

УДК 004.5

О. О. Нечаєв¹, Д. В. Ланде²

¹Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації
Національного технічного університету України «КПІ»
вул. Московська, 45/1, 01011 Київ, Україна

²Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

Відновлюваність зв'язків у безмасштабних мережах

Розглянуто питання відновлювання зв'язків у мережах після їхніх вилучень шляхом деструктивного впливу. Наведено результати дослідження для мереж, отриманих за трьома алгоритмами: Барабаші-Альберт; перекидання зв'язків; реальної мережі понять та інформаційних зв'язків між ними у веб-публікаціях. Встановлено, що за допомогою розглянутого алгоритму в реальній мережі відновлюється приблизно 50 % зв'язків; у штучних мережах їхня кількість становить близько 25 %.

Ключові слова: складні мережі, латентні зв'язки, вразливість, моделювання, відновлюваність, безмасштабні мережі.

На сьогоднішній день завдяки сучасним технологіям можливо не тільки додержувати мережеві структури будь-якої природи, але й аналізувати їх, прогнозувати динаміку таких мереж у майбутньому та моделювати зміни їхніх структур при дії зовнішніх впливів. Існує два найпростіших види деструктивного впливу на мережі ззовні: видалення зв'язків між двома вузлами або видалення вузлів з усіма відповідними зв'язками, які вони містять.

На цей час виявлено багато з реальних мереж, що мають таку властивість як безмасштабність [1]. Безмасштабною називають мережу зі степеневим розподілом ступенів вузлів. Для такої мережі існує багато вузлів з маленькою кількістю зв'язків і невелика кількість так званих вузлів-концентраторів або хабів, які займають найбільш важливе положення у структурі мережі. Наприклад, в економіці практично в кожній галузі існує одна або декілька найбільш сильних компаній, що мають вплив на велику кількість компаній більш слабких. Так звана «пірамідальна структура» ієархії вузлів у мережі, як правило, виражається степеневим розподілом її вузлів.

Відомо, що цільність мережі не завжди залежить від вузлів-концентраторів. Завдяки відомим у концепції складних мереж (complex networks) [2] методам мож-

ливо виявити вузли-посередники, що мають меншу кількість зв'язків, але при видаленні яких мережа швидко втрачає зв'язність. Експериментально доведено, що реальні безмасштабні мережі втрачають зв'язність при випадковому видаленні близько 15 % вузлів [3]. У той же час, кожна мережа є системою динамічною, вона реагує на деструктивні впливи відновленням старих або формуванням нових зв'язків, створенням нових вузлів. При видаленні вузла-концентратора, його роль бере на себе інший вузол, який раніше, можливо, займав другорядну роль у всій мережі.

Процес розвитку та відновлення мережі підпорядковується статистичним закономірностям, дослідження яких є актуальною проблемою в теорії складних мереж, оскільки, знаючи методи моделювання таких процесів, можливо маніпулювати розвитком мережі та спостерігати і забезпечувати такий стан, у якому кожний вузол буде відігравати призначенну йому роль.

Одним з напрямів досліджень складних мереж є виявлення вузлів мережі, видалення яких призводить до її найшвидшого руйнування. Ці вузли, природно, найкритичніші в усій мережевій структурі. Для цього можна використовувати методи виявлення латентних зв'язків [4], які, наприклад, можуть базуватися на обчисленні матриці ймовірності зв'язків між вузлами.

Метод розрахунку нечіткої ймовірності зв'язків

Представимо мережу, в якій всі існуючі зв'язки представлені ймовірностями їхнього існування, які можуть бути знайдені за певними змістовними ознаками або отримані експертним шляхом. У цьому випадку мережа може бути представлена у вигляді так званої «матриці неявних зв'язків», елементами якої є ймовірність зв'язку між об'єктами.

