УДК 534; 621.382

А. Ю. Липинский, А. Н. Рудякова, В. В. Данилов
Донецкий Национальный университет, кафедра радиофизики
ул. Университетская, 24, 83055 Донецк, Украина
e-mail: krf@dongu.donetsk.ua

Исследование дисперсионных характеристик интегрального оптического волновода

Использование акустооптических приборов во многих областях науки и техники стало единственно возможным решением для реализации требуемых скоростей обработки информации и требует применения элементов планарной оптики, обеспечивающих ряд существенных преимуществ по сравнению с объемными аналогами. В статье выполнено математическое моделирование интегрального оптического волновода (ИОВ) с использованием метода характеристической матрицы. Определены дисперсионные характеристики термодиффузионного $Ti:LiNbO_3$ ИОВ, с учетом частотной зависимости коэффициентов преломления материалов подложки и волноведущей области.

Ключевые слова: *интегральная оптика, метод характеристической матрицы, термодиффузионный оптический волновод.*

Введение

В настоящее время использование акустооптических приборов во многих областях науки и техники стало единственно возможным решением для реализации требуемых скоростей обработки информации [1].

Применение элементов планарной оптики обеспечивает ряд существенных преимуществ перед объемными аналогами в связи со спецификой распространения волноводной оптической и поверхностной акустической волн [2]:

— акустооптическое взаимодействие сконцентрировано в тонком приповерхностном слое, поэтому для работы устройства требуются мощности, на порядок меньшие, чем в объемных приборах;

— такие устройства могут быть выполнены в виде интегрально-оптической схемы на единой подложке, что обеспечивает оптимальные массогабаритные параметры и исключает проблему смещения элементов под воздействием механических и температурных полей.

Основным узлом интегральных акустооптических приборов является волноводная акустооптическая ячейка, определяющая предельные частотные и энергетические характеристики всего прибора. В ячейке происходит брэгговская дифракция светового пучка, распространяющегося в оптическом волноводе (ОВ) на поверхностной акустической волне (ПАВ).

Использование Y-среза ниобата лития ($LiNbO_3$) в качестве материала подложки волновой акустооптической ячейки дает возможность формирования одномодовых оптических волноводов с потерями не хуже 1 дБ/см, обеспечивает эффективное и широкополосное возбуждения ПАВ с приемлемой величиной эффективности взаимодействия оптической и акустической волн. На поверхности этого кристалла формируются оптические волноводы высокого качества с потерями не более 0,5 дБ/см. Направлением распространения ПАВ выбирают ось *z* кристалла $LiNbO_3$. Полоса акустооптического взаимодействия находится в диапазоне 50–1300 МГц и зависит от длины оптической волны и параметров волновода. Оптические волноводы в кристалле ниобата лития обычно изготавливаются термодиффузией титана ($Ti{:}LiNbO_3$). В этом случае они имеют профиль показателя преломления, близкий к гауссовскому, и для них легко достижим одномодовый режим (TE_0) распространения световой волны [2].

До настоящего времени практическое измерение профиля моды является одним из основных методов получения характеристик волновода, поскольку математическое моделирование дисперсии ОВ на этапе проектирования, связанное с необходимостью теоретического анализа, является наукоемкой задачей, требующей привлечения численных методов расчета.

Целью настоящей работы является математическое моделирование дисперсионных характеристик интегрального оптического волновода (ИОВ) с использованием метода характеристической матрицы для заданного профиля показателя преломления.

Расчет показателя преломления в поперечном сечении $Ti{:}LiNbO_3$ оптического волновода

Термодиффузионный $Ti{:}LiNbO_3$ оптический волновод (рис. 1) можно рассматривать как градиентную структуру с монотонно-изменяющимся профилем показателя преломления [3]:

$$n_i(l,x,y) = n_i^{(0)}(l) + dn_i(l,x,y)\,, \qquad (1)$$

где l — нормированная длина волны; индекс i в случае обыкновенной волны обозначается как o, либо e — в случае необыкновенной.

Первое слагаемое правой части (1) учитывает зависимость показателя преломления $LiNbO_3$ от длины волны, второе — соответствует изменению n_i ниобата лития вследствие термодиффузии титана.

