

УДК 621.391

С. Я. Жук¹, В. И. Кожешкурт², В. В. Юзефович²

¹ Национальный технический университет Украины «КПИ»
просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина

² Институт проблем регистрации информации НАН Украины
ул. Н. Шпака, 2, 03113 Киев, Украина

Алгоритмы оценивания процессов со случайной структурой в дискретном времени и их применение при траекторной обработке

На основе аппарата смешанных марковских процессов в дискретном времени синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы фильтрации, экстраполяции и интерполяции процессов со случайной структурой. Их анализ проведен на примере решения задачи оценивания параметров движения маневрирующей цели при наличии аномальных измерений.

Ключевые слова: стохастический процесс со случайной структурой, смешанный марковский процесс в дискретном времени, фильтрация, экстраполяция, интерполяция, плотность вероятности.

Введение

Актуальной задачей обработки информации является синтез оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов оценивания стохастических процессов, структура которых изменяется скачком в случайные моменты времени [1]. К данному классу задач относятся фильтрация параметров движения маневрирующей цели, комплексирование измерителей с отказами, совместное оценивание и распознавание речевых сигналов, и многие другие.

Широкое применение при решении таких задач находят дискретные модели со случайной структурой, которые также называют моделями с переключениями. С целью сокращения объемов математических выкладок и, не снижая общности полученных результатов, ограничимся рассмотрением линейных дискретных моделей со случайной структурой вида

$$x(k) = F_j(k, k-1)x(k-1) + G_j(k)\omega(k), \quad j = \overline{1, L}, \quad (1)$$

$$y(k) = H_m(k)x(k) + B_m(k)v(k), \quad m = \overline{1, M}, \quad (2)$$

где $x(k)$ — вектор состояния динамической системы; $y(k)$ — вектор наблюдения; $F_j(k, k-1)$, $G_j(k)$, $H_m(k)$, $B_m(k)$ — матрицы, являющиеся известными функциями дискретных параметров $a_j(k)$, $b_m(k)$; $\omega(k)$, $\nu(k)$ — некоррелированные гауссовские последовательности $N(0, Q(k))$, $N(0, R(k))$ соответственно; $x(0)$ — начальный вектор состояния с априорной плотностью вероятности (ПВ) $P(x(0)) = N(\hat{x}(0), \hat{P}(0))$.

Уравнение (1) описывает модель формирования процесса со случайной структурой $x(k)$ в виде дискретной динамической системы, а выражение (2) — механизм образования данных, доступных наблюдению, который также имеет случайную структуру. Тип и смена структуры уравнений (1), (2) определяются с помощью цепей Маркова $a_j(k)$, $b_m(k)$ матрицами вероятностей переходов $\prod_{ij}^a(k, k-1)$, $i, j = \overline{1, L}$, $\prod_{nm}^b(k, k-1)$, $n, m = \overline{1, M}$, и начальными вероятностями $p_i^a(0)$, $i = \overline{1, L}$, $p_n^b(0)$, $n = \overline{1, M}$, соответственно.

Для решения задачи фильтрации процесса со случайной структурой $x(k)$ по наблюдению $y(k)$ в настоящее время применяется байесовский метод адаптивного оценивания [2]. Однако синтезируемый на его основе оптимальный фильтр относится к классу устройств с растущим числом каналов и является практически нереализуемым, а квазиоптимальные фильтры получают путем ограничения числа каналов оптимального устройства.

Большое число задач статистического синтеза оптимальных систем может быть решено на основе теории условных марковских процессов [3]. Кроме основных четырех видов таких процессов существуют и более сложные смешанные марковские процессы (СМП), часть компонентов которых принимает непрерывное множество значений, а часть — дискретное. Наряду с широко применяемым классом СМП в непрерывном времени, важное практическое значение имеют СМП в дискретном времени. При этом они адекватны решаемой задаче при реализации синтезированных алгоритмов на ЦВМ.