Основа методу, що розглядається, — обчислення ймовірностей не тільки між двома вузлами безпосередньо, але й урахування ймовірностей зв'язку через треті, четверті і т.д. вузли. Розглянемо для пояснення методу найбільш простий випадок — мережу, що складається з трьох вузлів — V_1 , V_2 , V_3 . Проста формула розрахунку ймовірності зв'язку між об'єктами за наявності певних ймовірностей їхнього непрямого з'єднання $p_{1,2}$, $p_{1,3}$, $p_{2,3}$ має вигляд:

$$p_{1,2} = 1 - (1 - p_{1,2})(1 - p_{1,3}p_{2,3}). \quad (1)$$

У загальному випадку, якщо шляхи між вузлами i та j можливі через декілька вузлів, то загальна формула ймовірності зв'язку між ними буде мати такий вигляд:

$$p_{i,j} = 1 - (1 - p_{i,j}) \prod_{k \neq i,j} (1 - p_{i,k} p_{k,j}) \prod_{k \neq i \neq l \neq j} (1 - p_{i,k} p_{k,l} p_{l,j}) \dots \quad (2)$$

У результаті розрахунку за формулою (3) можливо знайти матрицю нечітких зв'язків через декілька вузлів, де вірогідність з'єднання може коливатися від нуля до одиниці. Ця матриця досить природно відображає стан у реальних мережах [4, 5] і може застосовуватися при пошуку латентних, або відновленні старих зв'язків.

Здатність мережі до відновлення

Мережі мають різну структуру і відповідно мають різну здатність до відновлення. В реальних мережах за підходом, що пропонується, відновленню підлягають ймовірності зв'язків після їхнього вилучення. У подальшому будемо враховувати всі зв'язки в мережі, що можуть бути відновлені навіть з невеликими значеннями ймовірності, оскільки коли реальна мережа доведена до критичної точки (втрати зв'язності), для відновлення будуть використовуватись усі можливі ресурси. Отже аналіз мережі на предмет її здатності до відновлення будемо розглядати як сукупність імовірностей відновлення кожного окремого зв'язку мережі.

Відновлення мереж реальних і штучних

При прогнозуванні розвитку мережі та її реакції на зовнішні деструктивні впливи часто слід заздалегідь знати з певною точністю, яка буде топологія мережі, як вона буде розвиватися. Для таких цілей використовується моделювання мереж. Існує декілька основних моделей побудови мереж, які мають різні властивості. Моделювання мереж з властивостями, найбільш приближеними до реальних, є актуальним напрямом дослідження в теорії складних мереж, оскільки виникнення зв'язків залежить від сукупності явних і скритих факторів, які на цей час складно описати одними лише математичними виразами.

Тому, з метою оцінки наближеності властивостей мереж штучних до мереж реальних, було проведено наступне дослідження:

- побудовано моделі безмасштабних мереж, властивості яких на даний час визнані найбільш відповідними реальним властивостям, та створено мережу персон на основі реальних даних;
- побудовані мережі проаналізовано базовими методами, що застосовуються в теорії складних мереж; знайдено основні характеристики цих мереж;
- мережі проаналізовано щодо їхньої здатності до відновлення.

Мережа Барабаші-Альберт

Відповідно до принципу побудови мережі за Ласло Барабашем і Рекою Альбертом мережа у початковий момент розглядається з кількістю вузлів m_0 зі зв'язками між ними.

Було показано, що для виникнення безмасштабної мережі достатньо виконання двох вимог її розвитку [6] (рис. 1).

1. *Зростання.* Починаючи з невеликої кількості вузлів, на кожному часовому кроці додається один новий вузол зі зв'язками, які з'єднують цей новий вузол з різними вузлами, що вже існували m ($m < m_0$);

2. *Переважне приєднання.* Коли обираються вузли, до яких приєднується новий вузол; передбачається, що ймовірність Π , з якою новий вузол буде з'єднуватися з уже існуючим вузлом i , залежить від кількості зв'язків q_i , якими цей вузол зв'язаний з іншими вузлами, так що $\Pi(q_i) = q_i / \sum_j q_j$.