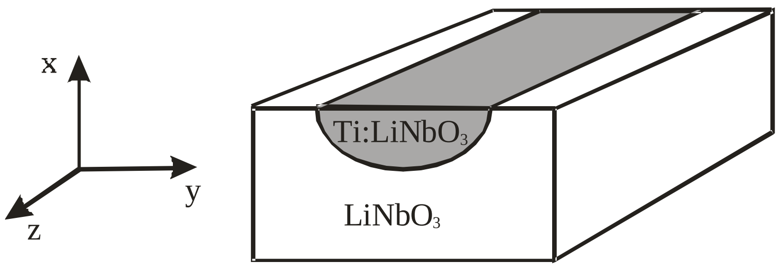

Рис. 1. Интегральный оптический волновод, сформированный термодиффузией Ti^{4+} в $LiNbO_3$

Коэффициент преломления $LiNbO_3$ хорошо приближается известной эмпирической формулой [4]:

$$n_o^{(0)}(l) = \sqrt{4{,}9048 - \frac{0{,}11768}{0{,}0475 - l^2} - 0{,}027169 l^2}\,, \tag{2}$$

$$n_e^{(0)}(l) = \sqrt{4{,}582 - \frac{0{,}099169}{0{,}044432 - l^2} - 0{,}02195 l^2}\,. \tag{3}$$

Изменение показателя преломления вследствие термодиффузии титана различно для обыкновенной и необыкновенной волн. Для необыкновенной волны зависимость показателя преломления от концентрации $c(x, y)$ титана носит линейный характер, а для обыкновенной — степенной [3]:

$$dn_i(l, x, y) = d_i(l) h_i(x, y)\,, \tag{4}$$

$$h_o(x, y) = [E * c(x, y)]^{\gamma}\,, \tag{5}$$

$$h_e(x, y) = F * c(x, y)\,, \tag{6}$$

где F, E, γ — константы материала [5, 6], $d_i(l)$ учитывает зависимость показателя преломления от длины волны [3]:

$$d_e(l) = \frac{0{,}839 l^2}{l^2 - 0{,}0645}\,, \tag{7а}$$

$$d_o = \frac{0{,}67 l^2}{l^2 - 0{,}13}\,. \tag{7б}$$

На основе модели диффузии, а также с учетом эффектов анизотропии, зависимость концентрации Ti^{4+} в оптическом волноводе может быть представлена следующим выражением [3]:

$$c(x, y) = c_0 f(x) g(y), \tag{8}$$

где

$$c_0 = \frac{\tau}{aD_B}, \ a = \frac{G\sqrt{\pi}}{2\rho A}, \tag{9}$$

$$f(x) = \exp(-\frac{x^2}{D_B{}^2}), \tag{10}$$

$$g(y) = \frac{erf\left(\frac{W}{2D_S}\left(1 + \frac{2y}{W}\right)\right) + erf\left(\frac{W}{2D_S}\left(1 - \frac{2y}{W}\right)\right)}{2}, \tag{11}$$

(W и τ — ширина и толщина полоски титана до диффузии; D_B и D_S — объемная и поверхностная длины диффузии соответственно). Формула (9) для поверхностной концентрации титана c_0 следует из сохранения массы, где G — молярная масса атома титана (47,9 г/моль), A — число Авогадро, ρ — объемная плотность титана (4,52 г / см^3), при этом $a = 1{,}57 \cdot 10^{-23}$ см^3. Длины диффузии определяются из аналитического решения нестационарного уравнения диффузии [4]:

$$D_S = 2\sqrt{tD_S^0 \exp\left(-E_S^0 / kT\right)}, \tag{12}$$

$$D_B = 2\sqrt{tD_B^0 \exp\left(-E_B^0 / kT\right)}, \tag{13}$$

где t — время диффузии; T — температура диффузии во время изготовления; k — постоянная Больцмана; D_B^0 и D_S^0 — объемная и поверхностная константы диффузии; E_B^0 и E_S^0 — объемная и поверхностная энергии активации.

Результаты расчета показателя преломления обыкновенной и необыкновенной волн в поперечном сечении ИОВ для $л_0 = 0{,}633$ μм, $W = 3$ мкм, $ф = 16$ мкм, времени диффузии 1,44·10^4 с, температуры диффузии 1250 К, представлены на рис. 2, 3 и 4, 5.

