T' v'_i \right\rangle \frac{\partial T_0}{\partial x_i} + \chi_T \left\langle \left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left\langle \left(\chi_T T' \frac{\partial T'}{\partial x_i} \right) \right\rangle - \frac{1}{2} \left\langle v'_i (T')^2 \right\rangle \right] = 0. \quad (34)$$

В локально-однородной и изотропной турбулентности корреляция соленоидального поля v'_i и скалярного поля $(T')^2$ равна нулю [3, 4], а в силу однородности флуктуаций температуры $\langle (T')^2 \rangle = const$. Отсюда следует, что последний член (дивергенция случайного поля) равен нулю. Хотя в данном случае температурное поле не является однородным, так как T_0 зависит от координат. Однако при условии, что $grad T_0 = const$, в случае локально изотропной турбулентности все остается в силе [3]. Тогда уравнение (34) принимает вид

$$\epsilon_T = \chi_T \left\langle \left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle = - \langle T' v'_i \rangle \frac{\partial T_0}{\partial x_i}, \quad (35)$$

где ϵ_T – скорость диссипации флуктуаций температурного поля [4]. Уравнение (35) можно получить также, исходя из физических соображений, если предположить, что продукция температурных флуктуаций турбулентными движениями уравновешивается диссипацией этих флуктуаций молекулярными процессами [8]. Аналогичное уравнение может быть записано и для скорости диссипации флуктуаций солености. Рассмотрим далее связь ϵ_{TS} с градиентами средних значений температуры и солености. Сначала запишем уравнение, аналогичное (31), для солености:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v_i \frac{\partial S}{\partial x_i} = \chi_S \frac{\partial^2 S}{\partial x_i^2} + U_S(x_i). \quad (36)$$

Осредняем его и вычитаем из исходного, а затем результат умножаем на T' . Такую же процедуру проделываем с (31), т.е. вычитаем из уравнения (31) осредненное уравнение, результат умножаем на S' и складываем полученные уравнения. После преобразований находим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} T' S' + S' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i T_0 + T' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i S_0 + \\ & + S' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i T' + T' \frac{\partial}{\partial x_i} v'_i S' - \\ & - S' \frac{\partial}{\partial x_i} \langle v'_i T' \rangle - T' \frac{\partial}{\partial x_i} \langle v'_i S' \rangle - \\ & - \chi_T S' \frac{\partial^2 T'}{\partial x_i^2} - \chi_S T' \frac{\partial^2 S'}{\partial x_i^2} = 0. \end{aligned}$$

Осредняем это уравнение, учитывая, что рассматриваем стационарный случай. В результате имеем

$$\begin{aligned} & \langle S' v'_i \rangle \frac{\partial T_0}{\partial x_i} + \langle S' v'_i \rangle \frac{\partial S_0}{\partial x_i} + \left\langle v'_i \frac{\partial T' S'}{\partial x_i} \right\rangle - \\ & - \chi_T \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} S' \frac{\partial T'}{\partial x_i} \right\rangle - \chi_S \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} T' \frac{\partial S'}{\partial x_i} \right\rangle + \end{aligned}$$

$$+(\chi_T + \chi_s) \left\langle \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial S'}{\partial x_i} \right\rangle = 0. \quad (37)$$

Отметим, что в случае $T = S$ уравнение (37) сводится к (34). После некоторых преобразований получаем для постоянных градиентов средней температуры и средней солености

$$\begin{aligned} \epsilon_{TS} &= \frac{\chi_T + \chi_s}{2} \left\langle \frac{\partial T'}{\partial x_i} \frac{\partial S'}{\partial x_i} \right\rangle = \\ &= -\langle S'v'_i \rangle \frac{\partial T_0}{\partial x_i} - \langle T'v'_i \rangle \frac{\partial S_0}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (38)$$

Для проведения параметризации турбулентных потоков тепла $\langle T'v'_i \rangle$ и соли $\langle S'v'_i \rangle$ в выражениях для скоростей затухания $\epsilon_T, \epsilon_s, \epsilon_{TS}$ обычно вводятся коэффициенты турбулентной теплопроводности K_T и диффузии соли K_s [4]:

$$\langle T'v'_i \rangle = -K_T \frac{\partial T_0}{\partial x_i}, \quad \langle S'v'_i \rangle = -K_s \frac{\partial S_0}{\partial x_i}, \quad (39)$$

