УДК 681:513

«МІНІМІЗАЦІЯ СУМАРНОГО ЗВАЖЕНОГО МОМЕНТУ ЗАКІНЧЕННЯ РОБІТ» ЯК ПЕРШИЙ РІВЕНЬ МОДЕЛІ ДРІБНОСЕРІЙНОГО ВИРОБНИЦТВА ТА СПОСОБИ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

О.А. ПАВЛОВ, Л.О. АКСЬОНОВА

В статті розглянуто перший рівень багаторівневої моделі планування дрібносерійного виробництва в умовах ринку, математична модель якого задається важкорозв'язною задачею теорії розкладу «Мінімізація сумарного зваженого моменту закінчення робіт» (МЗМ). Наведено схему поліноміальної складової ПДС-алгоритму заданої задачі та приклади поліноміальної розв'язності індивідуальних задач МЗМ, для яких даний алгоритм отримує оптимальний розклад.

ВСТУП

Для сучасного економічного розвитку народного господарства характерна швидка зміна технологічних процесів, «зростання» кількості багатономенклатурних виробництв, для яких оптимальне планування та управління є запорукою нормального функціонування та виживання в умовах гострої конкурентної боротьби, ускладнення внутрішніх та зовнішніх зв'язків. Все це стимулює необхідність впровадження засобів автоматизації, обчислювальної техніки, економіко-математичних методів прийняття рішень і створює умови для розвитку нових концепцій виробництва (інтегрованих автоматизованих виробництв, гнучких виробничих систем), а також для автоматизації управління шляхом розробки та впровадження багаторівневих ієрархічних автоматизованих систем управління виробництвом.

В умовах ринкової економіки конче потрібна принципово нова організація виробничих процесів. Це пов'язано із необхідністю миттєвої реакції виробництва на потреби ринку при одночасному зростанні асортименту продукції та зниженні трудових витрат. Отже, сучасне підприємство повинно бути адаптованим до умов випуску продукції невеликими партіями з частими змінами асортименту виробів (тобто до умов дрібносерійного та одиничного виробництв) відповідно до принципу «виробляти тільки те, що потрібно, тоді, коли потрібно і стільки, скільки потрібно».

Основа автоматизованих систем планування та управління дрібносерійним виробництвом — це реалізація моделей достатньо складної структури, що належать до класу важкорозв'язних, зокрема моделей оперативно-календарного планування і управління.

Комп'ютеризоване виробництво, як якісно новий об'єкт управління, потребує вдосконалення систем оперативного планування і управління виробництвом, що, в свою чергу, неможливо без розробки алгоритмів планування і управління взаємодією елементів таких виробництв. Динамічність сучасних виробничих систем, концепція комп'ютеризованого виробництва як такого, що легко адаптується до зміни зовнішніх факторів, обумовлює створення гнучкої системи оперативного управління, здатної ефективно функціонувати та забезпечувати стійкість виробничого процесу за наявності різного роду зовнішніх та внутрішніх відхилень. Така система базується на комплексі економіко-математичних моделей та методів, що реалізують технологію застосування оптимальних планових рішень за рівнями системи.

1. БАГАТОРІВНЕВА МОДЕЛЬ ДРІБНОСЕРІЙНОГО ВИРОБНИЦТВА

Автори досліджують дрібносерійне виробництво як об'єкт автоматизованого управління. На жаль існуючі методи планування не забезпечують ефективної діяльності підприємства у конкурентній ринковій боротьбі, і тому необхідні розробка та впровадження нової, науково обгрунтованої методології планування та управління сучасним виробництвом.

Зазначимо, що задачі календарного планування у переважній більшості мають комбінаторний характер та відносяться до важкорозв'язних комбінаторних задач. Існуючі методи розв'язання таких задач не дозволяють отримувати не тільки оптимальні, але й ефективні наближені розв'язки, що зумовлює необхідність розробки нового підходу до розв'язання задач складання календарних планів з метою отримання розв'язків задач великої розмірності, які відповідатимуть вимогам сучасного виробництва.