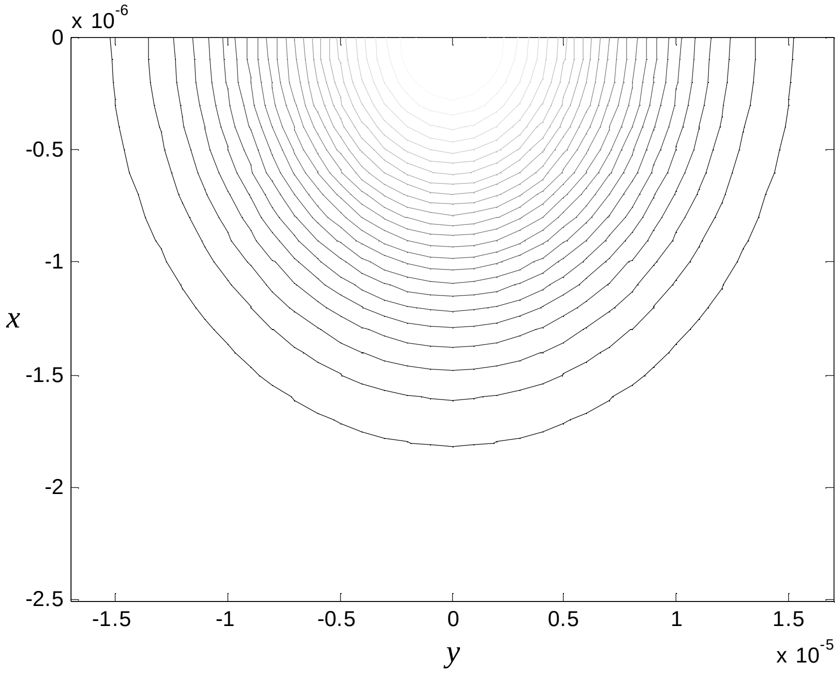

Рис. 2. График линий уровня показателя преломления для обыкновенной волны в поперечном сечении интегрального оптического волновода

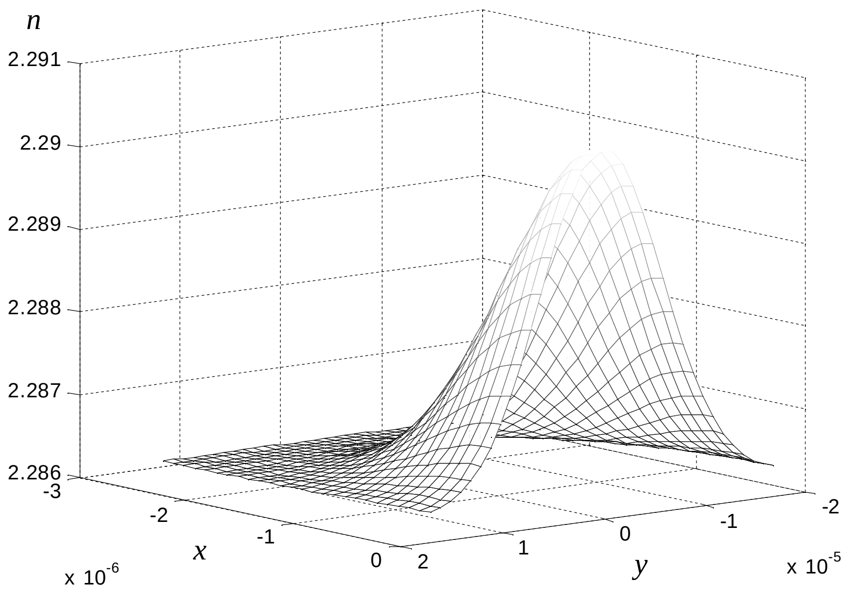

Рис. 3. Зависимость показателя преломления для обыкновенной волны в поперечном сечении интегрального оптического волновода