Синтез оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов фильтрации и интерполяции

Введем в рассмотрение расширенный смешанный процесс, включающий как непрерывный, так и дискретные компоненты $\xi(k) = (x(k), a_j(k), b_m(k))$. Обозначим совместную априорную ПВ смешанного процесса $P(x(k), a_j(k), b_m(k))$. Следуя методике, приведенной в монографии [4], можно показать, что расширенный процесс $\xi(k)$ относится к классу СМП в дискретном времени. При этом ПВ перехода такого процесса описывается выражением

$$\prod(\xi(k) / \xi(k-1)) \prod(x(k) / x(k-1), a_j(k)) \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1),$$

а априорная ПВ $P(x(k), a_j(k), b_m(k))$ вычисляется рекуррентно с помощью уравнения

$$P(x(k), a_j(k), b_m(k)) = \sum_{i=1}^L \sum_{n=1}^M \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \prod (x(k)/x(k-1), a_j(k)) P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1)) dx(k-1), \quad (3) \\ j = \overline{1, L}, \quad m = \overline{1, M},$$

при начальном условии $P(x(0), a_j(0), b_m(0)) = P(x(0)) p_i^a(0) p_n^b(0)$, $i = \overline{1, L}$, $n = \overline{1, M}$.

Одними из основных задач оптимальной обработки информации являются фильтрация, экстраполяция и интерполяция. Необходимо отметить, что процесс со случайной структурой $x(k)$ не обладает марковским свойством, что значительно затрудняет, а в ряде случаев, и не позволяет получать решение этих задач. Однако эту трудность можно обойти при рассмотрении расширенного процесса $\xi(k)$, обладающего марковским свойством. При этом алгоритм оценивания процесса со случайной структурой $x(k)$ будет являться частью общего алгоритма оценивания расширенного процесса $\xi(k)$.

Базовой среди указанных задач является задача фильтрации. Наиболее полное решение задачи фильтрации состоит в определении апостериорной ПВ фильтруемого процесса. Учитывая марковское свойство $\xi(k)$ и следуя традиционной методике синтеза алгоритмов фильтрации марковских процессов в дискретном времени, можно показать [3], что апостериорная ПВ расширенного процесса $\xi(k)$ вычисляется на основе рекуррентных уравнений

$$W^*(x(k), a_j(k), b_m(k)) = \sum_{i=1}^L \sum_{n=1}^M \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \prod (x(k)/x(k-1), a_j(k)) W(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1)) dx(k-1), \quad (4) \\ W(x(k), a_j(k), b_m(k)) = P(y(k)/x(k), b_m(k)) W^*(x(k), a_j(k), b_m(k)) / \\ / P(y(k)/Y(k-1)), \quad (5)$$

где $W^*(x(k), a_j(k), b_m(k)) = P(x(k), a_j(k), b_m(k)/Y(k-1))$, $W(x(k), a_j(k), b_m(k)) = P(x(k), a_j(k), b_m(k)/Y(k))$ — экстраполированная и апостериорная ПВ расширенного процесса $\xi(k)$; $P(y(k)/x(k), b_m(k))$ — одношаговая функция правдоподобия, определяемая на основе уравнения (2); $P(y(k)/Y(k-1))$ — условная ПВ, являющаяся нормировочным коэффициентом и вычисляемая с помощью соотношения

$$P(y(k)/Y(k-1)) \sum_{i=1}^L \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} P(y(k)/x(k), b_m(k)) \times W^*(x(k), a_j(k), b_m(k)) dx(k);$$

$Y(k) = y(1), \dots, y(k)$ — последовательность наблюдений. Начальные условия имеют вид:

$$W(x(0), a_i(0), b_n(0)) = P(x(0)) p_i^a(0) p_n^b(0), \quad i = \overline{1, L}, \quad n = \overline{1, M}.$$

С помощью уравнения (4) вычисляется экстраполированная ПВ $W^*(x(k), a_j(k), b_m(k))$. После поступления очередного наблюдения $y(k)$ с помощью соотношения (5) выполняется коррекция экстраполированной ПВ и определяется апостериорная ПВ $W(x(k), a_j(k), b_m(k))$. При этом задача фильтрации традиционно включает в себя и решение задачи экстраполяции, а уравнение (4) аналогично уравнению (3) для вычисления априорной ПВ расширенного процесса.

