

УДК 004.056.2

О. Я. Матов¹, В. С. Василенко², М. Ю. Василенко²

¹Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

²Національний авіаційний університет
вул. Космонавта Комарова, 1, 03058 Київ, Україна

Умови частотно-енергетичного балансу та пропускна спроможність каналів обчислювальних мереж

Розглянуто умови підвищення пропускної спроможності в каналах обчислювальних мереж на основі забезпечення умов частотно-енергетичного балансу. Як варіант підвищення пропускної спроможності розглянуто можливості дискретизації смуги пропускання каналу.

Ключові слова: пропускна спроможність каналу, співвідношення сигнал/завада, смуга пропускання каналу, спектральна щільність потужності завад, частотна дискретизація.

Вступ

Забезпечення доступності та цілісності інформації, яка циркулює в каналах обчислювальних мереж, є однією із основних задач технічного захисту в розподілених обчислювальних мережах (РОМ). Для телекомунікаційних систем, як елементів РОМ, ця задача трансформується в забезпечення високої пропускної спроможності їхніх каналів за відсутності будь-яких модифікацій (викривлень), які не були санкціоновані її власником, не залежно від причин або джерел виникнення таких викривлень. При цьому задачу слід вирішувати за умов певних обмежень. Обмеженнями є характеристики наявних каналів, такі як смуга пропускання ΔF_k , існуюча чи допустима потужність сигналу, спектральна щільність потужності завад N_0 чи власне потужність завад $P_z = N_0 \cdot \Delta F_k$. Окрім того, обмеженнями є вимоги щодо допустимого рівня цілісності (допустимих значень імовірності викривлень) інформаційних об'єктів.

Проблема полягає в забезпеченні високої пропускної спроможності каналів РОМ при визначених обмеженнях.

Аналіз досліджень і публікацій

Відомо [1], що при прямому (безпосередньому) розширенні смуги пропускан-

ня межа пропускної спроможності в разі, коли смуга пропускання каналу ΔF_k , а отже і швидкість посимвольної передачі інформації збільшуються необмежено, дорівнює:

$$\lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C_n = 1,44 \cdot P_c / N_0. \quad (1)$$

У [2] показано, що після множення чисельника і знаменника правої частини цього виразу на величину $B \approx \Delta F_k$, вираз (1) можна представити у вигляді:

$$\lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C_n = 1,44 \cdot P_c / N_0 = 1,44 \cdot B \cdot h^2,$$

де B — швидкість посимвольної передачі інформації в каналі, при якій зафіксоване співвідношення сигнал/завада:

$$h^2 = P_c / P_z, \text{ де } P_z = N_0 \cdot \Delta F_k.$$

У [1] підкреслено, що спосіб розширення смуги пропускання при збільшенні швидкості посимвольної передачі інформації, а отже і ширини смуги пропускання, при технічній реалізації є найпростішим. Але більш детальний аналіз показує, що в міру збільшення швидкості посимвольної передачі інформації (разом із тим, смуги пропускання ΔF_k каналу і потужності шуму) його пропускна спроможність швидко зростає доти, поки середні потужності шуму і сигналу не порівнюються. Потім вона зростає поволі, асимптотично наближаючись до визначеного вище значення $1,44 \cdot P_c / N_0$. При цьому ефективне використання смуги пропускання каналу забезпечується при $\Delta F_k / (P_c / N_0) \leq 1$, чи при $\Delta F_k \leq P_c / N_0$ та $h^2 \geq 1$. Вочевидь, що при цьому досягається і максимально ефективна швидкість обміну бінарними сигналами $B = \Delta F_k \leq P_c / N_0$.