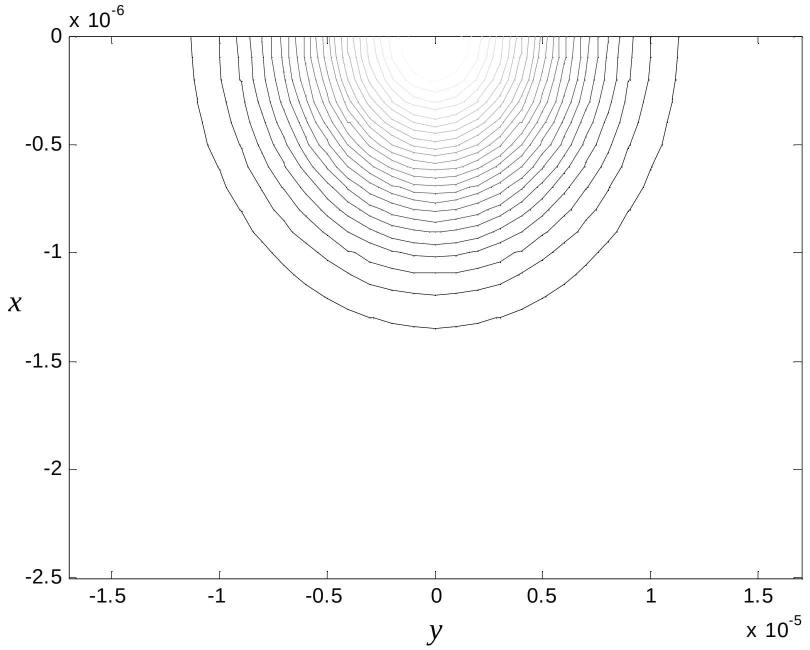

Рис. 4. График линий уровня показателя преломления для необыкновенной волны в поперечном сечении интегрального оптического волновода

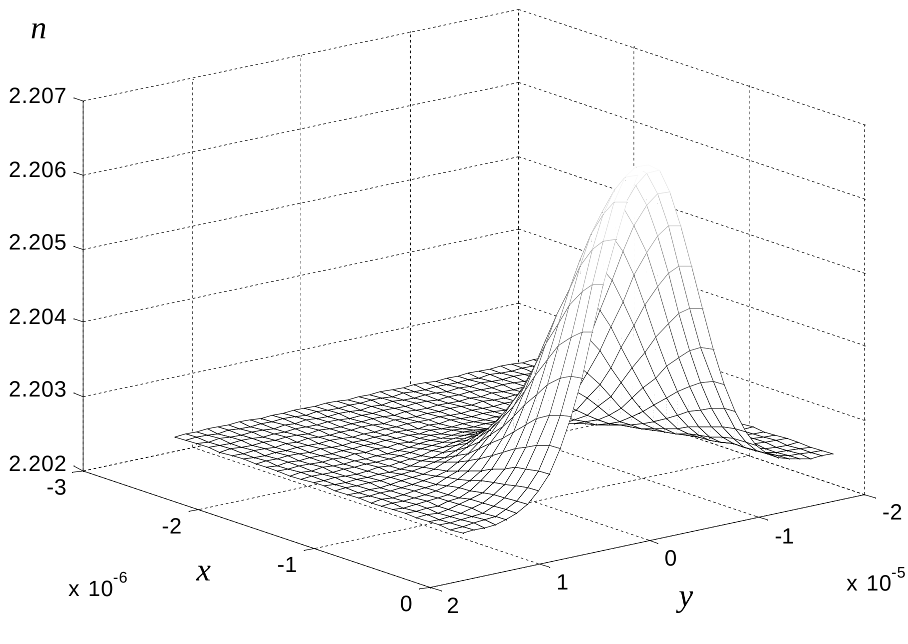

Рис. 5. Зависимость показателя преломления для необыкновенной волны в поперечном сечении интегрального оптического волновода

Расчет дисперсионных характеристик

В качестве физической модели при анализе дисперсионных характеристик градиентного ИОВ использовался многослойный планарный волновод со ступенчатым профилем показателя преломления. Использование метода характеристической матрицы предполагает, что поле в каждой из плоскостей такого волновода выражается через произведение поля в соседней плоскости на характеристическую матрицу слоя между ними. В результате численного решения полученного таким образом дисперсионного уравнения ИОВ, определяются постоянные распространения волноводных мод.

На рис. 6 изображена структура однородного в направлении *z* многослойного ИОВ с числом слоев p + 2.

