

УДК 004.056.2

О. Я. Матов¹, В. С. Василенко², О. В. Дубчак²

¹Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

²Національний авіаційний університет
вул. Космонавта Комарова, 1, 03058 Київ, Україна

Граничні значення пропускної спроможності каналів розподілених мереж в умовах забезпечення заданої цілісності інформаційних об'єктів

Розглянуто можливості збільшення та граничні значення пропускної спроможності каналів передачі.

Ключові слова: дискретизація, пропускна спроможність каналу, співвідношення сигнал/завада, смуга пропускання каналу.

Вступ

Основними функціональними властивостями захищеності об'єктів інформаційних систем є їхня доступність і цілісність. Для надійного функціонування цих систем доступність і цілісність повинні відповідати певним вимогам. Вимоги щодо доступності таких об'єктів зводяться до потрібної швидкості їхньої передачі, що трансформується у вимоги щодо такої пропускної спроможності каналів, яка є узгодженою із продуктивністю відповідних джерел. Досить часто задача забезпечення доступності інформації, яка циркулює в розподілених системах, трансформується в задачу досягнення максимально можливої (граничної) пропускної спроможності цих каналів.

У свою чергу, вимоги щодо цілісності зводяться до забезпечення таких умов передачі інформації, коли ймовірність викривлення символів цих об'єктів (чи ймовірність порушення їхньої цілісності) не перевищує заданої відповідними стандартами величини (наприклад, для стандарту V.34 [1] ця ймовірність не повинна перевищувати $P_{\text{випр}} = 10^{-4}$).

Отже, бажаною вважається ситуація, коли одночасно забезпечується виконання вимог щодо високої пропускної здатності каналу і низької ймовірності порушення цілісності інформаційних об'єктів.

Постановка проблеми

Як відомо, згідно із теоремою Шеннона, пропускна спроможність каналу з

© О. Я. Матов, В. С. Василенко, О. В. Дубчак

шириною смуги пропускання ΔF та співвідношенням сигнал/завада в точці приймання h^2 визначається як

$$C = \Delta F \cdot \log_2(h^2 + 1), \quad (1)$$

де співвідношення сигнал/завада, в свою чергу, може бути знайденим із виразу

$$h^2 = P_c / P_z = P_c / (\Delta F \cdot N_0), \quad (2)$$

а величина N_0 — спектральна щільність завади.

При аналізі ж умов забезпечення низької імовірності викривлення символу слід врахувати, що ця ймовірність є функцією виду застосованої в каналі модуляції сигналів, та співвідношення сигнал/завада на його виході, і яка для найбільш розповсюдженого випадку передачі дискретних сигналів має вигляд

$$P_{\text{випр}} = 0,5 \exp(-\alpha^2 h^2 / 2), \quad (3)$$

де α^2 — коефіцієнт, який визначається видом модуляції.

Отже, виходячи з (1), здається, що для підвищення пропускнуої спроможності каналу існує два простих і зрозумілих шляхи: розширення смуги пропускання ΔF (можливо нескінченне) та збільшення співвідношення сигнал/завада. Останній шлях, зрозуміло, може бути не таким ефективним, оскільки величина h^2 , яку слід збільшувати, знаходиться у підлогарифмічному виразі.

Але неважко впевнитись у тому, що розширення смуги пропускання каналу, як витікає із виразів (2) та (3) приводить до зменшення співвідношення сигнал/завада і, відповідно, до збільшення ймовірності викривлення символу.

Тобто, задачі підвищення пропускнуої здатності каналів і цілісності відповідних інформаційних об'єктів є суперечливими, а отже виникає *проблема оптимізації* (в тому чи іншому сенсі) параметрів, які застосовані при інформаційному обміні процедур, і параметрів відповідних каналів передачі даних.

Ці та інші можливі способи підвищення пропускнуої спроможності каналу розглянуті в [1–3]. Серед цих способів слід назвати, насамперед, пряме розширення смуги пропускання каналу, частотну, амплітудну та частотно-амплітудну дискретизації частотних чи енергетичних ресурсів каналу. Зрозуміло, що ці способи мають певні властивості щодо граничної пропускнуої спроможності каналів.