Оптимальный фильтр, реализующий алгоритм (4), (5), содержит $L \times M$ каналов и относится к классу устройств с обратными связями между каналами. В нем отсутствует рост числа каналов, как в известном устройстве, что обусловлено марковским свойством смешанного процесса.

Однако практическая реализация оптимального алгоритма (4), (5) затруднительна в силу больших вычислительных затрат. Применяя на каждом шаге гауссовскую аппроксимацию условной экстраполированной ПВ $P(x(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k))$, а также следуя методике, приведенной в [3], можно показать, что квазиоптимальный алгоритм фильтрации процессов со случайной структурой описывается уравнениями:

$$W_{jm}^*(k) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^2 \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) W_{in}(k-1), \quad (6)$$

$$x_{jm}^*(k) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^2 \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) W_{in}(k-1) F_j(k, k-1) \times \\ \times \hat{x}_i(k-1) / W_{jm}^*(k), \quad (7)$$

$$P_{jm}^*(k) = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^2 \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) W_{in}(k-1) \{ F_j(k, k-1) \times \\ P_i^*(k-1) F_j^T(k, k-1) + G_j(k) Q(k) G_j^T(k) + (F_j(k, k-1) \hat{x}_{in}(k, k-1) - \\ - x_{jm}^*(k)) (F_j(k, k-1) \hat{x}_{in}(k-1) - x_{jm}^*(k))^T \} / W_{jm}^*(k), \quad (8)$$

$$\hat{x}_{jm}(k) = x_{jm}^*(k) + K_{jm}(k) (y(k) - H_m x_{jm}^*(k)), \quad (9)$$

$$K_{jm}(k) = P_{jm}^*(k) H_m^T (H_m P_{jm}^*(k) H_m^T + B_m(k) R(k) B_m^T(k))^{-1}, \quad (10)$$

$$\hat{P}_{jm}(k) = P_{jm}^*(k) - K_{jm}(k) H_m P_{jm}^*(k), \quad (11)$$

$$W_{jm}(k) = P(y(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k-1)) W_{jm}^*(k) / P(y(k)/Y(k-1)), \quad (12)$$

где $x_{jm}^*(k)$, $P_{jm}^*(k)$ — математическое ожидание и корреляционная матрица условной экстраполированной ПВ $P(x(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k-1))$; $\hat{x}_{jm}(k)$, $\hat{P}_{jm}(k)$ — математическое ожидание и корреляционная матрица условной апостериорной ПВ $P(x(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k))$; $K_{jm}(k)$ — матричный коэффициент усиления jm -го канала квазиоптимального устройства; $W_{jm}^*(k) = P(a_j(k), b_m(k)/Y(k-1))$, $W_{jm}(k) = P(a_j(k), b_m(k)/Y(k))$ — экстраполированная и апостериорная вероятности $a_j(k)$, $b_m(k)$; $P(y(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k-1))$ — условная ПВ, определяемая по формуле

$$P(y(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k-1)) = (2\pi)^{-m/2} \det(D_{jm}(k))^{-1/2} \times \\ \times \exp\left\{-0,5 \left| y(k) - H_m x_{jm}^*(k) \right|_{D_{jm}^{-1}(k)}\right\};$$

m — размерность вектора измерения $y(k)$; $D_j(k)$ — матрица, определяемая на основе соотношения $D_{jm}(k) = H_m P_{jm}^*(k) H_m^T + B_m R(k) B_m^T$; $P(y(k)/Y(k-1))$ — условная ПВ, являющаяся нормирующим коэффициентом и вычисляемая по формуле

$$P(y(k)/Y(k-1)) = \sum_{i=1}^M P(y(k)/a_i(k), b_m(k), Y(k-1)) \times P(a_i(k), b_m(k)/Y(k-1)).$$

Начальные условия имеют вид:

$$\hat{x}_i(0) = \hat{x}(0), \hat{P}_i(0) = \hat{P}(0), W_{im}(0) = p_i^a(0) p_n^b(0), i = \overline{1, L}, n = \overline{1, M}.$$