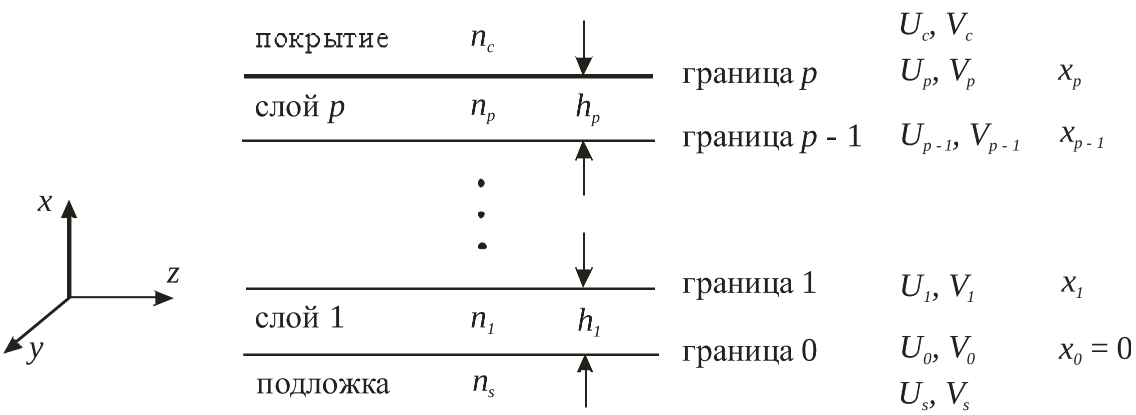

Рис. 6. Многослойный планарный оптический волновод

Эта структура может быть использована для аппроксимации показателя преломления планарного оптического волновода ступенчатой функцией, в предположении, что волновод формируется в линейной, свободной от источников, немагнитной среде без потерь. Свет распространяется вдоль положительного направления оси z.

Для упрощения анализа, поля с TE- и TM-поляризациями рассматриваются раздельно. В случае TE-поляризации, уравнения Максвелла приводят к следующим соотношениям [7]:

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y, \tag{14}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu H_z, \tag{15}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} + j\beta H_x = -j\omega\varepsilon_0 n^2 E_y. \tag{16}$$

При переходе к переменным $U = E_y$ и $V = \omega\mu H_z$, уравнения (15), (16) запишутся как:

$$U' = -jV, \tag{17}$$

$$U'' + k^2 U = 0, \tag{18}$$

где $U' = \dfrac{\partial U}{\partial x}$, $U'' = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $k^2 = k_0^2 n^2 - \beta^2$, $k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$. Общие решения уравнения (18) для одного слоя имеют форму:

$$U(x) = A\exp(-jkx) + B\exp(jkx), \tag{19}$$

$$V(x) = k\left[A\exp(-jkx) - B\exp(jkx)\right]. \tag{20}$$

Учитывая граничные условия, можно выразить U и V на i-й границе раздела слоев через U и V на (i – 1)-й границе раздела, используя характеристическую матрицу соответствующего слоя [7]:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix} = M_i \begin{bmatrix} U_{i-1} \\ V_{i-1} \end{bmatrix}, \tag{21}$$

где характеристическая матрица M_i задается следующим образом:

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos(k_i h_i) & \dfrac{-j\sin(k_i h_i)}{k_i} \\ -jk_i \sin(k_i h_i) & \cos(k_i h_i) \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Применяя уравнение (21) необходимое число раз, получим:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix} = \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

где

$$\mathbf{M}_i = M_i \ldots M_1 = \begin{bmatrix} m_{i_{11}} & m_{i_{12}} \\ m_{i_{21}} & m_{i_{22}} \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Для подложки выражения (19), (20) могут быть записаны как:

$$U_s(x) = A_s \exp(\gamma_s x), \tag{25}$$

$$V_s = j\gamma_s A_s, \tag{26}$$

где $\gamma_s^2 = \beta^2 - n_s^2 k_0^2$. На границе раздела 0 получим:

$$U_0 = U_s(0) = A_s, \tag{27}$$

$$V_0 = V_s(0) = j\gamma_s A_s. \tag{28}$$

Значения U и V в произвольной точке x между x_i и x_{i+1} выражаются через U_0 и V_0 введением «виртуальной» границы раздела в точке x:

$$\begin{bmatrix} U(x) \\ V(x) \end{bmatrix}_{x_i \le x \le x_{i+1}} = \begin{bmatrix} \cos(k_{i+1}(x - x_i)) & \dfrac{-j\sin(k_{i+1}(x - x_i))}{k_{i+1}} \\ -jk_{i+1}\sin(k_{i+1}(x - x_i)) & \cos(k_i(x - x_i)) \end{bmatrix} \times \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}, \tag{29}$$

что дает:

$$U(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} = f(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} A_s, \tag{30}$$