Метою статті є оцінка можливих способів підвищення пропускнуої спроможності каналів передачі даних, зокрема, визначення граничних значень пропускнуої спроможності, при одночасному забезпеченням вимог щодо цілісності інформації.

Визначення граничної пропускнуої спроможності при використанні прямого розширення смуги пропускання каналу

У роботах [1, 2] при дослідженні можливостей підвищення пропускнуої спроможності шляхом прямого розширення смуги пропускання каналу показано, що співвідношення сигнал/завада, яке є зворотно пропорційним ширині смуги пропу-

скання ($h^2 = P_c / P_3 = P_c / (\Delta F \cdot N_0)$), при збільшенні смуги пропускання каналу стрімко зменшується (див. рис. 1, крива $h^2 = f(\Delta F)$). Уже при $\Delta F = P_c / N_0$ це співвідношення дорівнює одиниці, коли ймовірність викривлення символу є досить великою ($P_{\text{випр}} > 3,5 \cdot 10^{-1}$). Здійснювати передачу інформації при цьому надзвичайно важко, якщо взагалі можливо.

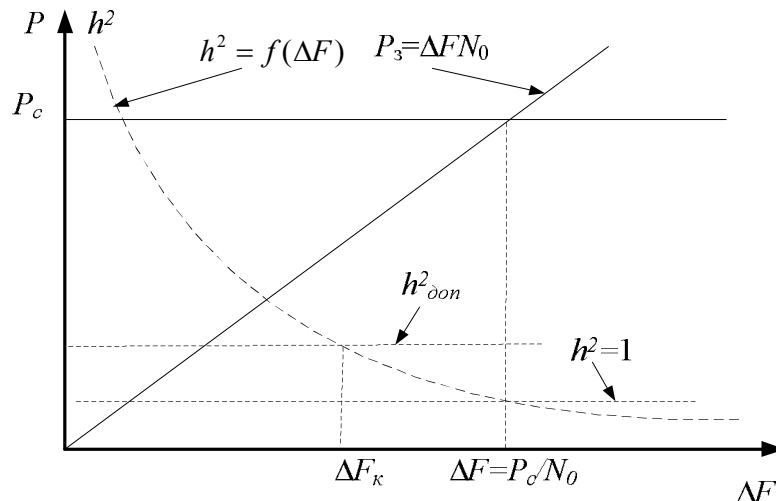


Рис. 1. До реалізації способу прямого розширення смуги пропускання каналу та визначення допустимої ширини частотної дискрети

У той же час згідно стандарту МККТТ (міжнародна назва тієї ж організації — ІТУ-Т), для цифрових даних повинна виконуватись умова $P_{\text{випр}} < 10^{-6}$ (в окремих випадках для критичних даних цей поріг зменшують до 10^{-9}). Отже, виходячи з умови забезпечення на заданому рівні цілісності інформаційних символів (відсутності викривлень), необхідним є визначення такої ширини смуги пропускання, коли вимоги діючих стандартів зберігаються.

Для вирішення цієї задачі авторами пропонується при визначенні ймовірності викривлення символів за умов заданого співвідношення сигнал/завада виходити з виразу (3). Із цього виразу при заданому значенні $P_{\text{випр}}$ допустиме співвідношення сигнал/завада може бути визначеним таким, що дорівнює $h_{\text{доп}}^2 = -2 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр}} / \alpha^2)$. Отже, можна записати:

$$h_{\text{доп}}^2 = P_c / P_3 = P_c / (\Delta F \cdot N_0) = -2 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр}}) / \alpha^2.$$

Звідси допустима ширина смуги пропускання каналу ΔF_{κ} дорівнює (див. рис. 1):

$$\Delta F_{\kappa} = P_c / (N_0 \cdot h_{\text{доп}}^2) = -P_c / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр}}) / \alpha^2).$$