На кафедрі АСОІУ ФІОТ НТУУ «КПІ» створено багаторівневу модель планування дрібносерійного виробництва в умовах ринку, що покладена в основу розробленої системи планування та управління дрібносерійним виробництвом (СПУДВ). На першому рівні будується агрегована модель, в якій підприємство представлено у вигляді одного станка (приладу). В результаті роботи першого блоку задається послідовність виконання коміркокомплектів виробничої програми, що визначає пріоритети виконання коміркокомплектів, які використовуються алгоритмами другого рівня. Задача другого рівня полягає у побудові виробничої програми та її розподілі за плановими періодами.

Розглянемо загальну постановку першої задачі, що розв'язується в рамках моделі. Задано множину операцій $J=\{J_1, J_2,..., J_n\}$ по виготовленню *n* виробів (мається на увазі серія однотипних виробів), що розглядаються при формуванні портфеля замовлень. На кожній підмножині J_k задано частковий порядок орієнтованим ациклічним графом. Вершини графу відповідають операціям, зв'язки вказують на відношення передування, або входження. Відношення передування задається на основі конструкторсько-технологічної документації по виготовленню виробів, що входять до портфеля замовлень. Для кожної операції $j_l \in J_k$, $k=\overline{1,n}$ відома тривалість виконання l_{jl}; для кожної кінцевої операції $j_r \in J_k$, $k=\overline{1,n}$ (не є попередником інших) задано вагу ω_{j_r}, що визначається як одиничний прибуток від реалізації. Кінцеві вершини відповідають готовим виробам. Для виконання операцій використовується система обслуговування у вигляді множини обмежених ресурсів. Сукупність виробничих засобів та станків поділено на окремі виробничі модулі (комірки), що є достатньо автономними. Виробництво характеризується різними технологічними циклами, широкими взаємозв'язками між підрозділами (комірками) для передачі виробленої продукції. Необхідно скласти номенклатурно-об'ємний план кожної структурної одиниці підприємства (комірки) з розподілом по планових періодах за наступними критеріями оптимальності та їхніми комбінаціями:

а) максимізація прибутку;

б) максимізація прибутку за наявності штрафів за порушення директивних строків;

в) максимізація прибутку при виконанні замовлень «точно в строк» при наступних обмеженнях:

- тривалість виготовлення кожного виробу визначається його критичним шляхом;
- продуктивність у кожній групі технологічно взаємозамінюваного устаткування однакова.

Такі задачі мають комбінаторно-оптимізаційний характер та відносяться до важкорозв'язних задач календарного планування. Класичні методи оптимізації та інші точні методи їх розв'язання неприйнятні з огляду на складну структуру та велику розмірність цих задач. Неефективними виявились також спроби застосування існуючих наближених методів, що скорочують перебір припустимих варіантів розв'язання.

Суть нового підходу до розв'язання важкорозв'язних задач календарного планування, розробленого на кафедрі АСОІУ ФІОТ НТУУ «КПІ», полягає у розробці основних положень, правил, які відображають загальні властивості класів моделей, що розглядаються, та дозволяють організувати єдині принципи обчислень.

Розглянемо розроблену схему розв'язання задач у системі СПУДВ.

Граф *G*, побудований на критичних шляхах виробів на основі агрегованої інформації, складається з *n* кінцевих вершин, що відповідають *n* виробам. Під вершинами розуміємо коміркокомплекти (сукупність операцій, що виконуються в одній комірці в межах одного заходу по одному виробу), дуги інтерпретуються як зв'язки між комірками, що регламентують технологію виготовлення виробів. Якщо для деяких груп коміркокомплектів потрібно багато часу на настроювання приладів, то формується один спільний коміркокомплект, що на графі зв'язності відображено спільними вершинами.

Для кожної вершини *i* відома тривалість l_i, для кожного виробу (кінцевої вершини) *i* задано вагу w_i, що визначається як одиничний прибуток від реалізації виробу. Загальний прибуток від реалізації виробу є функцією часу:

$$w_i(t) = w_i\,(T - C_i)\,,$$

де T — період, необхідний для виконання усіх виробів; C_i — момент закінчення виготовлення виробу i.