где

$$f(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} = \left(m_{i_{11}} + j\gamma_s m_{i_{12}}\right)\cos(k_{i+1}(x - x_i)) - \frac{j(m_{i_{21}} + j\gamma_s m_{i_{22}})\sin(k_{i+1}(x - x_i))}{k_{i+1}}. \tag{31}$$

Значения U и V для покрытия могут быть получены аналогично:

$$U_c(x) = B_c \exp(-\gamma_c x), \tag{32}$$

$$V_c(x) = -j\gamma_c U_c, \tag{33}$$

где $\gamma_c^2 = \beta^2 - n_c^2 k_0^2$. Для границы p запишем:

$$\begin{bmatrix} U_p \\ V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_c \exp(-\gamma_c x_p) \\ -j\gamma_c B_c \exp(-\gamma_c x_p) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_p \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}, \tag{34}$$

что дает:

$$U_c(x) = g\exp(-\gamma_c x)A_s, \tag{35}$$

где

$$g = \frac{-j\gamma_c m_{p_{11}} - \gamma_c \gamma_s m_{p_{12}} - m_{p_{21}} - j m_{p_{22}} \gamma_s}{2j\gamma_c \exp(-\gamma_c x_p)}. \qquad (36)$$

Из уравнения (34) получаем дисперсионное уравнение для ТЕ-мод:

$$j\left(\gamma_s m_{p_{22}} + \gamma_c m_{p_{11}}\right) = \gamma_s \gamma_c m_{p_{12}} - m_{p_{21}}. \qquad (37)$$

Для определения коэффициента A_s воспользуемся условием нормировки средней по времени мощности на единицу длины в продольном направлении поперечного сечения волновода. Предполагается, что волновод возбуждается идеальным точечным источником, таким образом, все моды возбуждаются с равной мощностью. Запишем условие нормировки:

$$P_z = \frac{\beta}{2\omega\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \left|E_y\right|^2 dx = 1, \qquad (38)$$

или подробнее:

$$P_z = \frac{\beta}{2\omega\mu} A_s^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} [\exp(\gamma_s x)]^2 dx + \sum_{k=1}^{p} \int_{x_{k-1}}^{x_k} [f_k(x)]^2 dx + \int_{x_p}^{\infty} [g \exp(-\gamma_c x)]^2 dx \right] = 1. \qquad (39)$$

Таким образом, A_s может быть вычислено как:

$$A_s = \left[\frac{2\omega\mu}{\beta} \left(\int_{-\infty}^{0} [\exp(\gamma_s x)]^2 dx + \sum_{k=1}^{p} \int_{x_{k-1}}^{x_k} [f_k(x)]^2 dx + \int_{x_p}^{\infty} [g \exp(-\gamma_c x)]^2 dx \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (40)$$

Для ТМ поляризованных мод переменные U и V определим как:

$$U = H_y, \qquad (41)$$

$$V = \omega\varepsilon_0 E_z, \qquad (42)$$

что приводит к решению волнового уравнения в виде:

$$U(x) = A\exp(-jkx) + B\exp(jkx), \qquad (43)$$

$$V(x) = -\frac{k}{n^2}\left[A\exp(-jkx) - B\exp(jkx)\right]. \qquad (44)$$

Характеристическая матрица задается следующим образом:

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos(k_i h_i) & \dfrac{jn_i^2 \sin(k_i h_i)}{k_i} \\ \dfrac{jk_i \sin(k_i h_i)}{n_i^2} & \cos(k_i h_i) \end{bmatrix}. \tag{45}$$

Для полей мод в подложке можно записать:

$$U_s(x) = A_s \exp(\gamma_s x), \tag{46}$$

$$V_s(x) = -\frac{j}{n_s^2}\gamma_s U_s = -\frac{j}{n_s^2}\gamma_s A_s \exp(\gamma_s x). \tag{47}$$

Аналогично случаю TE-поляризации:

$$U(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} = f(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} A_s, \tag{48}$$

где

$$f(x)_{x_i \le x \le x_{i+1}} = \left(m_{i_{11}} - j\frac{\gamma_s}{n_s^2} m_{i_{12}} \right)\cos(k_{i+1}(x - x_i)) + \frac{n_{i+1}^2}{k_{i+1}}\left(jm_{i_{21}} + \frac{\gamma_s}{n_s^2} m_{i_{22}} \right)\sin(k_{i+1}(x - x_i)). \tag{49}$$