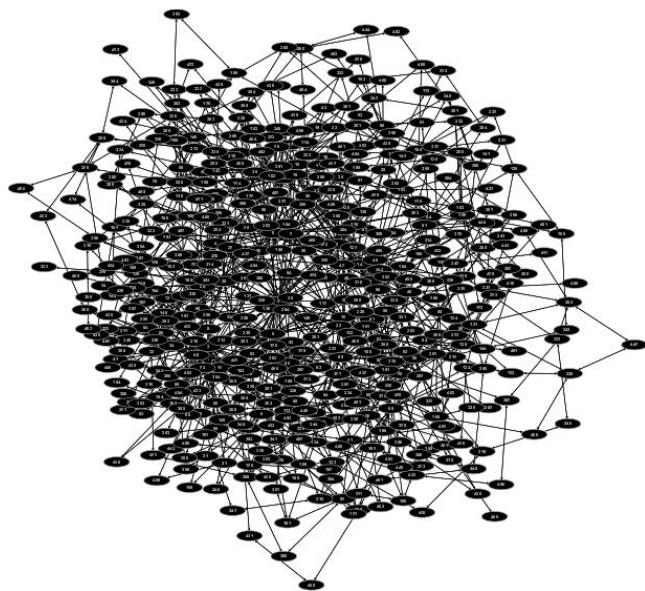


Рис. 1. Штучна мережа, побудована на основі методу Барабаші-Альберт

Модель перекидання зв'язків

Принцип побудови моделі мережі методом перекидання відноситься до мережі з фіксованою кількістю вузлів і полягає у наступному.

Якщо розподіл випадкової величини p_k задано, то процедура формування безмасштабної мережі зводиться до наступних операцій [7]:

- генератором псевдовипадкових чисел формується послідовність чисел, яка відповідає степеневому розподілу.

Обирається N чисел k_i , де $i = 1, \dots, N$;

- кожній вершині i мережі при-
своюється k_i «заготовок» (кінців) для
майбутніх ребер;

- із степеневої послідовності ви-
падково виділяються пари «заготовок».
Вони з'єднуються в тому випадку, якщо
нове ребро не призведе до появи ребер-
циклів (петель) або мультиребер;

- попередній крок виконується
доти, поки залишаються «заготовки»,
що не використані.

На рис. 2 наведено приклад мережі, побудованої за даним алгоритмом. Перевагою даного алгоритму є його універсальність, так як з його допомо-
гою можливо побудувати мережі з
будь-яким розподілом степенів вузлів.

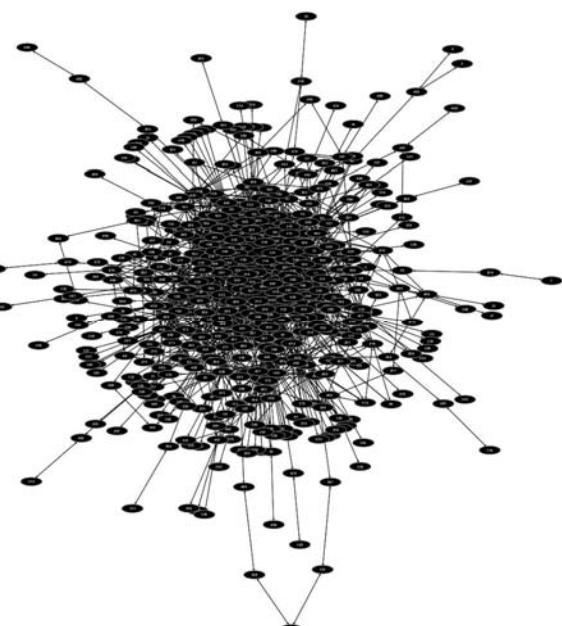


Рис. 2. Штучна модель із заданим
степеневим розподілом

Мережа персон з новинного контенту мережі Інтернет

Мережа прізвищ персон формується на базі змістового аналізу масиву електронних публікацій, які було отримано системою контент-моніторингу InfoStream [8]. Ребра мережі було обрано наступним чином: якщо у веб-публікації в одному реченні з'являлося два прізвища (вузла), то вважалося що ці персони зв'язані інформаційним зв'язком, тобто до ваги ребра між ними додавалась одиниця. Побудовану мережа зв'язків відображенено на рис. 3.

