

УДК 532.528

# РАСЧЕТ ФОРМЫ ПЛОСКИХ СУПЕРКАВЕРН ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

В. Н. СЕМЕНЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 15.06.2000

Представлены результаты расчета длины и формы плоских нестационарных суперкаверн за клином при периодической зависимости от времени. Переменная длина каверны находится в последовательные моменты времени путем численного решения уравнения баланса массы газа в каверне. На каждой итерации решение рассчитывается из линейной системы сингулярных интегральных уравнений методом дискретных особенностей. Исследовано влияние упругости газа, заполняющего плоскую вентилируемую суперкаверну. Дан сравнительный анализ нестационарного поведения плоских и осесимметричных суперкаверн.

Викладені результати розрахунку довжини і форми плоских нестационарних суперкаверн за клином при періодичній залежності від часу. Змінна довжина каверни відшукується в послідовні моменти часу шляхом чисельного розв'язування рівняння балансу маси газу в каверні. На кожній ітерації розв'язок розраховується з лінійної системи сингулярних інтегральних рівнянь методом дискретних особливостей. Досліджено вплив пружності газу, що заповнює плоску вентильовану суперкаверну. Поданий порівняльний аналіз нестационарної поведінки плоских та осесиметричних суперкаверн.

Calculation results of length and shape of 2D nonstationary cavities past a wedge at periodic time dependence are presented. The variable cavity length is found in sequential moments by numerical solving the equation of gas mass balance in the cavity. For each iteration the solution is calculated from a linear set of singular integral equations by the method of discrete singularities. The influence of elasticity of the gas filling the two-dimensional ventilated supercavity is investigated. A comparative analysis of unsteady behavior of plane and axisymmetric supercavities is given.

## ВВЕДЕНИЕ

Плоские задачи суперкавитационного обтекания возникают при исследовании суперкавитирующих подводных крыльев, стоек, винтов, лопаток турбомашин и т.п. Во многих случаях для их расчета применяется линейная теория [1, 2].

До настоящего времени не имеет полного решения проблема расчета длины плоской нестационарной каверны  $l(t)$  при ненулевых числах кавитации  $\sigma = 2(p_\infty - p_c)/\rho V_\infty^2$ , где  $p_\infty, V_\infty$  – давление и скорость в невозмущенном потоке;  $p_c$  – давление в каверне. Трудность состоит в том, что при  $\sigma \neq 0$  обычная процедура линеаризации области течения и граничных условий не приводит к линейности задачи в целом, так как вариация неизвестной функции  $l(t)$  имеет порядок единицы.

В работе [3] мы предложили метод решения указанной проблемы для практически важного случая гармонической зависимости течения от времени. Расчеты подтвердили, что для достаточно длинных суперкаверн учет переменности длины каверны  $l(t)$  слабо сказывается на величине нагрузок на профиль. Таким образом, для расчета нестационарных нагрузок допустимо использование линейных алгоритмов с  $l = \text{const}$ .

Однако существует класс задач, когда расчет изменения длины, формы и объема нестационар-

ной каверны необходим. Это прежде всего задачи об автоколебаниях вентилируемых каверн [4, 5] и задачи динамики внутренних трактов гидросистем, содержащих каверны.

В данной работе представлены результаты расчета длины, формы и объема нестационарной суперкаверны на примере задачи о кавитационном обтекании тонкого колеблющегося клина. Используется метод расчета, описанный в [3].

Исследовано влияние упругости газа, заполняющего плоскую вентилируемую суперкаверну, которое характеризуется параметром подобия

$$\beta = \frac{\sigma_v}{\sigma} \approx \frac{Eu}{\sigma} \geq 1, \quad (1)$$

где  $\sigma_v = 2(p_\infty - p_v)/\rho V_\infty^2$  – паровое число кавитации;  $p_v$  – давление насыщенного пара;  $Eu$  – число Эйлера. Значение  $\beta = 1$  соответствует естественной паровой суперкавитации.

Показано, что расчет нестационарного поведения плоских и осесимметричных [5] суперкаверн приводит к идентичным результатам в качественном отношении. Это подтверждает правильность расчетного алгоритма, который используется нами при разработке программ компьютерного моделирования нестационарных суперкавитационных процессов [5, 6].