т.е. эти потоки пропорциональны соответственно градиентам средних значений полей температуры и солености и направлены в противоположные стороны по отношению к этим градиентам. Отметим, что коэффициенты турбулентной теплопроводности и диффузии соли значительно превышают их молекулярные аналоги, $K_T \gg \chi_T, K_s \gg \chi_s$. Используя зависимости (39), выражения для скоростей диссипации можно представить в виде

$$\begin{aligned} \epsilon_T &= K_T \left(\frac{\partial T_0}{\partial x_i} \right)^2, \quad \epsilon_s = K_s \left(\frac{\partial S_0}{\partial x_i} \right)^2, \\ \epsilon_{TS} &= \frac{K_T + K_s}{2} \left(\frac{\partial T_0}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial S_0}{\partial x_i} \right). \end{aligned}$$

Эти формулы удобны для оценок указанных скоростей, поскольку входящие в них величины могут быть найдены из анализа данных гидрологических измерений. В условиях океана обычно все средние характеристики полей температуры и солености зависят от вертикальной координаты. Тогда

$$\begin{aligned} \epsilon_T &= K_T \left(\frac{dT_0}{dz} \right)^2, \quad \epsilon_s = K_s \left(\frac{dS_0}{dz} \right)^2, \\ \epsilon_{TS} &= \frac{K_T + K_s}{2} \left(\frac{dT_0}{dz} \right) \left(\frac{dS_0}{dz} \right). \end{aligned} \quad (40)$$

5. АНАЛИЗ СПЕКТРОВ ФЛУКТУАЦИЙ ОПТИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ.

Используя формулы для скоростей диссипации флуктуаций полей температуры и солености (40) и оптического показателя преломления (30), представим выражение (29) для спектра флуктуаций поля оптического показателя преломления в виде

$$\begin{aligned} E_n(k) &= C_0 \epsilon_n \epsilon^{-1/3} k^{-5/3} \times \\ &\times \left[1 + C_1 k \eta^{2/3} \right] \Phi(k, \omega), \end{aligned} \quad (41)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(k\omega) &= \frac{\omega^2 \theta \alpha_T + \alpha_s - \omega(1 + \theta) \alpha_{TS}}{\omega^2 \theta + 1 - \omega(1 + \theta)}, \\ \alpha_T &= \exp(-A_T \delta), \quad \alpha_s = \exp(-A_s \delta), \\ \alpha_{TS} &= \exp(-A_{TS} \delta), \quad \theta = \frac{K_T}{K_s} \\ \omega &= \frac{\alpha(dT_0/dz)}{\beta(dS_0/dz)}. \end{aligned}$$

Для постоянных градиентов средних величин температуры и солености можно записать $\omega = (\alpha \Delta T_0) / (\beta \Delta S_0)$, где ΔT_0 и ΔS_0 – соответственно разности температуры и солености между верхней и нижней границами рассматриваемой области. Величина ω определяет вклады температурного и соленостного полей в распределение поля оптического показателя преломления. Аналогичная величина, называемая плотностным соотношением, которое характеризует вклады температуры и солености в поле плотности, является одним из основных параметров при изучении дифференциально-диффузионной конвекции [24]. Отметим, что при $\omega \rightarrow 0$ выражение (41) принимает вид (13), т.е. совпадает с выражением, описывающим спектр флуктуаций поля температуры, при $\omega = 0$ – спектр флуктуаций поля солености.

Для расчетов спектров флуктуаций поля оптического показателя преломления по формуле (41) использовались данные океанологических измерений. Основные расчеты проводились для случая устойчивых распределений температуры и солености по глубине, т.е. уменьшение температуры и возрастание солености с глубиной. Эта ситуация является вполне типичной для океана. Так, подробные измерения градиентов средних значений температуры и солености, выполненные в северной части Тихого океана, показали [25], что такое абсолютно устойчивое состояние наблюдалось в 35

процентах случаев. Из анализа данных распределений температуры и солености, приведенных в работах [26, 27], следует, что величина ω находится в пределах между 0 и -5. Эти величины хорошо согласуются с данными работы [25].