Синтезированный квазиоптимальный алгоритм фильтрации (6)–(12) является нелинейным и включает в себя квазиоптимальный алгоритм экстраполяции (6)–(8). Нелинейные операции выполняются при вычислении условной ПВ $P(y(k)/a_j(k), b_m(k), Y(k-1))$. Квазиоптимальный алгоритм (6)–(12) обеспечивает представление апостериорной ПВ $W(x(k)) = P(x(k)/Y(k))$ при переходе на следующий шаг фильтрации в виде суммы $L \times M$ гауссовских плотностей, а квазиоптимальный фильтр содержит $L \times M$ каналов и в основном сохраняет структуру оптимального устройства.

Наряду с фильтрацией и экстраполяцией, важным классом задач оценивания является интерполяция. При интерполяции необходимо получить оценку процесса внутри интервала наблюдения, т.е. в моменты времени, предшествующие текущему наблюдению. Выделяют три основных вида интерполяционных задач: интерполяция в фиксированной точке, интерполяция на фиксированном интервале и интерполяция с постоянным запаздыванием.

В силу ограниченности объема статьи, ограничимся рассмотрением задачи интерполяции на фиксированном интервале, которая имеет важное практическое значение при решении задач траекторной обработки. При ее решении выполняется уточнение фильтровых оценок после поступления всех наблюдений $y(k)$, $k = \overline{1, N}$. Она сводится к вычислению интерполяционной ПВ $P(x(k), a_j(k), b_m(k), Y(N))$, $0 \leq k < N$, в обратном времени.

Вводя в рассмотрение совместную интерполяционную ПВ $P(x(k), a_j(k), b_m(k), x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(N))$ и применяя теорему умножения вероятностей, можно записать:

$$\begin{aligned} P(x(k), a_j(k), b_m(k), x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(N)) &= \\ &= P(x(k), a_j(k), b_m(k) / Y(N)) \times \\ &\times P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / x(k), a_j(k), b_m(k), Y(N)). \end{aligned} \quad (13)$$

Учитывая марковское свойство процесса $\xi(k)$, можно показать [3], что условная ПВ $P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / x(k), a_j(k), b_m(k), Y(N))$ не зависит от наблюдений $y(n)$, $k \leq n < N$ и описывается выражением

$$\begin{aligned} P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / x(k), a_j(k), b_m(k), Y(k-1)) &= \\ &= \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) \prod (x(k) / x(k-1), a_j(k)) \times \\ &\times P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(k-1)) / P(x(k), a_j(k), b_m(k) / Y(k-1)). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя выражение (14) в уравнение (13) и выполняя суммирование по j, m и интегрирование по $x(k)$, получим алгоритм интерполяции СМП в дискретном времени на фиксированном интервале в виде:

$$\begin{aligned} P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(N)) &= \sum_{i=1}^L \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} P(x(k), a_j(k), b_m(k) / Y(N)) \times \\ &\times \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) \prod (x(k) / x(k-1), a_j(k)) \times \\ &\times P(x(k-1), a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(k-1)) / \\ &/ P(x(k), a_j(k), b_m(k) / Y(k-1)) dx(k). \end{aligned} \quad (15)$$

На основании уравнения (15) интерполяционная ПВ $P(x(k), a_j(k), b_m(k) / Y(N))$ вычисляется рекуррентно в обратном времени при начальном условии $P(x(N), a_j(N), b_m(N) / Y(N))$, $j = \overline{1, L}$, $m = \overline{1, M}$. Поэтому такие алгорит-

мы также называют алгоритмами обратной интерполяции. Устройство, реализующее алгоритм (15), содержит $L \times M$ каналов и относится к классу устройств с обратными связями между каналами.