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим симметричный суперкавитирующий клин единичной длины, обтекаемый неограниченным потоком идеальной, несжимаемой и невесомой жидкости. На верхней и нижней щеках клина задана нормальная скорость

$$v_y(x, t) = \pm \alpha \pm \kappa \mathbf{Re} \{v_y^*(x) e^{jkt}\}, \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

где  $k = \omega b/V_\infty$  – приведенная частота колебаний;  $\omega$  – круговая частота;  $\alpha \sim O(\varepsilon)$  – полуугол клина;  $\kappa \sim O(\varepsilon)$  – амплитуда нестационарных возмущений;  $\varepsilon$  – малый параметр. Здесь и ниже знаком “\*” отмечены комплексные по  $j = \sqrt{-1}$  величины (комплексные амплитуды).

Будем считать течение в каждый момент времени симметричным относительно оси  $Ox$ . Область течения представляет собой плоскость с разрезом по отрезку  $0 < x < l(t)$ . На сторонах разреза имеем следующие граничные условия [2]:

$$\varphi_y = \pm v_y(x, t), \quad 0 < x < 1; \quad y = \pm 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\sigma(t)}{2}, \quad 1 < x < l(t); \quad y = \pm 0, \quad (4)$$

$$\varphi_y = \pm \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} \right), \quad 1 < x < l(t); \quad y = \pm 0, \quad (5)$$

где  $y = F(x, t) = \alpha F_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{F^*(x) e^{jkt}\}$  – уравнение верхней границы каверны. Здесь и далее используются безразмерные переменные.

Вследствие колебаний клина длина каверны зависит от времени:  $l = l(t)$ . Число кавитации  $\sigma$  будет функцией времени в случае газонаполненной каверны, когда  $p_c = p_c(t)$ .

В силу симметрии течения на оси должно выполняться условие

$$\varphi_y = 0, \quad -\infty < x < 0; \quad y = 0. \quad (6)$$

Для решения задачи воспользуемся приближенным методом, предложенным в [3]. Представим число кавитации в виде суммы квазистационарного и возмущенного слагаемых:

$$\sigma(t) = \alpha \sigma_0 + \kappa \mathbf{Re} \{\sigma^* e^{jkt}\}, \quad \sigma_0 \sim \sigma^* \sim O(1). \quad (7)$$

Будем отыскивать потенциал течения также в виде суммы квазистационарной и нестационарно возмущенной составляющих:

$$\varphi(x, y, t) = \alpha \varphi_0(x, y) + \kappa \mathbf{Re} \{\varphi^*(x, y) e^{jkt}\}. \quad (8)$$

Потребуем, чтобы на границах течения выполнялись кинематические и динамические условия (3),

(4) отдельно для квазистационарной и возмущенной составляющих решения:

$$\varphi_{y0} = -\alpha, \quad \varphi_y^* = v_y^*(x), \quad 0 < x < 1, \quad y = +0, \quad (9)$$

$$\varphi_{x0} = \frac{\sigma_0}{2}, \quad jk\varphi^* + \frac{\partial \varphi^*}{\partial x} = \sigma^*/2, \quad (10)$$

$$1 < x < l(t), \quad y = \pm 0.$$

Как указано в [3], разделение задачи на квазистационарную и возмущенную части вносит ошибку, которая быстро убывает при увеличении  $l$ .

### 2. РАСЧЕТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для решения краевой задачи (3), (4) воспользуемся методом интегральных уравнений [2]. Поскольку течение симметрично относительно оси  $Ox$ , искомое поле скоростей можно получить, заменяя клин и каверну распределенными плоскими источниками с интенсивностями

$$q(x, t) = \alpha q_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{q^*(x) e^{jkt}\}, \quad (11)$$

$$q_0(x) = 2\varphi_{y0}(x), \quad q^*(x) = 2\varphi_y^*(x).$$

На отрезке  $0 < x < 1$  интенсивность источников известна:

$$q_0(x) = 2\alpha, \quad q^*(x) = 2v_y^*(x). \quad (12)$$

Решение задачи для нестационарных возмущений имеет вид [2]

$$jk\varphi^* + \frac{d\varphi^*}{dx} = \frac{1}{2\pi} \int_0^l q^*(s) \left[ \frac{x-s}{(x-s)^2 + y^2} + \right. \quad (13)$$

$$\left. + jk \ln \sqrt{(x-s)^2 + y^2} \right] ds.$$

При  $k = 0$  из решения (13) получим выражение для квазистационарной продольной скорости  $\varphi_{x0}$ . Подставляя решения в краевые условия (10) и добавляя условия разрешимости краевой задачи [2], получаем две системы сингулярных интегральных уравнений относительно  $q_0(x)$ ,  $q^*(x)$ ,  $\sigma_0$  и  $\sigma^*$ :

$$\int_1^l \frac{q_0(s) ds}{x-s} - \pi \sigma_0 = 2 \ln \frac{x-1}{x}, \quad (14)$$

$$\int_1^l q_0(s) ds = -2, \quad (15)$$

$$\int_1^l q^*(s) \left( \frac{1}{x-s} + jk \ln |x-s| \right) ds - \pi \sigma^* = \quad (16)$$