Введенные ранее турбулентные коэффициенты теплопроводности и диффузии соли, в общем случае, зависят от скорости диссипации энергии турбулентности и распределения плотности по глубине. В работе [28] показано, что при устойчивой стратификации величину турбулентного коэффициента переноса импульса (аналог молекулярного кинематического коэффициента вязкости) можно принять постоянной. В силу подобия физического механизма обмена теплом и солью, осуществляемого лишь посредством перемешивания водных масс, турбулентные коэффициенты теплопроводности и диффузии соли также могут рассматриваться как постоянные величины и, более того, должны быть равны друг другу, т.е. $\theta = 1$. Однако анализ экспериментальных данных по перемешиванию жидкостей, неоднородных по температуре и по солености, показывает, что скорости вовлечения (а значит и турбулентные потоки тепла и соли) нетурбулентной жидкости в область с турбулентными движениями зависят от вида стратификации, т.е. вовлечение является разным для температурной и для солевой стратификации. Другими словами, турбулентные потоки зависят также от величины молекулярного коэффициента диффузии, влияние которой проявляется главным образом на малых масштабах. Вопросы параметризации влияния молекулярных процессов на турбулентные потоки тепла и соли требуют дальнейшего изучения [29, 30].

Результаты расчетов спектров флуктуаций поля оптического показателя преломления приведены на рис. 2. По вертикальной координате отложены значения нормированного спектра $f_n(k\eta) = \epsilon_n^{-1} \epsilon^{1/3} k^{5/3} E_n(k)$, по горизонтальной – волновое число $k\eta$, обезразмеренное по масштабу Колмогорова. Видно, что форма спектров существенным образом отличается от спектра флуктуаций полей температуры, изображенного на рис. 1,а или спектра солености, изображенного на рис. 1,б. В спектре E_n возникает двойной локальный максимум, положение которого меняется в зависимости от вкладов температуры и солености, т.е. от величины ω . Предположение о возможности существования аномальной формы спектра флуктуаций оптического показателя преломления впервые было высказано в работе [7].

Отметим, что в случае $\omega > 0$ имеет место ком-

пенсация вкладов температуры и солености. Это приводит к резкому падению спектра E_n в области больших k , т.е. малых пространственных масштабов. Известно [24], что влияние молекулярных эффектов проявляется, в первую очередь, в том, что скорость вовлечения, а значит и величина турбулентного коэффициента теплопроводности, становится выше, чем турбулентного коэффициента диффузии соли. При этом в спектре E_n не будет указанных падений, которые объясняются принятой аппроксимацией турбулентных потоков. Более того, при $\omega > 0$ возникают условия для возникновения дифференциально-диффузионной конвекции, и вопрос о параметризации потоков заметным образом осложняется и этот случай в работе не рассматривается.

Ясно, что появление указанных локальных экстремумов в спектре должно соответствующим образом влиять на статистические характеристики световой волны, распространяющейся в турбулентной водной среде.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучаются статистические характеристики флуктуаций оптического показателя преломления. Эти флуктуации в морской среде определяются флуктуациями температуры и солености. В отличие от атмосферы молекулярный коэффициент теплопроводности в воде существенно меньше, чем кинематический коэффициент вязкости. Это приводит к появлению нового вязко-диффузионного интервала, в котором спектр флуктуаций температуры пропорционален k^{-1} , т.е. $E_T \approx k^{-1}$. Аналогичный вид имеет и спектр флуктуаций солености. Взаимное влияние флуктуаций температуры и солености может привести к аномальному поведению спектра флуктуаций показателя преломления, что вызывает соответствующие изменения в статистических характеристиках распространяющихся световых волн. Впервые такое предположение было высказано в [7].

В настоящей работе проведен анализ поведения спектра флуктуаций поля показателя преломления E_n в турбулентной водной среде в случае, когда флуктуации показателя преломления n определяются флуктуациями температуры и солености. Для локально однородной и изотропной турбулентности найдено новое выражение для спектра, зависящее от скоростей диссипации (выравнивания) флуктуаций температуры и солености,