Практическая реализация оптимального алгоритма (13)–(15) затруднительна в силу больших вычислительных затрат. Применяя на каждом шаге гауссовскую аппроксимацию условной интерполяционной ПВ $P(x(k)/a_j(k), b_m(k), Y(N))$, а также следуя методике [3], можно показать, что квазиоптимальный алгоритм обратной интерполяции процессов со случайной структурой описывается уравнениями:

$$z_{j\min}(k) = x_{j\min}^*(k) + K_{j\min}^1(k)(\hat{x}_{jm}(k/N) - x_{j\min}^*(k)), \quad (16)$$

$$\Delta_{j\min}(k) = \hat{P}_{jm}(k/N) - P_{j\min}^*(k), \quad (17)$$

$$K_{j\min}^1(k) = I - \hat{P}_{jm}(k/N)\Delta_{j\min}^{-1}(k), \quad (18)$$

$$U_{j\min}(k) = \hat{P}_{jm}(k/N) - \hat{P}_{jm}(k/N)\Delta_{j\min}^{-1}(k)\hat{P}_{jm}(k/N), \quad (19)$$

$$\hat{x}_{j\min}(k/N) = x_{jm}^*(k) + K_{j\min}^2(k)(z_{j\min}(k) - x_{jm}^*(k)), \quad (20)$$

$$\Lambda_{j\min}(k) = U_{j\min}(k) - P_{jm}^*(k), \quad (21)$$

$$K_{j\min}^2(k) = I - U_{j\min}(k)\Lambda_{j\min}^{-1}(k), \quad (22)$$

$$\hat{P}_{j\min}(k/N) = U_{j\min}(k) - U_{j\min}(k)\Lambda_{j\min}^{-1}(k)U_{j\min}(k), \quad (23)$$

$$A_{j\min}(k-1) = \hat{P}_{in}(k-1)F_j(k, k-1)P_{jin}^{*-1}(k), \quad (24)$$

$$\hat{x}_{j\min}(k-1/N) = \hat{x}_{in}(k-1) + A_{j\min}(k-1)(\hat{x}_{j\min}(k/N) - x_{jin}^*(k)), \quad (25)$$

$$\hat{P}_{j\min}(k-1/N) = \hat{P}_{in}(k-1) + A_{j\min}(k-1)(\hat{P}_{j\min}(k/N) - P_{j\min}^*(k))A_{j\min}^T(k-1), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{in}(k-1/N) = & \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^M \hat{x}_{j\min}(k-1/N)P(a_j(k), b_m(k)/Y(N)) \times \\ & \times P(a_i(k-1), b_n(k-1)/a_j(k), b_m(k)Y(N)) / \\ & / P(a_i(k-1), b_n(k-1)/Y(N)), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{in}(k-1/N) = & \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^M \left\{ \hat{P}_{j\min}(k-1/N) + (\hat{x}_{j\min}(k-1/N) - \hat{x}_{in}(k-1/N)) \times \right. \\ & \left. \times (\hat{x}_{j\min}(k-1/N) - \hat{x}_{in}(k-1/N))^T \right\} P(a_j(k), b_m(k)/Y(N)) \times \end{aligned} \quad (28)$$

$$\times P(a_i(k-1), b_n(k-1)/a_j(k), b_m(k), Y(N)) / P(a_i(k-1), b_n(k-1)/Y(N)),$$

$$\begin{aligned} & P(a_i(k-1), b_n(k-1)/a_j(k), b_m(k), Y(N)) = \\ & = \frac{(\det(P_{jm}^*(k)) \det(\hat{P}_{j\min}(k/N)))^{1/2} \cdot P(a_i(k-1), b_n(k-1)/Y(k-1))}{(\det(P_{j\min}^*(k)) \det(\hat{P}_{jm}(k/N)))^{1/2} \cdot P(a_j(k), b_m(k)/Y(k-1))} \times \end{aligned}$$

$$\times \prod_{ij}^a(k, k-1) \prod_{nm}^b(k, k-1) \exp \left\{ -0,5 \cdot \left\| \hat{x}_{jm}(k/N) - x_{j\min}^*(k) \right\|_{\Delta_{j\min}(k)} - \right. \\ \left. -0,5 \cdot \left\| z_{j\min}(k) - x_{j\min}^*(k) \right\|_{\Delta_{j\min}(k)} \right\}, \quad (29)$$

$$P(a_i(k-1), b_n(k-1) / Y(N)) = \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^M P(a_j(k), b_m(k) / Y(N)) \times \\ \times P(a_i(k-1), b_n(k-1) / a_j(k), b_m(k), Y(N)), \quad (30)$$