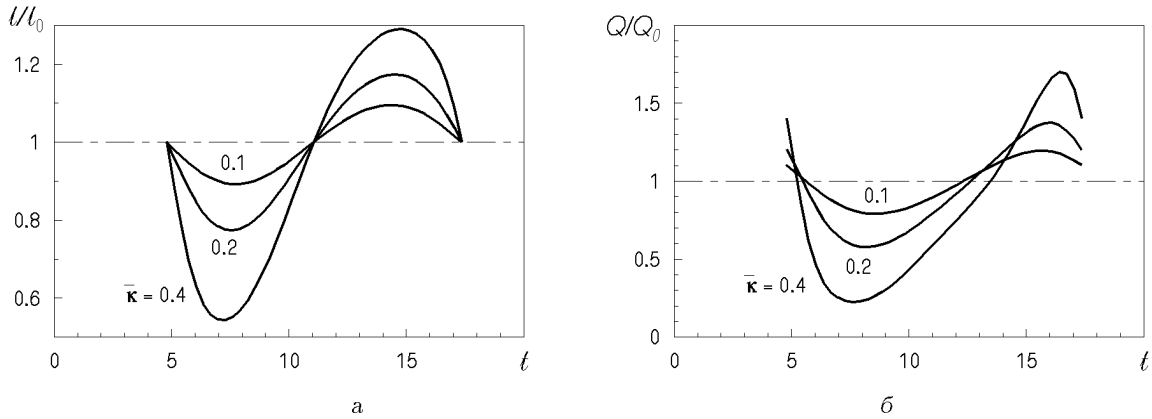


Рис. 1. Влияние амплитуды колебаний на  $l(t)$  (а) и  $Q(t)$  (б),  $l_0 = 6.0$ ,  $k = 0.5$ ; волнообразные деформации клина

$$= -2 \int_0^1 v_y^*(s) \left( \frac{1}{x-s} + jk \ln|x-s| \right) ds, \quad (17)$$

$$\int_1^l q^*(s) ds = -2 \int_0^1 v_y^*(s) ds.$$

Система интегральных уравнений (14), (15) допускает точное решение [7]

$$\frac{\sigma_0}{\alpha} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{2\sqrt{l}}{l-1} + \ln \frac{\sqrt{l}+1}{\sqrt{l}-1} \right). \quad (18)$$

Интегралы в правых частях уравнений (16), (17) легко вычисляются для конкретных видов колебаний щек клина (2).

Поскольку длина каверны  $l(t)$  является неизвестной функцией времени, к уравнениям (14)–(17) необходимо добавить еще одно “закрывающее” соотношение. В работе [3] мы предложили в качестве замыкающего соотношения использовать уравнение баланса массы газа в каверне при его изотермическом расширении [8, 9]:

$$\frac{d}{dt} [(\beta - \bar{\sigma}(t)) Q(t)] = \beta [\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}(t)], \quad (19)$$

где  $\bar{\sigma} = \sigma(t)/\sigma_0$ ;  $Q(t)$  – объем каверны;  $\dot{Q}_{in}$ ,  $\dot{Q}_{out}(t)$  – объемные расходы поддува воздуха в каверну и уноса из каверны. Предполагается, что давление  $p_c(t)$  изменяется синхронно по длине каверны.

Из кинематического граничного условия (5) с учетом (6) получаем выражение для формы верхней границы каверны при  $1 < x < l(t)$ :

$$F(x, t) = F_0(x) + \kappa \mathbf{Re} \{ F^*(x) e^{jkt} \}, \quad (20)$$

где

$$\frac{F_0(x)}{\alpha} = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{l(x-1)(l-x)}}{l-1} + x \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{l-x}{l(x-1)}} \right],$$

$$F^*(x) = e^{-jkx} \int_0^x q^*(s) e^{jks} ds.$$

Объем нестационарной каверны будет

$$Q(t) = 2 \int_1^l F(s, t) ds = \quad (21)$$

$$= \alpha(l\sqrt{l}-1) + 2\kappa \mathbf{Re} \left\{ \frac{j}{k} F^*(l) e^{jkt} \right\}.$$

Расчетный алгоритм [3] состоит в нахождении зависимости  $l(t)$  в последовательные моменты времени путем численного решения уравнения (19). При этом на  $i$ -ой итерации интенсивности  $q^*(x)$  и число кавитации  $\sigma^*$  рассчитываются при  $l = l_i$  из линейной системы (16), (17) методом дискретных особенностей [2], а объем каверны – по формуле (21).