Ще раз звернемо наразі увагу на те [2], що співвідношення сигнал/шум при максимально ефективній швидкості обміну дорівнює одиниці ($h^2 = P_c / P_z = 1$). Зрозуміло, що це не дозволяє підвищувати надалі швидкість обміну (та, разом із цим, і пропускну спроможність каналу), використовуючи при цьому, наприклад, можливості багаторівневих сигналів. Дійсно, при такому співвідношенні сигнал/завада другий множник у формулі Шеннона для розрахунку пропускної спроможності дорівнює одиниці, і цей вираз трансформується до вигляду:

$$C_n = \Delta F_k \text{ (біт/с)}.$$

Разом з цим принципово важливим недоліком такого підвищення пропускної спроможності [3] є якраз те, що $h^2 = 1$, і при цьому величина ймовірності викривлення символу є досить великою (наприклад, за умови амплітудної модуляції є меншою ніж $P_{випр} > 3,5 \cdot 10^{-1}$).

Відомо, що згідно стандарту МККТТ (міжнародна назва тієї ж організації — ITU-T), для цифрових даних повинна виконуватись умова $P_{\text{випр}} < 10^{-6}$ (в окремих випадках для критичних даних цей поріг зменшують до 10^{-9}). Отже, виходячи з умови забезпечення цілісності інформаційних символів (відсутності викривлень), при інформаційному обміні із застосуванням прямого розширення смуги пропускання повинно існувати певне обмеження застосування такого розширення.

Метою статті є визначення зв'язку між характеристиками каналу та заданим рівнем цілісності інформаційних об'єктів й аналіз можливостей підвищення пропускної спроможності каналу за рахунок частотної дискретизації.

Умови частотно-енергетичного балансу каналу

Із викладеного вище витікає, що межа збільшення смуги пропускання повинна визначатися тією шириною смуги пропускання, при якій зберігаються вимоги діючих стандартів щодо забезпечення допустимої ймовірності викривлень (забезпечення цілісності) інформаційних повідомлень. Для її визначення врахуємо, що ймовірність викривлення сигналу можна визначити як [5]

$$P_{\text{випр}} = 0,5 \exp(-\alpha^2 h^2/2),$$

де α^2 — коефіцієнт, який визначається видом модуляції. Виходячи з цього виразу при допустимому значенні ймовірності викривлень $P_{\text{випр.дон}}$, допустиме співвідношення сигнал/завада повинно бути не меншим ніж

$$h_{\text{дон}}^2 \geq -2 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}}) / \alpha^2.$$

Отже, при таких заданих параметрах стану каналу як рівень сигналу P_c та рівень спектральної щільності потужності завади N_0 можна записати, що

$$h_{\text{дон}}^2 \geq (P_c / P_z)_{\text{дон}} = P_c / P_{\text{здон}} = P_c / (\Delta F_{\text{дон}} \cdot N_0) \geq -2 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}}) / \alpha^2.$$

Звідси допустима ширина смуги пропускання каналу $\Delta F_{\text{дон}}$ повинна задовольняти умові

$$\Delta F_{\text{дон}} \leq -P_c \cdot \alpha^2 / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}})). \quad (2)$$

Вираз (2) слід вважати умовою частотно-енергетичного балансу (ЧЕБ) каналу з певними характеристиками (наприклад, з існуючою спектральною щільністю завади N_0 та заданому рівні ймовірності викривлення символу $P_{\text{випр.дон}}$). Дійсно, з цього виразу витікає, що при незмінному значенні ймовірності викривлення символу збільшення (чи зменшення) одного з цих параметрів каналу, наприклад, смуги пропускання каналу чи швидкості посимвольної передачі, потребує відповідного збільшення (чи зменшення) потужності сигналу.

Із умови ЧЕБ (вираз (2)) при трьох існуючих чи заданих параметрах (наприклад, потужності сигналу P_c , спектральній щільності потужності завади N_0 і потрібній імовірності викривлення символу $P_{\text{випр}}$) однозначно визначається четвертий — допустима смуга пропускання $\Delta F_{\text{дон}}$.