где $\hat{x}_{in}(k-1/N)$, $\hat{P}_{in}(k-1/N)$ — математическое ожидание и корреляционная матрица условной интерполяционной ПВ $P(x(k-1) / a_i(k-1), b_n(k-1), Y(N))$; $\hat{x}_{j\min}(k/N)$, $\hat{P}_{j\min}(k/N)$ — математическое ожидание и корреляционная матрица условной интерполяционной ПВ $P(x(k) / a_j(k), b_m(k), a_i(k-1), b_n(k-1), Y(N))$; $x_{j\min}^*(k)$, $P_{j\min}^*(k)$ — математическое ожидание и корреляционная матрица условной экстраполированной ПВ $P(x(k) / a_j(k), b_m(k), a_i(k-1), b_n(k-1), Y(k-1))$; $z_{j\min}(k)$ — вектор; $\Delta_{j\min}(k)$, $U_{j\min}(k)$, $K_{j\min}^1(k)$, $K_{j\min}^2(k)$ — матрицы; I — единичная матрица; $P(a_j(k), b_m(k) / Y(N))$ — интерполяционная вероятность $a_j(k)$, $b_m(k)$; $P(a_i(k-1), b_n(k-1) / a_j(k), b_m(k), Y(N))$ — условная вероятность $a_i(k-1)$, $b_n(k-1)$ при условии $a_j(k)$, $b_m(k)$, $Y(N)$.

Уравнения (16)–(28) используются для обратной интерполяции непрерывного компонента $x(k)$, а (29), (30) — дискретных компонентов $a_j(k)$, $b_m(k)$. Квазиоптимальный алгоритм (16)–(30) обеспечивает представление апостериорной ПВ $P(x(k) / Y(N))$ на каждом шаге интерполяции в виде суммы $L \times M$ гауссовских плотностей.

Как отмечалось выше, модели со случайной структурой находят при решении задач траекторной обработки. Так в работе [5] на основе аппарата СМП в дискретном времени синтезированы оптимальный и квазиоптимальный алгоритмы адаптивной фильтрации параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат.

Важной задачей траекторной обработки информации является сглаживание параметров движения цели. Широкое применение для ее решения находят алгоритмы обратной интерполяции. Для повышения точности оценивания необходимо учитывать возможность маневра цели и появления аномальных измерений. Выполним оценку качества квазиоптимальных алгоритмов фильтрации (6)–(12) и обратной интерполяции (16)–(30) на примере оценивания параметров движения маневрирующей цели при наличии аномальных измерений по дальности, модель движения которой описывается уравнениями:

$$x(k) = F_j(k, k-1)x(k-1) + G_j(k)\omega(k), \quad j = \overline{1, 2}, \quad (31)$$

$$y(k) = Hx(k) + b_m(k)v(k), \quad m = \overline{1, 2}. \quad (32)$$

Уравнение (31) описывает модель движения цели с маневром и без него. При описании почти равномерного движения цели $j = 1$ матрицы, входящие в уравнение (31), имеют вид:

$$F_1(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_1(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q_1(k) = T^2\sigma_{M1}^2,$$

а при описании маневра $j = 2$ соответственно:

$$F_2(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}, \quad G_2(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = T^2\sigma_{M2}^2(1-\rho^2).$$

При этом параметры маневра $\sigma_{M1} = 2 \text{ м/с}^2$, $\sigma_{M2} = 50 \text{ м/с}^2$, $\rho = 0,9$.

Уравнение (32) описывает механизм образования данных, доступных наблюдению, при наличии аномальных измерений. Измеряется дальность до цели с нормальными ошибками измерения $R = 70^2 \text{ м}^2$ при темпе поступления информации $T = 3 \text{ с}$.