Зрозуміло, що останній вираз відображає ситуацію при передачі в межах цієї смуги пропускання (в межах цієї частотної дискрети) бінарних сигналів, тобто сигналів, що мають два стани. Оскільки при цьому кількість енергетичних (амплітудних) рівнів (дискрет) сигналу в межах такої дискрети дорівнює одиниці (вся енергетика сигналу P_c витрачається лише на забезпечення максимально можливої ширини цієї частотної дискрети), то відомий з теореми Шеннона вираз для розрахунку пропускної спроможності (1) може бути трансформованим у вираз для розрахунку граничної пропускної спроможності при використанні прямого розширення смуги пропускання каналу:

$$C_{гр.лч} = \Delta F_k = P_c / (N_0 \cdot h_{дон}^2) = -P_c / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{випр} / \alpha^2)). \quad (4)$$

Наприклад, для частотної модуляції ($\alpha^2=1$) при $P_{випр} = 10^{-4}$ величина $h_{дон}^2 = 17,03$, при $P_{випр} = 10^{-6}$ величина $h_{дон}^2 = 26,24$, тоді *гранична пропускна спроможність* складе

$$C_{гр.лч} = P_c / (17,03 \cdot N_0) \quad \text{чи} \quad C_{гр.лч} = P_c / (26,24 \cdot N_0) \text{ біт/с}$$

відповідно. Звернемо увагу на те, що в попередніх виразах величину α^2 слід обирати такою, що відповідає *частотній модуляції* бінарних сигналів, тобто значення $\alpha^2 = 1$.

Визначення граничної пропускної спроможності при використанні частотної дискретизації

Зрозуміло, що потрібне для забезпечення граничної пропускної спроможності значення частот при використанні прямого розширення смуги пропускання каналу, визначене згідно із виразом (4), може бути суттєво меншим ніж ширина смуги пропускання каналу ΔF , існуючої чи наданої для організації передачі даних $\Delta F_k \ll \Delta F$.

Це відбиває ситуацію наявності невикористаних частотних ресурсів каналу (нагадаємо, що енергетичні чи амплітудні ресурси каналу є вичерпаними). Отже за необхідності та наявності технічних можливостей можна в межах наявної смуги пропускання каналу ΔF організувати паралельну передачу символів інформаційних об'єктів за певною кількістю k частотних дискрет із шириною смуги пропускання кожної згідно з виразом (4):

$$\Delta F_{дискр} = \Delta F_k = P_c / (N_0 \cdot h_{дон}^2) = -P_c / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{випр} / \alpha^2)).$$

Зрозуміло, що можлива при цьому кількість частотних дискрет k може бути визначеною як

$$k = \Delta F / \Delta F_{дискр} = \Delta F \cdot N_0 \cdot h_{дон}^2 / P_c = -2 \cdot \Delta F \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{випр} / \alpha^2) / P_c.$$

Звернемо увагу на те, що добуток $\Delta F \cdot N_0$, що входить до складу останнього виразу, є не чим іншим, як потужністю завад $P_z = \Delta F \cdot N_0$ у наявному каналі, отже:

$$k = \Delta F \cdot N_0 \cdot h_{\text{дон}}^2 / P_c = P_z \cdot h_{\text{дон}}^2 / P_c = h_{\text{дон}}^2 / h^2, \quad (5)$$

де h^2 — існуюче у наявному каналі співвідношення сигнал/завада.

Із розгляду виразу (5) витікає, що частотну дискретизацію можна і слід застосовувати при $h_{\text{дон}}^2 / h^2 > 1$, а отже при недостатній енергетиці каналу ($h^2 < h_{\text{дон}}^2$). Зрозуміло, що граничне значення пропускної спроможності каналу при частотній дискретизації дорівнює

$$C_{\text{пр.чд}} = k \cdot \Delta F_{\text{дискр}} = \Delta F_{\text{дискр}} \cdot \Delta F / \Delta F_{\text{дискр}} = \Delta F,$$

що свідчить про повне використання частотного ресурсу каналу, коли вся енергетика каналу витрачається на забезпечення максимально можливої ширини цієї частотної дискрети. Як і в разі використання граничних значень при прямому розширенні смуги пропускання каналу, у випадку застосування $k = h_{\text{дон}}^2 / h^2$ частотних дискрет, забезпечується обмін бінарними сигналами. Отже і у цьому випадку величину α^2 слід обирати такою, що відповідає частотній модуляції бінарних сигналів, тобто значення $\alpha^2 = 1$.