Потрібно виготовити N виробів, максимізуючи сумарний прибуток підприємства

$$F = \sum_i w_i\left(T\text{-}C_i\right) \to \max$$

при наступних обмеженнях:

- тривалість виготовлення кожного виробу (а також коміркокомплекту) визначається його критичним шляхом;
- коміркокомплект не передається в інші комірки до його повного завершення;
- продуктивність у кожній групі технологічно взаємно замінюваного устаткування однакова.

Критерій F є еквівалентним критерію важкорозв'язних задач теорії розкладу «Мінімізація сумарного зваженого моменту закінчення виготовлення виробів при заданому відношенні порядку» на множині операцій кожного виробу.

Ми розглянемо важкорозв'язну задачу теорії розкладу МЗМ і наведемо умови, коли індивідуальні задачі МЗМ, постановка якої розглядається як перший рівень багаторівневої ієрархічної моделі СПУДВ, можуть бути розв'язані за поліноміальний час.

Як раніше було визначено, належність задач до класу важкорозв'язних створює суттєві проблеми при отриманні їх точного розв'язку для задач достатньо великого розміру, бо за умови $P \neq NP$ для задач даного класу не можна побудувати поліноміальний алгоритм. Для подолання цих труднощів авторами раніше було запропоновано методологію по створенню ПДС-алгоритмів, тобто створення точних алгоритмів, які визначають належність індивідуальної задачі, що розглядається, до класу задач, які поліноміально розв'язуються в процесі розв'язку. У статті ми розглянемо ПДС-алгоритм задачі МЗМ першого типу з адитивною структурою. Тобто це ПДС-алгоритм, що є статистично ефективним для індивідуальних задач МЗМ, параметри яких моделюються випадково. Структура поданого алгоритму складається з двох незалежних алгоритмів — поліноміального та експоненційного. Розв'язок початкової індивідуальної задачі починається з застосування поліноміального алгоритму, на кожному кроці його застосування перевіряються умови можливості його використання. У випадку їх порушення розв'язок продовжується експоненційним алгоритмом.

2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА ВЛАСТИВОСТІ ЗАДАЧІ «МІНІМІЗАЦІЯ СУМАРНОГО ЗВАЖЕНОГО МОМЕНТУ ЗАКІНЧЕННЯ РОБІТ»

Постановка та властивості задачі. Задано частково впорядковану множину робіт $J = \{J_1, J_2, ..., J_n\}$, які починаючи з нульового моменту обслуговуються одним приладом, без перерв, не більше ніж одна в одиницю часу. Для кожного завдання j поставлена у відповідь його тривалість $l_j > 0$ та вага ω_j (довільне дійсне число, в додатку > 0). Орграф часткового впорядкування має ациклічну структуру.

Необхідно знайти таку послідовність обслуговування завдань, сумарний зважений момент закінчення виконання робіт в котрій є мінімальним:

$$F = \sum_{k=1}^{n} \omega_{j[k]} c_{j[k]} \to \min, \qquad (1)$$

де $c_{j[k]}$ — момент закінчення виконання завдання, що стоїть у припустимому розкладі на k-й позиції,

$$c_{j[k]} = \sum_{s=1}^{k} l_{j[s]} .$$

На множині завдань орієнтованим ациклічним графом задане відношення часткового порядку, тобто якщо $j_k \prec j_l$, то обслуговування завдання j_k в будь-якій припустимій послідовності повинне завершитися раніше ніж обслуговування завдання j_l.

Запис $\beta(g_{[s]}) \prec\prec \alpha(g_{[k]})$ означає попередження останньої роботи підпослідовності $\beta(g_{[s]})$ першій роботі підпослідовності $\alpha(g_{[k]})$.

Ця задача може бути розв'язана за поліноміальний час, якщо порядок задано, наприклад, лісом чи послідовно-паралельним графом [1].