### 3. ЕСТЕСТВЕННАЯ СУПЕРКАВЕРНА ЗА КОЛЕБЛЮЩИМСЯ КЛИНОМ

В случае естественной паровой суперкаверны ( $\beta = 1$ ) уравнение (19) вырождается в условие постоянства давления в каверне:

$$\sigma_0(l) + \bar{\kappa} [\sigma_1(l) \cos kt - \sigma_2(l) \sin kt] = \sigma_0(l_0), \quad (22)$$

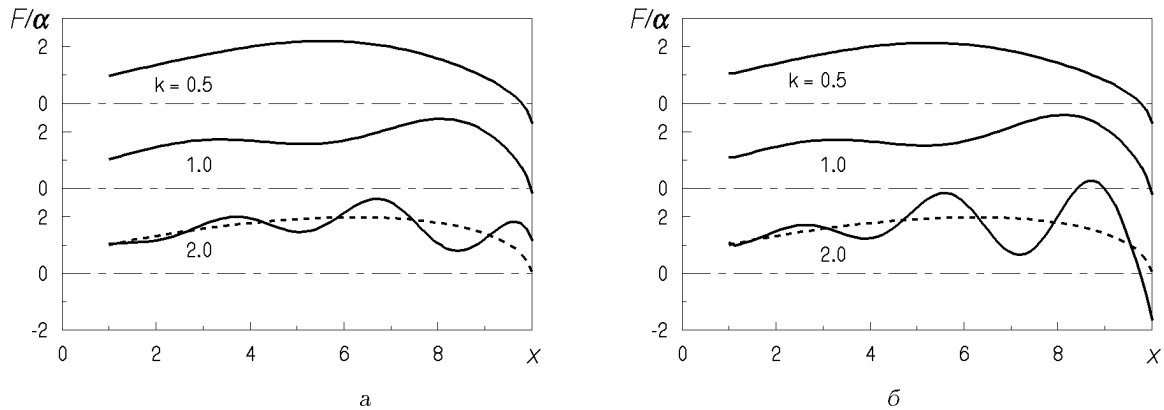


Рис. 2. Форма каверны в зависимости от частоты колебаний,  $l_0 = 10.0$ ,  $\bar{\kappa} = 0.1$ :  
 а - волнообразные деформации клина, б - шарнирный клин

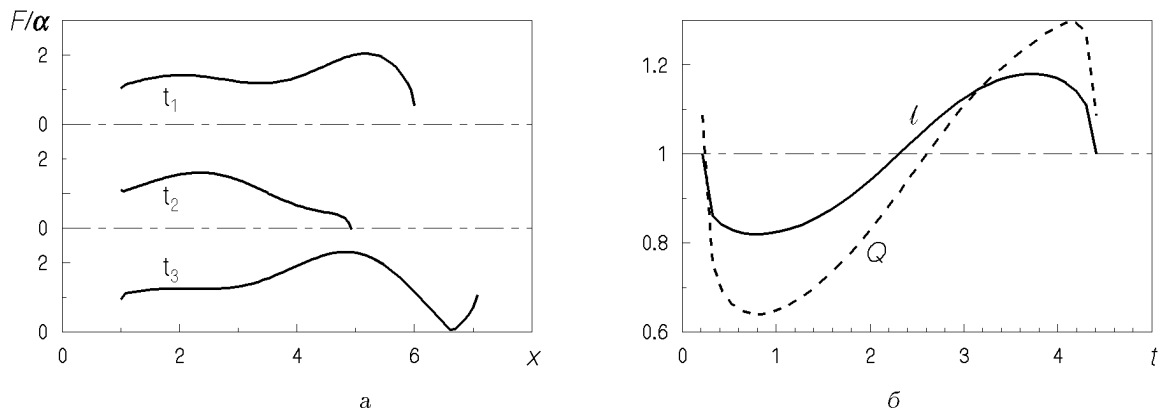


Рис. 3. Эволюция каверны на периоде колебаний,  $l_0 = 6.0$ ,  $k = 1.5$ ,  $\bar{\kappa} = 0.1$ ; шарнирный клин:  
 а - изменение формы каверны, б - изменение длины и объема каверны

где  $\bar{\kappa} = \kappa/\alpha$  – относительная амплитуда нестационарных возмущений,  $l_0$  – длина стационарной каверны при  $\kappa = 0$ .