Поле в слое покрытия выражается как:

$$U_c(x) = g\exp(-\gamma_c x) A_s, \tag{50}$$

где

$$g = \left(m_{p_{11}} - j\frac{\gamma_s}{n_s^2} m_{p_{12}} \right)\exp(\gamma_c x_p). \tag{51}$$

Соответствующее уравнение дисперсии:

$$-j\left(\frac{m_{p_{22}}\gamma_s}{n_s^2} + \frac{m_{p_{11}}\gamma_c}{n_c^2} \right) = \frac{\gamma_s \gamma_c m_{p_{12}}}{n_s^2 n_c^2} - m_{p_{21}}. \tag{52}$$

Условие нормировки приводит к следующему выражению:

$$A_s = \left[\frac{2\omega\varepsilon_0}{\beta}\left(\int_{-\infty}^{0}\left[\frac{\exp(\gamma_s x)}{n_s}\right]^2 dx + \sum_{k=1}^{p}\int_{x_{k-1}}^{x_k}\left[\frac{f_k(x)}{n_k}\right]^2 dx + \int_{x_p}^{\infty}\left[\frac{g\exp(-\gamma_c x)}{n_c}\right]^2 dx \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{53}$$

В многомодовом волноводе существует зависящий от z сдвиг фаз между модами, обусловленный модовой дисперсией. В результате, общее поле для многомодового оптического волновода задается суперпозицией полей всех направленных мод следующим образом:

$$E_{y_{общ}}(x,z)=\sum_{k=0\,моаа}^{\max\,мода} E_{y_k}(x)\exp(-j\beta_k z) \tag{54}$$

и

$$H_{y_{общ}}(x,z)=\sum_{k=0\,мода}^{\max\,мода} H_{y_k}(x)\exp(-j\beta_k z) \tag{55}$$

для TE и TM поляризованных мод соответственно.

Математическое моделирование термодиффузионного Ti:LiNbO$_3$ оптического волновода методом характеристической матрицы включает следующие шаги:

— аппроксимация коэффициента преломления обыкновенной и необыкновенной волн (1) ступенчатой функцией;

— составление математической модели полученного многослойного волновода на основе выражений (22) и (45);

— определение постоянных распространения TE и TM поляризованных мод из трансцендентных дисперсионных уравнений (37), (52), соответственно.

Результаты расчета дисперсионных характеристик Ti:LiNbO$_3$ ИОВ TE поляризованных мод для обыкновенной и необыкновенной волн приведены на рис. 7 и 8 соответственно.