Іншою обставиною, на яку також слід звернути увагу, є те, що між потужністю сигналу (P_c) та шириною смуги пропускання ($\Delta F_{\text{дон}}$), при якій забезпечується задана цілісність (вірність) інформаційних об'єктів ($P_{\text{випр.дон}}$), існує пряма пропорційна залежність: зменшувати (чи збільшувати) потужність сигналу можна при одночасному, відповідному зменшенні (чи збільшенні) ширини смуги пропускання. Дійсно, умова (2) є справедливою, якщо обидві частини нерівності помножити чи поділити на одне й те ж число k :

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{дон}} / k &\leq -(P_c / k) \cdot \alpha^2 / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}})), \\ k \cdot \Delta F_{\text{дон}} &\leq -(k \cdot P_c) \cdot \alpha^2 / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}})). \end{aligned} \quad (3)$$

Зрозуміло, що зменшувати існуючу потужність сигналу (P_c) при одночасному еквівалентному зменшенні смуги пропускання можна до рівня, який може бути значно меншим існуючого рівня завади при початково (до такого зменшення) більш широкій смузі пропускання. Отже підтверджується справедливість висновку 3-ї теореми Шеннона щодо можливості передачі інформації в каналах із будь-яким рівнем завад (N_0). Головним при цьому залишається можливість генерації низькочастотного сигналу (що не є складним) та передавання його каналами з малою шириною смуги пропускання (це може викликати певні утруднення щодо можливості розповсюдження сигналу в заданому середовищі). Однак подолання цих труднощів легко досягається модуляцією сигналу, за рахунок якої можна перенести низькочастотний сигнал до області більш високих частот із збереженням тієї ж ширини смуги пропускання, а, отже, і швидкості посимвольної передачі інформації.

Аналогічно, збільшувати потужність сигналу (P_c) можна аж до рівня практичної межі відношення сигнал/шум. Наприклад, відомо [4], що в аналоговій телефонній лінії ця межа складає приблизно 35 дБ (3162 разів за потужністю або більше 56 разів за амплітудою).

Зрозуміло, що в реальних умовах можливі різні співвідношення між загальною шириною смуги пропускання каналу ΔF_{κ} та величиною дискрети $\Delta F_{\text{дон}}$, що потрібна для передачі інформації із характеристиками, які задовольняють заданим умовам.

Слід звернути увагу на ту обставину, що в разі, коли права частина виразу (2) дорівнює лівій, співвідношення сигнал/завада дозволяє мати лише один енергетичний рівень сигналу, відмінний від нуля. Тобто, в цьому варіанті можна використовувати лише бінарні сигнали, отже можливостей підвищення пропускнув спроможності каналу іншими засобами, окрім розширення ширини смуги пропускання каналу, не існує.

Звернемо увагу на те, що з відомих співвідношень $h^2 = P_c / P_3 = P_c / (\Delta F \cdot N_0) = P_c / (B \cdot N_0)$ при допустимих значеннях параметрів витікає:

$$\Delta F_{\text{дон}} \cdot h_{\text{дон}}^2 = B_{\text{дон}} \cdot h_{\text{дон}}^2 = P_{\text{сдон}} / N_0. \quad (4)$$

Вираз (4) можна також вважати другою умовою ЧЕБ.

Із другої умови ЧЕБ витікає, що при сталій енергетиці каналу можливе збільшення смуги пропускання призводить до відповідного зменшення співвідношення сигнал/завада чи навпаки, отже існує можливість варіації цими параметрами каналу.

Як і раніше, із (3) при трьох існуючих чи заданих параметрах (наприклад, потужності сигналу $\Delta P_{\text{сдон}}$ спектральній щільності потужності завади N_0 і потрібній смузі пропускання $\Delta F_{\text{дон}}$ чи потрібному співвідношенні сигнал/завада $h_{\text{дон}}^2$) однозначно визначається четвертий — допустимі співвідношення сигнал/завада $h_{\text{дон}}^2$ чи смуга пропускання $\Delta F_{\text{дон}}$. Точно так же при заданих смузі пропускання $\Delta F_{\text{дон}}$ і співвідношенні сигнал/завада $h_{\text{дон}}^2$ однозначно визначається потрібне співвідношення $P_{\text{сдон}} / N_0$.