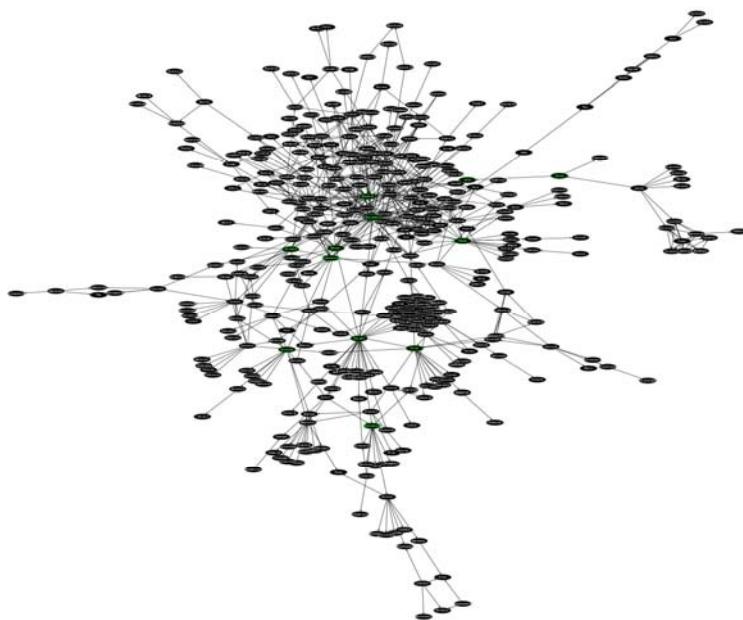


Рис. 3. Мережа зв'язків персон (реальна мережа), що побудована за допомогою системи контент-моніторингу InfoStream

Дослідження відновлення зв'язків у мережах

Отже, для дослідження були використані три мережі: реальна мережа персон і мережі, що побудовані відповідно до моделей: із заданим степеневим розподілом і Барабаші-Альберт. Кількість вузлів для всіх мереж однаакова, дорівнює 500. На рис. 4 показані розподіли ступенів вузлів кожної з побудованих мереж.

З рис. 4 видно що розподіли досить подібні, отже можливо провести порівняльний аналіз на предмет відновлення зв'язків і зробити висновок щодо доцільноті використання розглянутих моделей при моделюванні відновлювальних процесів.

Дослідження мережі щодо відновлення зв'язків виконувалося за таким алгоритмом:

- 1) видалявся i -й зв'язок між вузлами;
- 2) за формулою (2) обчислювалася вірогідність i -го зв'язку через другі і треті вузли (відновлювання за наведеним правилом з деяким огрубінням);
- 3) зберігання даних щодо ймовірності відновлення розглянутого зв'язку та циклічний перехід до первого кроку, поки не перебрано всіх зв'язків.

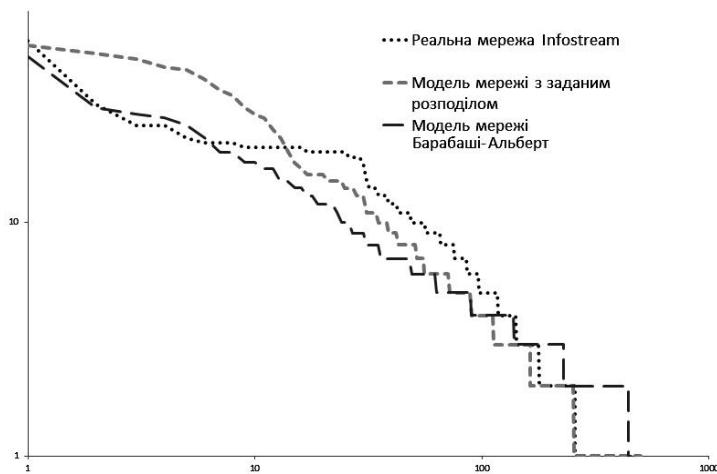


Рис. 4. Розподіли степенів мереж, що досліджуються

Для кожної із розглянутих мереж за описаним вище алгоритмом були побудовані лінії ймовірностей відновлення кожного зв'язку відповідної мережі, які представлені на рис. 5.