Рассмотрим два стандартных типа колебаний щек клина:

$$v_y^*(x) = e^{-jkx} \quad \text{волнообразные деформации;}$$

$$v_y^*(x) = 1 + jkx \quad \text{шарнирный клин.}$$

На рис. 1 приведены рассчитанные для одного периода колебаний графики зависимостей  $l(t)$  и  $Q(t)$  при различных значениях относительной амплитуды вынуждающих колебаний  $\bar{\kappa}$ . Как видно, колебания длины каверны при увеличении  $\bar{\kappa}$  все больше отличаются от синусоидальных. То же происходит при увеличении частоты  $k$ . При превышении некоторых значений  $\bar{\kappa}$  и  $k$  функции  $l(t)$  и  $Q(t)$  становятся разрывными.

На рис. 2 показана характерная волнообразная форма суперкаверны за колеблющимся клином для

трех значений частоты  $k$ . Для удобства сравнения в каждом случае форма каверны рассчитывалась по формуле (20) в момент времени  $t_k$ , когда  $l(t_k) = l_0$ . Штриховой линией показана форма замкнутой стационарной суперкаверны при  $k = 0$ . При  $k > 0$  каверна незамкнута.

Как видно, характер деформации границ каверны одинаков для разных типов колебаний щек клина. Кинематические волны, созданные колебаниями точек срыва границ каверны, распространяются вдоль каверны со скоростью  $V_\infty$ , при этом их амплитуда возрастает приблизительно по линейному закону. Колебания типа “шарнирный клин” (рис. 2, б) вносят в поток большие возмущения при той же амплитуде, поскольку на их поддержание затрачивается большая мощность.

На рис. 3 показано изменение формы естественной суперкаверны в пределах одного безразмерного периода колебаний  $T = 4.189$ . На рис. 3, а при-

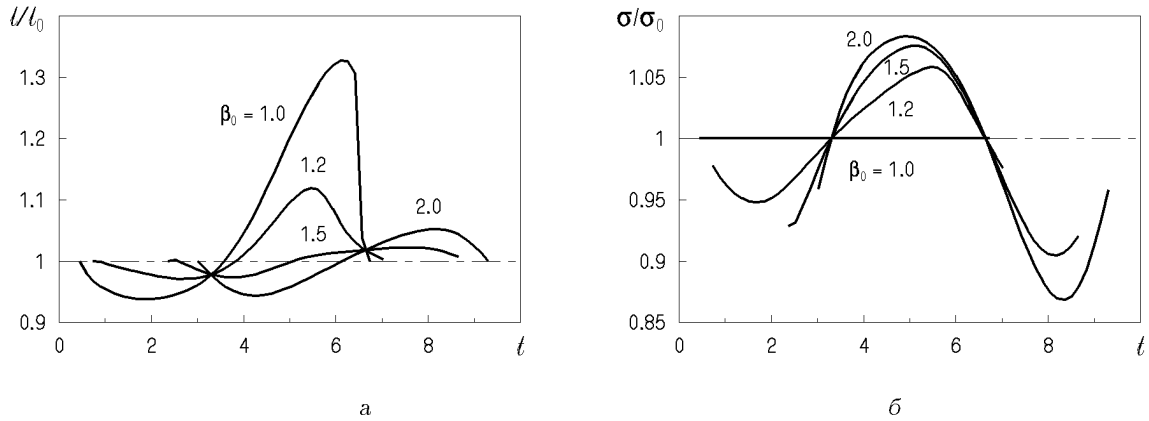


Рис. 4. Влияние параметра  $\beta_0$  на  $l(t)$  (а) и  $\sigma(t)$  (б),  $l_0 = 6.0$ ,  $k = 1.0$ ,  $\bar{\kappa} = 0.2$ ; волнообразные деформации клина