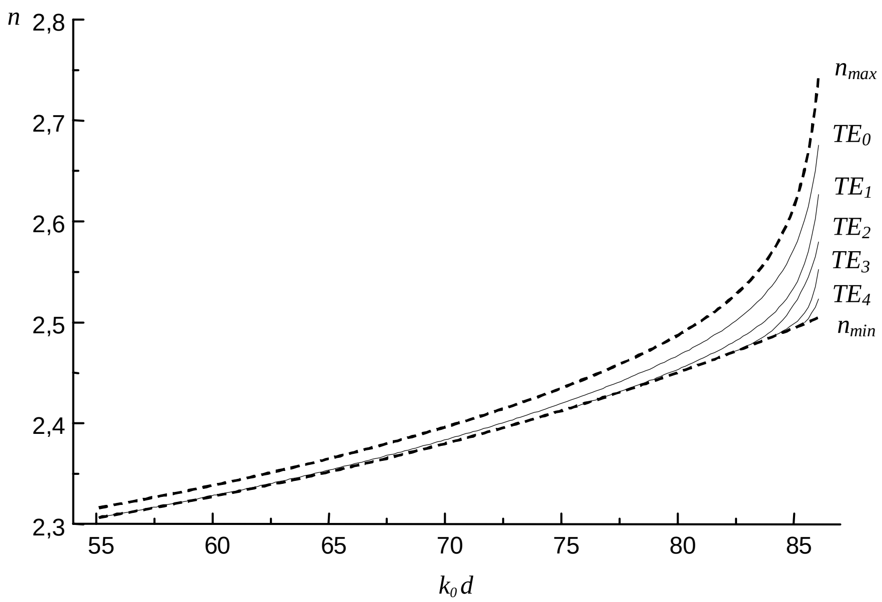

Рис. 7. Дисперсия TE-мод для обыкновенной волны

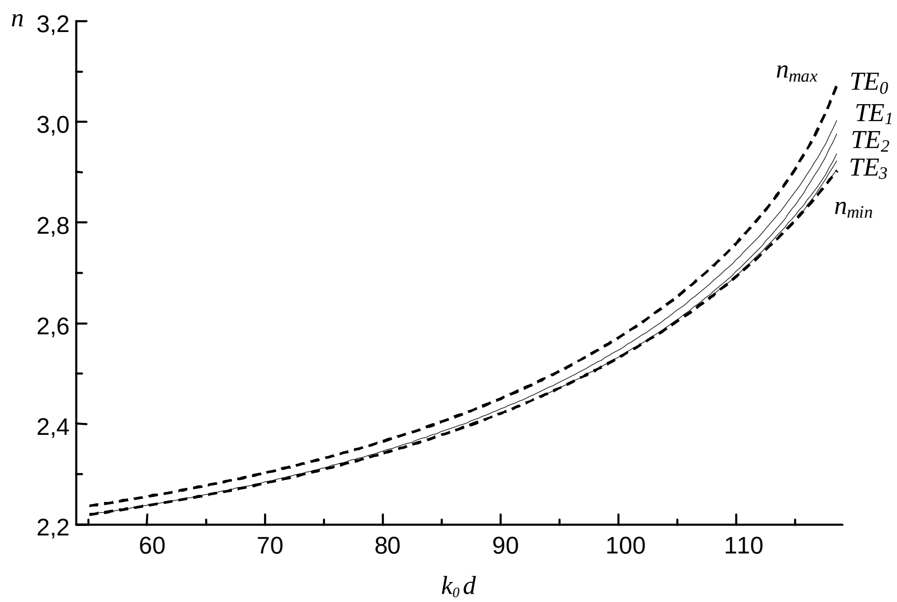

Рис. 8. Дисперсия ТЕ-мод для необыкновенной волны

Выводы

Таким образом, проведено математическое моделирование интегрального оптического волновода с использованием метода характеристической матрицы. Определены дисперсионные характеристики термодиффузионного $Ti:LiNbO_3$ оптического волновода в диапазоне длин волн 365–570 нм, с учетом частотной зависимости коэффициентов преломления материалов подложки и волноведущей области. Рассчитаны постоянные распространения волноводных мод и границы одномодового режима.

1. *Lifeng Xiao, Ying Liu, Meng Tian, and Fan Geng.* Research and Development on Integrated Optical AOTF // Proc. SPIE. — 2005, Jan. — Vol. 5644. — P. 452–458.

2. *Волков В.А., Епихин Е.Н.* Теоретические и экспериментальные исследования интегральных акустооптических приборов // Сб. науч.-техн. тр.: «Высокопроизводительные вычислительные системы и микропроцессоры». — Институт микропроцессорных вычислительных систем РАН — 2003. — № 5. — С. 68–80.

3. *Strake, G.P. Bava and Montrosset I.*. Guided Modes of Ti:LiNbO3 Channel Waveguides. a Novel Quasi-Analytical Technique in Comparison with the Scalar Finite-Element Method Channel // J. Lightwave Techn. — 1988. — Vol. 6. — P. 1126–1135.

4. *Hobden M.V. and Warner J.* The Temperature Dependence of the Refractive Indices of Pure Lithium Niobate // Phys. Lett. — 1966. — Vol. 22. — P. 243–244.

5. *Fouchet S., Carenco A., Daguet C., Guglielmi R. and Riviere L.* Wavelength Dispersion of Ti Induced Refractive Index Change in LiNbO3 as a Function of Diffusion Parameters // J. Lightwave Techn. — 1987. — Vol. 5. — P. 700–708.

6. *Koai K.T.and Liu P.L.* Modeling of Ti: LiNbO3 Waveguide Devices: Part I-Directional Couplers // J. Lightwave Techn. — 1989. — Vol. 7. — P. 533–539.

7. *Uranus H.P. and Tjia M.O.* Determination of Mode Field Profile and its Evolution in Planar Waveguides with Arbitrary Refractive Index Profile Using Characteristic Matrix Method // Proc. Int. Conf. on Electrical, Electronics, Communications, and Information (CECI 2001). — Jakarta. — 2001, March 7–8. — P. CO-40–CO-44.

Поступила в редакцию 03.08.2005