Тип и смена структуры уравнений (31), (32) определяются с помощью цепей Маркова $a_j(k)$, $j = \overline{1, 2}$, $b_m(k)$, $m = \overline{1, 2}$, которые полагались симметричными $\prod_{11}^a = \prod_{11}^b = 0,9$, а $b_2(k) = 20$. В целях повышения наглядности функционирования алгоритма были сформированы тестовые реализации для дискретных компонентов $a_j(k)$, $b_m(k)$. Длина реализации $N = 20$, а цепи Маркова во всех реализациях принимают значения:

$$a_j(k) = \begin{cases} a_1, & 1 \leq k \leq 10, \\ a_2, & 10 \leq k \leq 20, \end{cases} \quad b_m(k) = \begin{cases} b_1, & 5 \leq k \leq 10, \quad 15 \leq k \leq 20, \\ b_2, & 1 \leq k \leq 5, \quad 10 \leq k \leq 15. \end{cases}$$

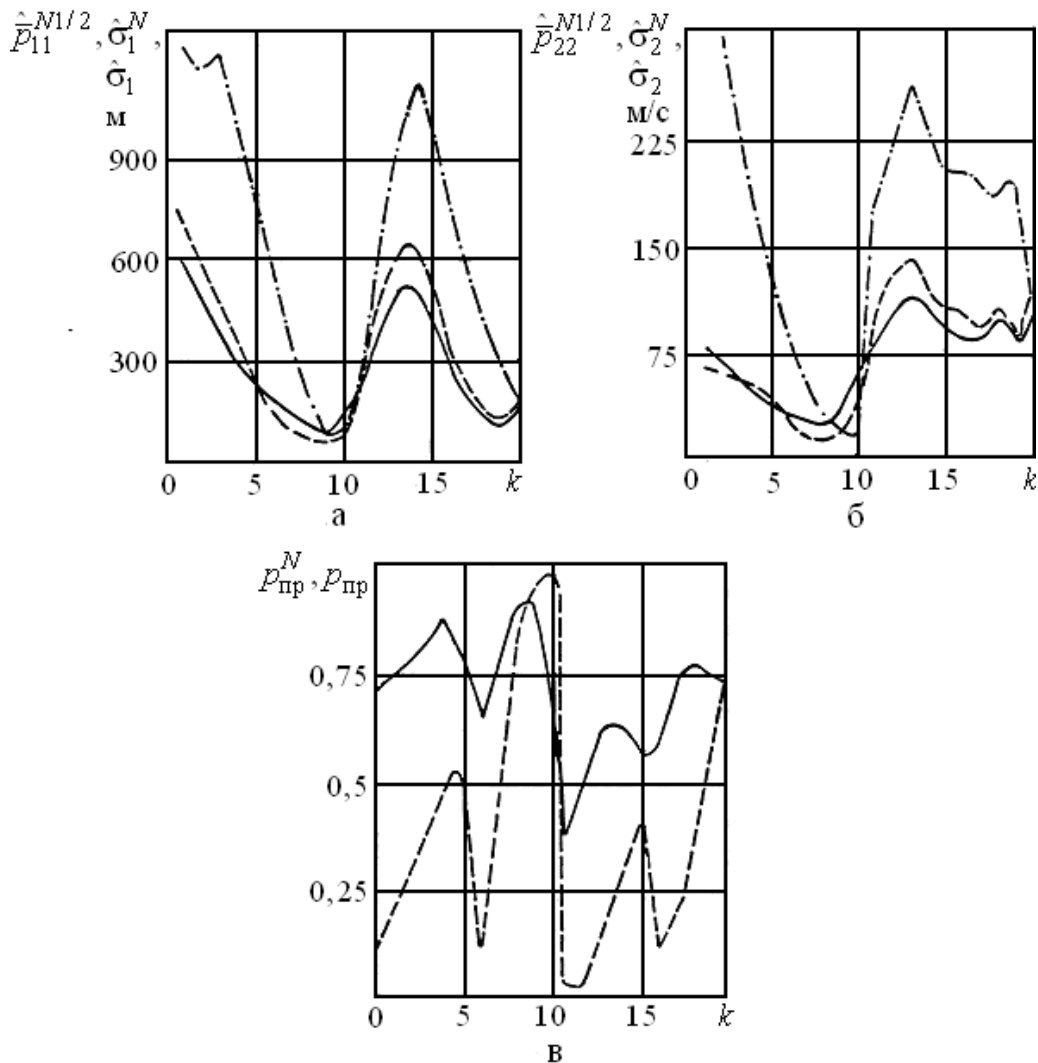
Число реализаций — 100.