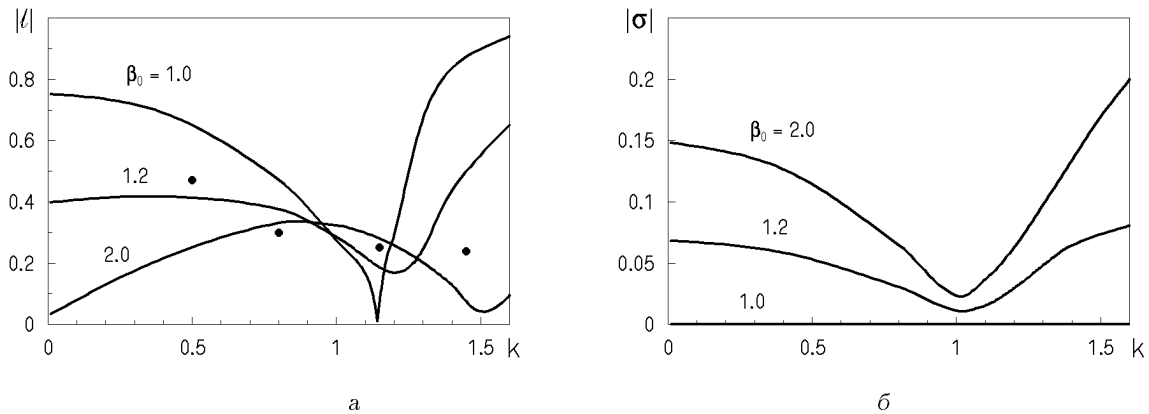


Рис. 5. Влияние параметра  $\beta_0$  на АЧХ  $l(t)$  (а) и  $\sigma(t)$  (б),  $l_0 = 4.8$ ,  $\bar{\kappa} = 0.11$ ; шарнирный клин

ведена форма каверны в моменты времени  $t_1 = 0.2133$ ,  $t_2 = 0.8416$  (минимальная длина каверны на периоде) и  $t_3 = 3.774$  (максимальная длина каверны на периоде). Соответствующие графики зависимости длины и объема каверны от времени показаны на рис. 3, б.

Заметим, что в работе [10] в аналогичной постановке рассмотрена задача о симметричном обтекании суперкавитирующего клина потоком, скорость которого  $V_\infty(t)$  испытывает малые гармонические возмущения. В этом частном случае задача является полностью линейной и интегральные уравнения допускают обращение, что позволило авторам получить решение в квадратурах.

#### 4. ВЛИЯНИЕ ГАЗА, ЗАПОЛНЯЮЩЕГО ВЕНТИЛИРУЕМУЮ КАВЕРНУ

В случае газонаполненной каверны  $\beta > 1$  в каче-

стве замыкающего уравнения используем уравнение (19). Для плоских суперкаверн расход воздуха из каверны аппроксимируем линейной функцией давления в каверне [9]:

$$\dot{Q}_{out}(t) = \gamma b_0 V_\infty \left( 1 - \frac{\sigma(t)}{Eu} \right), \quad (23)$$

где  $\gamma$  – эмпирический коэффициент;  $b_0$  – ширина миделя каверны. Эксперименты [4] дают значение  $\gamma = 2.5 \cdot 10^{-4}$ .

На рис. 4 представлены графики функций  $l(t)$  и  $\sigma(t)$  при различных значениях параметра  $\beta_0$ . Влияние  $\beta_0$  заключается в возрастании сдвига фазы и изменении амплитуды.

На рис. 5 показано влияние параметра  $\beta_0$  на амплитудно-частотные характеристики каверны

$$|l(t)| = \frac{l_{max} - l_{min}}{2}, \quad |\sigma(t)| = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}.$$