Звернемо увагу на те, що перше рівняння ЧЕБ (вираз (2)) із використанням співвідношень (1) та (4) набуває вигляду, який можна розглядати як третє рівняння ЧЕБ:

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{дон}} &= B \cdot h^2 / h_{\text{дон}}^2 = P_c / (N_0 \cdot h_{\text{дон}}^2) = (\lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C_n) / (1,44 \cdot h_{\text{дон}}^2) = \\ &= -\alpha^2 \cdot \lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C_n / [2,88 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр}})]. \end{aligned} \quad (5)$$

Із третього рівняння ЧЕБ (5) витікає, що при заданих виду модуляції (α^2) та межі пропускної спроможності $\lim_{\Delta F \rightarrow \infty} C_n$ допустима смуга пропускання каналу $\Delta F_{\text{дон}}$ визначається вимогами щодо цілісності інформаційних об'єктів (допустимою ймовірністю викривлення символу) $P_{\text{випр}}$.

Частотна дискретизація та пропускна спроможність каналів

Частотна дискретизація відноситься до перспективних багаточастотних способів модуляції (DMT-модуляція) [5], які дозволяють значно розширити пропускну спроможність, наприклад, цифрових абонентських ліній на основі сучасних досягнень мікроелектроніки та методів цифрової обробки сигналів.

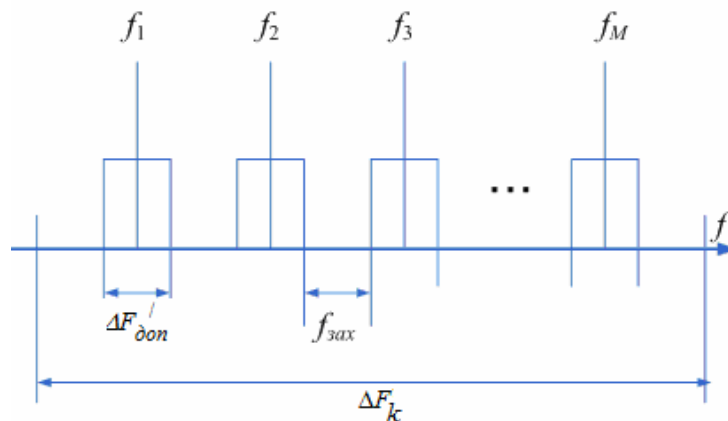
Для аналізу можливостей збільшення пропускної спроможності каналів при частотній дискретизації скористаємося першою умовою ЧЕБ у вигляді (3). Зменшимо, наприклад, у k разів і амплітуду сигналу та ширину смуги пропускання:

$$\Delta F'_{\text{дон}} = \Delta F_{\text{дон}} / k \leq -(P_c / k) \cdot \alpha^2 / (2 \cdot N_0 \cdot \ln(2 \cdot P_{\text{випр.дон}})). \quad (6)$$

Зрозуміло, що це є можливим у випадку, коли таке зменшення не суперечить можливостям каналу та продуктивності джерела інформації. Розглянемо надалі як раз цей випадок. Звернемо увагу на те, що така трансформація амплітуди сигналу і ширини смуги пропускання не впливає на співвідношення сигнал/завада, а, отже і на ймовірність викривлення сигналу.

Тоді, вважаючи одержане із (6) значення $\Delta F'_{\text{дон}}$ часткою загальної смуги пропускання — його частотною дискретою, можна забезпечити передачу інформації в кожній із k дискрет, зрозуміло, при новій швидкості посимвольної передачі інформації (наприклад, при $B' = \Delta F'_{\text{дон}}$). Отже можна організувати передачу інформації одного й того ж повідомлення не послідовно в межах однієї (хоча б високо-частотної) дискрети, а здійснювати передачу інформації за певною кількістю (k) частотних дискрет (низькочастотних підканалів) одночасно (паралельна передача), при якій забезпечується передача інформації з характеристиками, що задовольняють визначеним умовам. Приклад утворення незалежних каналів при частотній дискретизації (DMT) наведено на рисунку. Наприклад, смуга $\Delta F'_k = 1,0994$ МГц може розбиватися на $M = 255$ підканалів по $\Delta F'_{\text{дон}} = 4,3125$ КГц.

Таку організацію використання частотного ресурсу каналу для підвищення пропускнуєї спроможності каналу C_n будемо називати *частотною дискретизацією*.