На рис. 5 показані три лінії, що відображають аналіз одного з видів розглянутих мереж. Значеннякої з ліній — це сукупність імовірностей відновлення кожного зв'язку, відсортована в порядку зростання. Як можна бачити, доля відновлення зв'язків у різних моделях різна. Якщо в реальній мережі відновлюється близько 50 % зв'язків, то у штучних мережах їхнє число близько 25 %.



Рис. 5. Імовірності відновлення зв'язків різних мереж

Загальну стійкість мережі до атак можливо розглядати як середнє арифметичне від імовірностей відновлення кожного окремого зв'язку мережі, тобто:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n}, \quad (3)$$

де p_i — ймовірність відновлення i -го зв'язку; n — загальна кількість зв'язків.

Звідси, підставивши формулу (2) у (3), отримаємо загальну формулу розрахунку сукупності ймовірностей відновлюваності мережі:

$$V = \frac{\sum \left(1 - (1 - p_{i,j}) \prod_{k \neq i,j} (1 - p_{i,k} p_{k,j}) \prod_{k \neq i \neq l \neq j} (1 - p_{i,k} p_{k,l} p_{l,j}) \dots \right)}{n}. \quad (4)$$

Розрахувавши ймовірності відновлення всіх окремих вузлів, отримаємо:

- 1) графік імовірностей, що відображають загальну сукупність вузлів, здатних і не здатних до відновлення (рис. 5);
- 2) кількість членів груп зв'язків з однаковою ймовірністю відновлення;
- 3) стійкість мережі до атак як середнє арифметичне всіх імовірностей відновлення зв'язків.

Даний метод дозволяє аналізувати мережі на їхню відновлюваність, результати чого можливо застосовувати в порівнянні мереж різних типів, що допоможе при прогнозуванні розвитку мереж, аналізі їхньої стійкості до атак; допоможе зробити більш точний вибір моделей для їхнього максимального наближення до реальності.

Цей метод розширює можливості оцінки якості моделей мереж, може використовуватися при аналізі та оцінці мережевих структур у таких галузях як маркетинг, конкурентна розвідка, економіка, інформаційно-мережеві технології.

1. Newman M.E.J. Scaling and Percolation in the Small-World Network Model / M.E.J. Newman, D.J. Watts // Phys. Rev. E. — 1999. — № 60. — P. 7332–7342.
2. Newman M.E.J. The Structure and Function of Complex Networks / M.E.J. Newman // SIAM Review, 2003. — **45**. — P. 167–256.
3. Clauset A., Moore C., Newman M.E.G. Hierarchical Structure and the Prediction of Missing Links in Networks // Nature. — 2000. — N 453. — P. 98–101.
4. Додонов О.Г. Імовірнісна модель виявлення латентних зв'язків у мережах понять / О.Г. Додонов, Д.В. Ланде // Реєстрація, зберігання і оброб. даних, 2011. — Т. 13, № 2, — С. 38–46.
5. Додонов А.Г. Факторы сетевой мобилизации / Додонов А.Г., Ландэ Д.В. // Материалы XII Международной научно-практической конференции «Информационная безопасность». — Ч. 1. — Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФИ, 2012. — С. 19–27.
6. Albert R. Statistical mechanics of complex networks / R. Albert, A.-L. Barabasi // Rev. Mod. Phys. — 2002. — **74**. — P. 47; Preprint Arxiv: cond-mat/0106096.
7. Ландэ Д.В. Моделирование контентных сетей / Д.В. Ландэ // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. праць. — К.: НАУ, 2012. — Вип. 1(37). — С. 78–84.
8. InfoStream. Мониторинг новостей из Интернет: технология, система, сервис: науч.-метод. пособ. / Григорьев А.Н., Ландэ Д.В., Бороденков С.А. [и др.]. — К.: Старт-98, 2007. — 40 с.

Надійшла до редакції 26.07.2012