Оценки дискретных компонентов определялись по максимуму апостериорных и интерполяционных вероятностей, а в качестве оценки непрерывного компонента использовались соответствующие условные апостериорные математические ожидания.

На рисунке (а), непрерывной линией показана зависимость $\hat{p}_{11}^{N/2}(k)$ среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок интерполяции дальности $x_1(k)$, а штриховой и штрихпунктирной линиями — зависимости СКО $\hat{\sigma}_1^N(k)$, $\hat{\sigma}_1(k)$

фактических ошибок ее интерполяционных и фильтровых оценок. На рисунке (б) приведены аналогичные показатели качества оценивания радиальной скорости $x_2(k)$. Ошибки, рассчитанные алгоритмом, и фактические ошибки интерполяционных оценок непрерывного компонента хорошо согласуются между собой, что свидетельствует о правильной его работе. СКО ошибок интерполяционных оценок в переходных режимах работы в 1,5–2 раза меньше, чем фильтровых, которые получены с помощью алгоритма (6)–(12).

На рисунке (в) непрерывной и штриховой линиями показаны интерполяционная $p_{np}^N(k)$ и фильтровая $p_{np}(k)$ вероятности правильного совместного распознавания значений дискретных компонентов. В целом вероятность правильного распознавания дискретных компонентов, полученная при решении задачи интерполяции, в 2–3 раза выше.



Эффективность алгоритмов фильтрации и интерполяции на фиксированном
интервале параметров движения маневрирующей цели при наличии
аномальных измерений

ВЫВОДЫ

Расширенный смешанный процесс, включающий в качестве непрерывного компонента процесс со случайной структурой $x(k)$ и дискретные компоненты $a_j(k)$, $b_m(k)$, относится к классу СМП в дискретном времени. Наличие марковского свойства у расширенного процесса позволяет применить для решения задач оценивания процессов со случайной структурой математический аппарат теории условных марковских процессов.

Синтезированные оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы фильтрации и обратной интерполяции СМП в дискретном времени являются нелинейными и рекуррентными. При этом квазиоптимальные алгоритмы обеспечивают представление апостериорной ПВ непрерывного компонента в виде суммы $L \times M$ гауссовских плотностей. Оптимальные и квазиоптимальные фильтры содержат $L \times M$ каналов и относятся к классу устройств с обратными связями между каналами.

При решении задачи оценивания параметров движения маневрирующей цели, при наличии аномальных измерений по дальности, синтезированный квазиоптимальный алгоритм интерполяции на фиксированном интервале позволяет уменьшить СКО ошибок определения параметров движения цели в 1,5–2 раза и увеличить вероятность правильного распознавания значений дискретных компонентов в 2–3 раза по сравнению с квазиоптимальным алгоритмом фильтрации.

1. Казаков И.Е. Стохастические системы со случайной сменой структуры / И.Е. Казаков // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. — 1989. — № 1. — С. 58–79.
2. Watanabe K. Multiple-Model Adaptive Control for Jump-Liner Stochastic Systems / K. Watanabe, S.G. Tzafestas // Intern. J. Control. — 1989. — **50**, N 5. — P. 1603–1617.
3. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. — М.: Радио и связь, 1991. — 608 с.
4. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / С.Я. Жук. — Монография. — К.: НТУУ «КПИ», 2008. — 232 с.
5. Жук С.Я. Адаптивная фильтрация параметров движения маневрирующего объекта в прямоугольной системе координат / С.Я. Жук, В.И. Кожешкурт, В.В. Юзефович // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2009. — Т. 11, № 2. — С. 12–24.

Поступила в редакцию 01.09.2011