Параметры расчета выбраны в максимально воз-

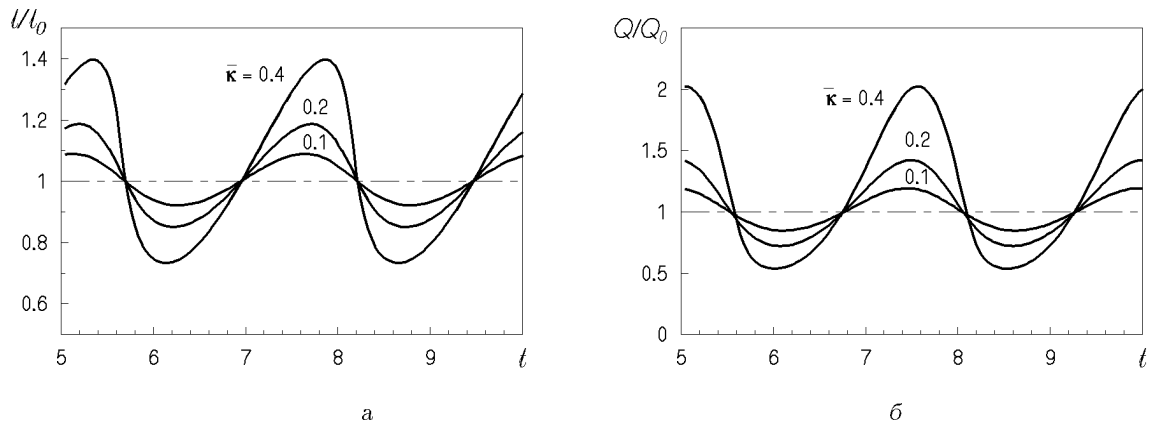


Рис. 6. Изменение длины (а) и объема (б) осесимметричной суперкаверны:  $\beta_0 = 1.0$ ;  $k = 2.5$ ; пульсации внешнего давления

можной степени соответствующими условиям эксперимента [11].

Из проведенных расчетов можно сделать вывод, что с возрастанием параметра  $\beta_0$  возрастает роль упругости газа, заполняющего каверну. В нашей работе [9] показано, что плоская газонаполненная суперкаверна в безграничном потоке неустойчива при  $\beta > 3.08$ . Предлагаемый метод расчета вынужденных колебаний применим по меньшей мере для устойчивых каверн, т.е. при  $\beta < 3$ .

## 5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В работе [11] приведены экспериментальные данные для колеблющегося суперкавитирующего крыла, имеющего клиновидное сечение  $\alpha = 5^\circ$ . Крыло совершало вынужденные крутильные колебания  $\pm 3^\circ$  с заданной безразмерной частотой  $k$  относительно середины хорды при среднем угле атаки  $13^\circ$  и стационарном числе кавитации  $\sigma = 0.37$ . При этом безразмерная длина стационарной каверны составляла  $l_0 = 3.8$ , относительная амплитуда колебаний равна  $\bar{\kappa} = 0.11$ .

Во время опытов записывались нестационарная подъемная сила, давление в каверне и производилась скоростная киносъемка колеблющейся каверны. По отпечаткам кадров измерялись мгновенные значения длины и площади каверны, а также «толщины конца каверны»  $\delta$ .

Поскольку характер деформации каверны одинаков для различных типов колебаний суперкавитирующего профиля, экспериментальные данные [11] могут быть сопоставлены с результатами расчетов суперкаверны за симметричным клином в части динамического поведения каверны.

Измерения [11] показали, что каждая из величин  $l(t)$ ,  $p_c(t)$ ,  $Q(t)$  и  $\delta(t)$  изменяется со временем периодически с частотой  $k$ . Форма приведенных осциллограмм трансформируется с ростом частоты аналогично расчетным графикам настоящей работы. На рис. 5, а кружками нанесены экспериментальные данные для полуразмаха колебаний длины каверны, снятые с Fig. 10 работы [11]. При этом учтено, что в работе [11] приведенная частота  $k$  вычисляется по полухорде крыла.

В статье [11] недостаточно данных для определения величины параметра  $\beta_0$ , что затрудняет количественное сопоставление данных о колебаниях давления в каверне.

## 6. СРАВНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ОСЕСИММЕТРИЧНОСТИ СУПЕРКАВЕРН

В настоящее время единственным надежным методом расчета нестационарных осесимметричных суперкаверн является полуэмпирическое уравнение расширения сечений каверны, основанное на принципе независимости Г.В.Логвиновича [12]. На базе этого уравнения и уравнения (20) нами разработан «быстрый» численный алгоритм, позволяющий моделировать на экране компьютера нестационарные суперкавитационные процессы различных типов [5, 6].

Поскольку принцип независимости является приближенным по существу, его проверка имеет большое методическое значение. Экспериментальная проверка принципа подтверждает его справедливость в широком диапазоне изменения параметров [6]. Представляет интерес сравнение резуль-

татов расчетов формы нестационарных каверн по принципу независимости с теоретическим решением, полученным для плоских суперкаверн.

Сравнение результатов работ [8, 9] показывает, что в отношении линейной неустойчивости динамические свойства плоских и осесимметричных газонаполненных суперкаверн полностью идентичны. Сопоставим нестационарное поведение плоских и осесимметричных суперкаверн при вынужденных колебаниях.