Визначення граничної пропускної спроможності при використанні амплітудної дискретизації

Із розгляду виразу (5) витікає, що при $h_{\text{дон}}^2 / h^2 \leq 1$ частотну дискретизацію застосовувати неможливо. Зрозуміло, що випадок $h_{\text{дон}}^2 / h^2 = 1$ відповідає також неможливості подальшого підвищення пропускної спроможності із-за недостатності частотних та енергетичних ресурсів каналу.

Якщо ж $h_{\text{дон}}^2 / h^2 < 1$, або $h^2 > h_{\text{дон}}^2$, то це свідчить про наявність невикористаних енергетичних ресурсів каналу, які можна використати для підвищення пропускної спроможності каналу.

Такі можливості розглянуто в [3], коли застосовують методи фізичного кодування з можливістю введення $m \leq P_c / P_z$ рівнів сигналів (такий сигнал називають багатопозиційним чи багаторівневим). Кожен із таких сигналів (рис. 2) є кодом (еквівалентом) відповідного l -розрядного ($l = \log_2 m$) узагальненого символу (чи, навіть, повідомлення). Тоді m — кількість можливих узагальнених символів чи повідомлень, яку можна закодувати в амплітуді багаторівневого сигналу.

Якщо за час однієї i -ї послідовності — передачі одного i -го узагальненого символу (з визначеною його тривалістю τ , а отже із визначеною швидкістю посимвольної передачі інформації $B = 1/\tau$), можлива передача одного із m рівнів (градацій, варіантів) сигналу, тобто одного із l -розрядних повідомлень, то це є еквівалентним одночасній передачі l двійкових символів повідомлення (рис. 3).

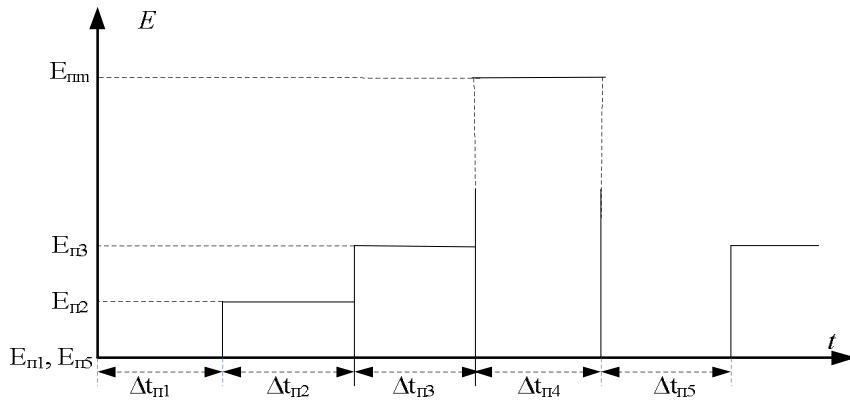


Рис. 2. Передача повідомлень багато позиційними сигналами:

E_{n1}, E_{n5} — рівень сигналів із нульовою енергетикою; E_{n2}, E_{n3} — рівні енергетики сигналів другого та третього повідомлень відповідно; E_{nm} — максимальний рівень енергетики m -го повідомлення