Утворення незалежних каналів при багаторівневій (M -рівневій) частотній дискретизації (маніпуляції) по методу DMT

Отже, дискретизація попередньо визначеної, будь-якої ширини, смуги пропускання каналу $\Delta F'_k$ полягає в тому, що загальна смуга пропускання каналу $\Delta F'_k$ розбивається на певну кількість k частотних дискрет ($k = \Delta F'_k / \Delta F'_\text{дон}$) завширшки $\Delta F'_\text{дон} = \Delta F'_k / k = \Delta F'_{\text{дон}}$ кожна. По кожній із цих дискрет із швидкістю посимвольної передачі $B = \Delta F'_{\text{дон}}$ (чи $B' = \Delta F'_{\text{дон}}$) передаються також одночасно k сигналів, що утворюють у сукупності певне k -розрядне повідомлення. Отже, за час однієї послілки можливо одночасно передати k різно-частотних посилок. Загальне число варіантів (алфавіт) повідомлення (дискретного сигналу) при цьому складе $n = 2^k$.

Зрозуміло, що при швидкості передачі інформації B' , мінімальній ширині сму-

ги пропускання кожної з дискрет $\Delta F'_{\text{доп}}$ Гц, можливій кількості частотних дискрет k максимальна швидкість передачі інформації $B_{\text{чдмакс}}$, тобто пропускна спроможність каналу при частотній дискретизації, складе:

$$B_{\text{чдмакс}} = C_{\text{чд}} = B' \cdot k = B' \cdot \Delta F_k / B' = \Delta F_k \text{ (біт/с)}.$$

Отже, пропускна спроможність каналу при частотній дискретизації теоретично дорівнює ширині смуги пропускання каналу, а отже є максимально можливою. Нагадаємо, що всі змінні, використані в останньому виразі, характеризують можливість каналу щодо передачі бінарних сигналів.

Висновки

Одержаний в умовах частотної дискретизації результат щодо пропускної спроможності

$$C_{\text{чд}} = \Delta F_k,$$

по-перше, **є максимально можливим при передачі бінарних сигналів**; по-друге, підтверджує справедливість відповідних висновків Найквіста щодо пропускної спроможності каналу при передачі бінарних сигналів і, по-третє, показує шлях її досягнення. Цим шляхом є застосування частотної дискретизації. Подальше підвищення пропускної спроможності каналу є можливим лише за рахунок багаторівневих сигналів (при амплітудній, фазовій чи комплексній модуляції в кожній із частотних дискрет).

1. Алишев Я.В. Предельная пропускная способность и потенциальная помехоустойчивость оптических сетей и систем телекоммуникаций / Я.В. Алишев // Доклады БГУИР. — 2004. — Т. 2, № 2. — С. 43–45.

2. Василенко В.С. Моделі забезпечення цілісності інформаційних об'єктів // Матеріали V міжнар. наук.-практ. конф. «VĚDE A VZNIK – 2009/2010» — 27 грудня 2009 – 05 січня 2010 / В.С. Василенко. — Praha: «Publishing House» «Education and Science» s.r.o. 2009. — Т. 12. — С. 81–84.

3. Василенко В.С. Модель підвищення пропускної спроможності каналів обчислювальних мереж. Пряме розширення смуги пропускання каналів // Матеріали V міжнар. наук.-практ. конф. «ZPRAVY VĚDECKE IDEJE – 2009» 27.10–05.11.2009 / В.С. Василенко. — INFLAČNÍ BEZPE-NOST. — Praha: «Publishing House» «Education and Science» s.r.o. 2009. — Т. 12. — С. 49–51.

4. Матов О.Я. Пропускна спроможність каналу та доступність інформаційних об'єктів у розподілених мережах / О.Я. Матов, В.С. Василенко, О.В. Дубчак // Реєстрація, зберігання і оброб. даних. — 2009. — Т. 11, № 2. — С. 77–82.

5. Бунин С.Г. Вычислительные системы с пакетной радиосвязью / С.Г. Бунин, А.П. Войтер. — К.: Техніка, 1989. — 223 с.

Надійшла до редакції 25.11.2010