На рис. 6 показана зависимость длины и объема осесимметричной суперкаверны от времени, рассчитанная при тех же значениях параметров, что на рис. 1. Расчеты выполнены с помощью нашей программы PULSE [5]. Источником нестационарных возмущений являются колебания внешнего давления  $\beta(t) = \beta_0(1 + \bar{\kappa} \cos kt)$ . Заметим, что в программе PULSE в качестве линейного масштаба при обезразмеривании используется длина невозмущенной каверны. Поэтому для соответствия параметров значения приведенной частоты  $k$  и времени  $t$  на рис. 6 по сравнению с рис. 1 умножены на  $l_0 - 1 = 5.0$ .

Сравнение графиков на рис. 6, 1 и 3 показывает, что в случае нелинейных колебаний форма графиков  $l(t)$  и  $Q(t)$  для осесимметричных и плоских суперкаверн качественно подобна. С возрастанием частоты и амплитуды колебаний их форма все больше отклоняется от синусоидальной, приобретая характерный вид “падающей волны”. При превышении некоторых критических значений  $k_{cr}$  и  $\bar{\kappa}_{cr}$  функции  $l(t)$  и  $Q(t)$  становятся разрывными. Подобное поведение пульсирующих каверн наблюдается и в эксперименте [4, 11].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод расчета длины и формы плоских нестационарных суперкаверн при гармонической зависимости от времени дает результаты, согласующиеся с имеющимися экспериментальными данными [11] при не слишком больших частотах колебаний  $k$  и умеренных относительных амплитудах  $\bar{\kappa}$ . Опыт расчетов позволяет заключить, что его можно применять по меньшей мере для значений параметра  $\beta$ , соответствующих устойчивым кавернам, и для частот колебаний, меньших нижней собственной частоты каверны [9]. Поскольку длина невозмущенной каверны за клином равна  $l_0 - 1$ , то отсюда следуют оценки

$$\beta < 3, \quad k < 2\pi/(l_0 - 1).$$

Впервые выполнены расчеты плоской нестационарной вентилируемой каверны с учетом

упругости газа, заполняющего каверну. Наличие газа приводит к существенному изменению амплитудно-частотных характеристик функций  $l(t)$ ,  $Q(t)$  и  $\sigma(t)$ . С ростом параметра  $\beta$  возрастает относительная роль упругости газа, заполняющего каверну.

Сравнение результатов расчета нестационарного поведения плоских и осесимметричных суперкаверн [5] показало их качественное соответствие. Этот результат можно трактовать как дополнительное подтверждение справедливости принципа независимости расширения сечений каверны Г.В.Логвиновича [12], на котором базируется расчетная модель нестационарных осесимметричных суперкаверн [5, 6].

Данный метод расчета легко распространяется на случай обтекания несимметричных суперкавитирующих профилей ограниченными потоками [3] и в составе решеток профилей. Расчеты показали, что вблизи твердых границ и в решетках размах колебаний длины и объема суперкаверны возрастает, а вблизи свободных границ потока – уменьшается.

1. Tulin M.P. Supercavitating flows – small perturbation theory // J. of Ship Research.– 1964.– 7, N 3.– P. 16–37.
2. Сфремов И.И. Лінеаризована теорія кавітаційного обтікання.– К.: Наук. думка, 1974.– 156 с.
3. Семенов В.Н., Семенов Т.Н. Колебания тонкого суперкавитирующего профиля вблизи свободной поверхности // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1, N 3.– С. 48–54.
4. Silberman E., Song C.S. Instability of ventilated cavities // J. of Ship Research.– 1961.– 5, N 1.– P. 13–33.
5. Семенов В.Н. Компьютерное моделирование пульсаций вентилируемых суперкаверн // Гидромеханика.– 1997.– Вып. 71.– С. 110–118.
6. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Путилин С.И. Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1, N 1.– С. 62–80.
7. Рождественский В.В. Кавитация.– Л.: Судостроение, 1977.– 248 с.
8. Парышев Э.В. Теоретическое исследование устойчивости и пульсаций осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ.– 1978.– Вып. 1907.– С. 17–40.
9. Семенов В.Н. Неустойчивость плоской газонаполненной суперкаверны в безграничном потоке // Гидромеханика.– 1995.– Вып. 69.– С. 56–64.
10. Роман В.М., Рева Т.Л. Кавитационное обтекание симметричного профиля пульсирующим потоком.– Пробл. гидродин. больш. скоростей.– Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та.– 1993.– С. 215–224.
11. Nishiyama T. Unsteady cavity flow model for two-dimensional super-cavitating hydrofoils in oscillation // Technology Reports, Tohoku Univ.– 1982.– 46, N 2.– P. 199–216.
12. Логвинович Г.В. Вопросы теории тонких осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ.– 1976.– Вып. 1797.– С. 3–17.