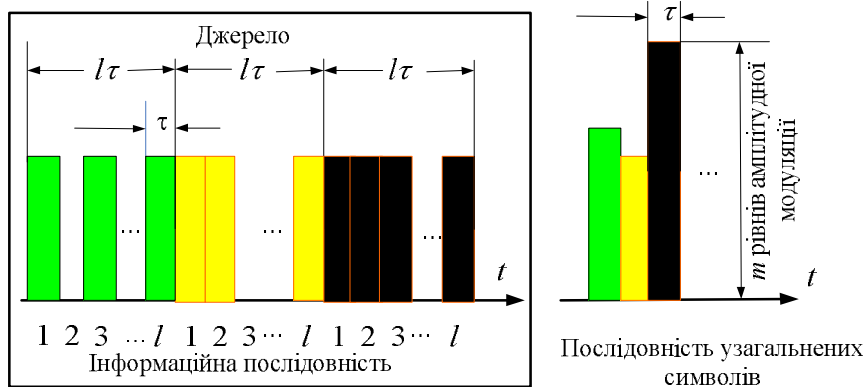


Рис. 3. Спрощена схема утворення узагальнених символів

Для каналів без завад значення дискрети може бути скільки завгодно близьким до нуля. При цьому кількість дискрет i , разом із цим, значення пропускної спроможності, може збільшуватися до нескінченності, але за умов наявності завад ситуація суттєво змінюється. В останньому випадку вплив завад призводить до того, що сигнали, рівні яких відрізняються на величину однієї амплітудної дискрети, можуть бути не розрізненими, наслідком чого є викривлення відповідних повідомлень.

В умовах впливу завад задеклароване співвідношення сигнал/завада повинно виконуватися по відношенню до кожного можливого значення сигналу, а отже, — по відношенню до найменшого з них, яким є значення однієї дискрети (градації) за рівнем.

Це є принципово важливим, виходячи з умови забезпечення відсутності викривлень (забезпечення цілісності) інформаційних повідомлень. Причому таке співвідношення сигнал/завада також може бути визначеним, виходячи з розглянутих вище обмежень на ймовірність викривлень $P_{вкр}$:

$$h_{\text{дискр}}^2 = -2 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр}}) / \alpha^2.$$

Тоді *максимальна кількість таких амплітудних дискрет* $m = h^2 / h_{\text{дискр}}^2 + 1$, і граничне значення пропускної спроможності каналу при амплітудній дискретизації дорівнює

$$C_{\text{гр.ад}} = \Delta F \cdot \log_2 m = \Delta F \log_2 (h^2 / h_{\text{дискр}}^2 + 1).$$

Оскільки на практиці, як кількість дискрет, так і кількість розрядів для передачі даних дробовим числом не можуть бути, то від логарифма слід брати цілу частину і *обраховувати граничну пропускну спроможність із виразу*

$$C_{\text{гр.ад}} = \Delta F \cdot [\log_2 (h^2 / h_{\text{дискр}}^2 + 1)].$$

Наприклад, для випадку амплітудної модуляції ($\alpha^2 = 1/\sqrt{2}$) і значення $P_{\text{випр}} = 10^{-4}$ одержимо $h_{\text{дон}}^2 = 24,02$ (13,8 Дб). Якщо врахувати наведену в [2] практичну межу співвідношення сигнал/шум в аналоговій телефонній лінії ($h^2 \geq 3562$ разів чи 35,5 Дб за потужністю), то побачимо, що в той час, коли теоретично кількість дискрет є необмеженою, гранична кількість дискрет у такій лінії суттєво обмежена величиною $m = h^2 / h_{\text{дискр}}^2 + 1 = 3562/24,02 + 1 \approx 149$, а *гранична пропускну спроможність* $C_{\text{гр.ад}} = 7 \cdot \Delta F$.

Зрозуміло, що при зменшенні співвідношення сигнал/завада кількість рівнів сигналу (амплітудних дискрет) зменшується, що призводить до зменшення пропускної спроможності відповідного каналу.

Таким чином, у статті розглянуто питання визначення граничних значень пропускної спроможності каналу для випадків використання прямого розширення смуги пропускання каналу, частотної та амплітудної дискретизацій, запропоновано вирази для розрахунку таких максимально можливих (граничних) значень пропускної спроможності каналу.

1. *Матов О.Я.* Пропускна спроможність каналу та доступність інформаційних об'єктів у розподілених мережах / О.Я. Матов., В.С. Василенко, О.В. Дубчак // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2009. — Т. 11, № 2. — С. 77–82.

2. *Алишев Я.В.* Предельная пропускная способность и потенциальная помехоустойчивость оптических сетей и систем телекоммуникаций / Я.В. Алишев // Доклады БГУИР. — 2004. — Т. 2, № 2. — С. 43–45.

3. *Василенко В.С.* Узгодження продуктивності інформаційних джерел із ресурсами каналів розподілених мереж. Амплітудна дискретизація / В.С. Василенко // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2009. — Т. 11, № 3. — С. 60–65.

Надійшла до редакції 02.03.2011