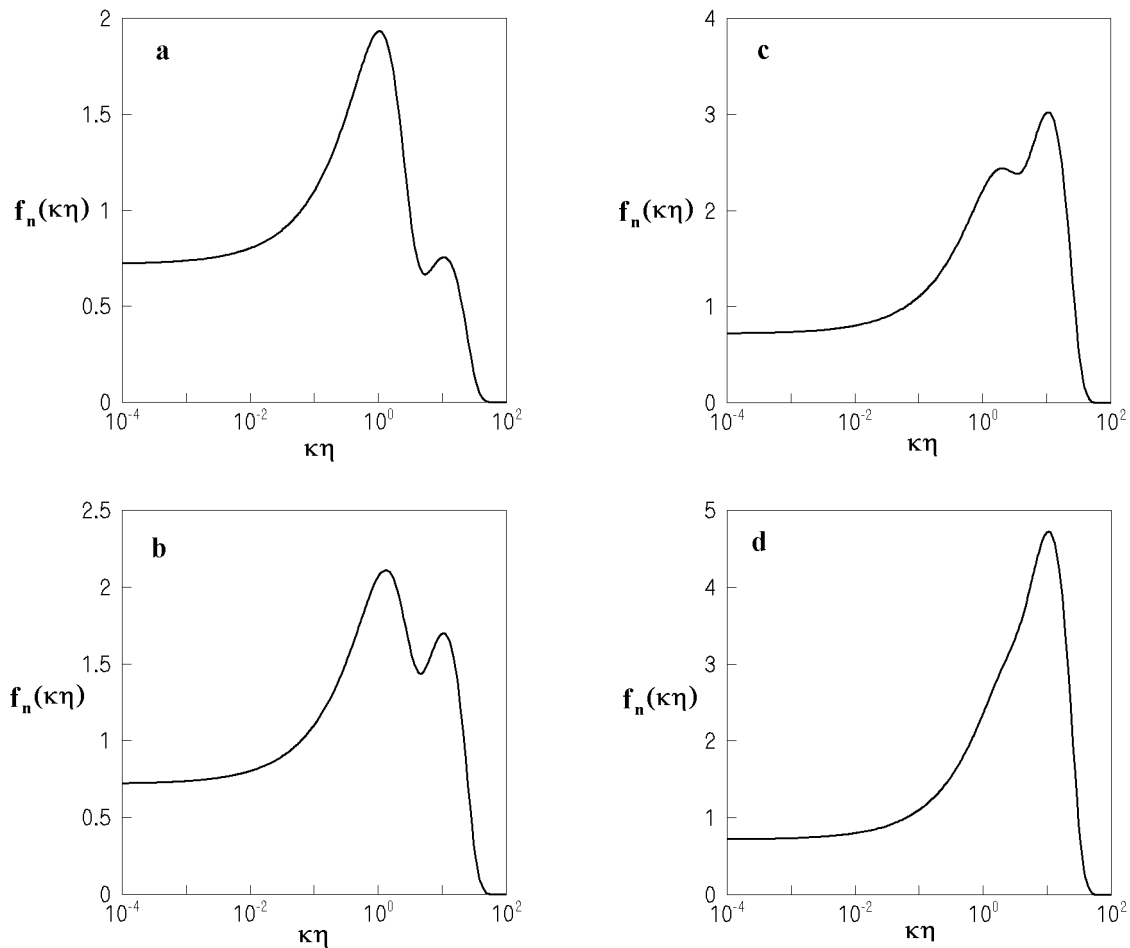


Рис. 2. Спектры E_n для разных значений ω : a – $\omega = -2$; b – $\omega = -1$; c – $\omega = -0.5$; d – $\omega = -0.2$

которые вместе со скоростью диссипации турбулентной энергии определяют статистический режим флуктуаций показателя преломления. Проведена параметризация указанных скоростей диссипации, с помощью которой удалось выразить их через градиенты осредненных распределений температуры и солёности и соответствующие турбулентные коэффициенты диффузии. Для конкретных вычислений использованы данные океанографических измерений распределений температуры и солёности в различных акваториях океана, причем рассматривались только устойчивые распределения. Показано, что в спектре E_n в зависимости от параметра ω , который характеризует вклады флуктуаций температуры T' и солёности S' во флуктуации показателя преломления, возникает двойной локальный экстремум. Его появление обусловлено разным вкладом T' и S' в n и раз-

личием молекулярных коэффициентов теплопроводности и диффузии соли. Отметим, что выражение для спектра E_n , приведенное в работе [20], в случае, когда флуктуации определяются или флуктуациями T' , или флуктуациями S' , следует из полученного в данной работе как частный случай.

7. ССЫЛКИ И ЛИТЕРАТУРА

1. Зуев В.Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере.– М.: Советское радио, 1970.– 496 с.
2. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере.– Н.: Наука, 1981.– 246 с.
3. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере.– М: Наука, 1967.– 548 с.

4. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. ч. 2.– М: Наука, 1967.– 720 с.
5. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. ч. 2.– М: Наука, 1978.– 463 с.
6. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах.– М: Наука, 1975.– 171 с.
7. Hill R.J. Optical propagation in turbulent water // J. Opt. Soc. Amer.– 1978.– **68**, No.8.– P. 1067-1072..
8. Монин А.С., Озмидов Р.В. Океанская турбулентность.– Л: Гидрометеоиздат, 1981.– 320 с.
9. Обухов А.М. Структура температурного поля в турбулентном потоке // Изв. АН СССР, Сер. геогр. и геофиз.– 1949.– **13**, N 1.– С. 58-69.
10. Corrsin S. Further generalization of Onsager's model for turbulent spectra // Physics of Fluids.– 1964.– **7**, No. 8.– P. 1156-1159.
11. Pao Yih-Ho Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave-numbers // Physics of Fluids.– 1965.– **8**, No. 6.– P. 1063-1075.
12. Yeung P.K., Pope S.B. Differential diffusion of passive scalars in isotropic turbulence // Physics of Fluids.– 1993.– **A5**, No. 10.– P. 2467-2478.
13. Domaradzki J.A., Rogallo R.S. Local energy transfer and nonlocal interactions in homogeneous, isotropic turbulence // Physics of Fluids.– 1990.– **A2**, No. 3.– P. 413-426.
14. Kida Sh., Ohkitani K. Fine structure of energy transfer in turbulence // Physics of Fluids.– 1992.– **A4**, No. 8.– P. 1602-1604.
15. Ye Zhou Interacting scales and energy transfer in isotropic turbulence // Physics of Fluids.– 1993.– **A5**, No. 10.– P. 2511-2524.
16. Yeung P.K. Multi-scalar triadic interactions in differential diffusion with and without mean scalar gradients // J. Fluid Mech.– 1996.– **321**.– P. 235-278.
17. Frisch U. Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov.– Cambridge: University Press, 1995.– 296 p.
18. Pao Yih-Ho Statistical behaviour of a turbulent multicomponent mixture with first-order reactions // AIAA Journal.– 1964.– **2**, No. 9.– P. 1550-1559.
19. Komori S., Hunt J.C.R., Kanzaki T., Murakami Y. The effect of turbulent mixing on the correlation between two species and on concentration fluctuations in non-premixed reacting flow // J. Fluid Mech.– 1991.– **228**.– P. 629-659.
20. Hill R.J. Models of the scalar spectrum for turbulent advection // J. Fluid Mech.– 1978.– **88**, No. 3.– P. 541-562.
21. Ruddick B.R., Shirtcliffe T.G.L. Data for double diffusers: Physical properties of aqueous salt-sugar solutions // Deep Sea Research.– 1979.– **26A**, No.7.– P. 775-787.
22. Мадерич В.С., Никишов В.И., Стеценко А.Г. Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде.– К: Наук. думка, 1988.– 239 с.
23. Patel S.R. The structure of concentration fluctuations in turbulent fluid // Ciencia e cultura.– 1985.– **37**, No.8.– P. 1322-1325.
24. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях.– М.: Мир, 1977.– 431 с.
25. Gargett A.E. An investigation of the occurrence of oceanic turbulence with respect to fine structure // J. Phys. Oceanogr.– 1976.– **6**, No. 2.– P. 139-156.
26. Федоров К.Н. Тонкая термохалинная структура вод океана.– Л.: Гидрометеоиздат, 1976.– 184 с.
27. Карлин Л.Н., Клюйков Е.Ю., Кутько В.П., Стаценко В.Н. Изменчивость термохалинной структуры верхних слоев океана.– Обнинск: ВНИИГМИ, 1984.– 186 с.
28. Монин А.С. О взаимодействии между вертикальной и горизонтальной диффузией примеси в океане // Океанология.– 1969.– **9**, вып. 1.– С. 76-81.
29. Gregg M.C. Diapycnal mixing in the thermocline: a review // J. Geophys. Res.– 1987.– **92**, No. C5.– P. 5249-5286.
30. Gargett A.E. Vertical eddy diffusivity in the ocean interior // J. Marine Res.– 1984.– **42**.– P. 359-393.
31. Брамсон М.А., Федоровський А.Д., Нікішов В.І., Лучник Г.Л. Спектр турбулентних флуктуацій густини морської води в зоні великих хвильових чисел // ДАН УССР. Сер. А.– 1984.– N 12.– С. 35-38.
32. Нікішов В.І. Про локальну структуру полів скалярних величин у турбулентному потоці // Допов. АН України. Сер. А.– 1992.– N 7.– С. 55-58.