Теорема 1 [2]. Нехай на множині всіх припустимих розкладів P задана функція $F(\Pi) = \sum_{k=1}^{n} w_{j[k]} c_{j[k]}$. Тоді для двох довільних перестановок

$$\Pi' = (\Pi^{(1)}, \Pi^{(a)}, \Pi^{(b)}, \Pi^{(2)}), \qquad \Pi'' = (\Pi^{(1)}, \Pi^{(b)}, \Pi^{(a)}, \Pi^{(2)}),$$

що належать до P, існує функція $f(\Pi)$, що задовольняє наступному: з вимоги $f(\Pi^{(a)}) > f(\Pi^{(b)})$ випливає нерівність $F(\Pi') < F(\Pi'')$ і з вимоги $f(\Pi^{(a)}) = f(\Pi^{(b)})$ — рівність $F(\Pi') = F(\Pi'')$.

Ця функція має назву пріоритет перестановки і позначається

$$P(\Pi) = \frac{\sum_{j \in \{\Pi\}} w_j}{\sum_{j \in \{\Pi\}} l_j} . \qquad (2)$$

Визначення 1 [2]. *P*-впорядкованим розкладом є припустима послідовність робіт, що задовольняє наступним умовам:

1) множина $S_1 \subset J$ (J — множина всіх робіт), що має максимальний можливий пріоритет, тобто $P(S_1) > P(U)$, $\forall\ U \subset J$, повинна бути оброблена першою;

2) множина S_2, що задовольняє умові 1 на множині $J \setminus S_1$, повинна бути оброблена другою і т.д.

У *P*-впорядкованому розкладі початкова множина робіт розбивається на підмножини максимальних пріоритетів (ММП).

Теорема 2. Оптимальний розклад є *P*-впорядкованим [3].

Примітка. ММП S_i повинна містити мінімально можливу кількість робіт, тому що розбиття вихідної множини робіт на ММП є декомпозицією вихідної задачі на підзадачі меншої розмірності. Множини робіт, що мають однакові значення пріоритетів, розглядаються як різні ММП.

3. СТРУКТУРА ПДС-АЛГОРИТМУ ЗАДАЧІ «МІНІМІЗАЦІЯ СУМАРНОГО ЗВАЖЕНОГО МОМЕНТУ ЗАКІНЧЕННЯ РОБІТ»

Розглянемо поліноміальну частину ПДС-алгоритму задачі МЗМ. Алгоритм складається з двох частин [4]:

1) отримання наближеного алгоритму;

2) ітераційна процедура отримання оптимального розкладу на початковій множині завдань наближеного розкладу.

Алгоритм, починаючи з першої роботи, розглядає на кожній k-й ітерації перші k завдань наближеного розкладу. Важливим є те, що на попередній ($k-1$)-й ітерації ми отримали *p*-впорядковане або оптимальне рішення для перших ($k-1$)-х завдань наближеного розкладу. Розглянемо умови, задовільнення яким на кожній ітерації множиною завдань початкової індивідуальної задачі, приводить до її розв'язку за поліноміальний час.

За властивостями задачі МЗМ початкова множина завдань в оптимальному рішенні декомпозується на ММП [3]. В [4] були введені поняття ланцюга та конструкції.

Визначення 2. Ланцюгом ми називаємо послідовність завдань $j_{[l]},...,j_{[f]}$ таких, що

$$j_{[i-1]} \prec\prec j_{[i]},\ \ l < i \le f;\ \ \ p\big(j_{[l]},...,j_{[i]}\big) < p\big(j_{[i+1]},...,j_{[f]}\big).$$

Визначення 3. Простою конструкцією називається послідовність завдань $\beta_1,...,\beta_i,\alpha_1,...,\alpha_p$, що задовольняє умовам:

$$p(\alpha_1) \ge p(\alpha_2) \ge ... \ge p(\alpha_p),\ \ \ p(\beta_1) \ge ... \ge p(\beta_i), \tag{3}$$

де $\beta_1,...,\beta_i$ та $\alpha_1,...,\alpha_p$ — несуміжні та пріоритетно-впорядковані поміж собою ланцюги або завдання; та має наступну структуру:

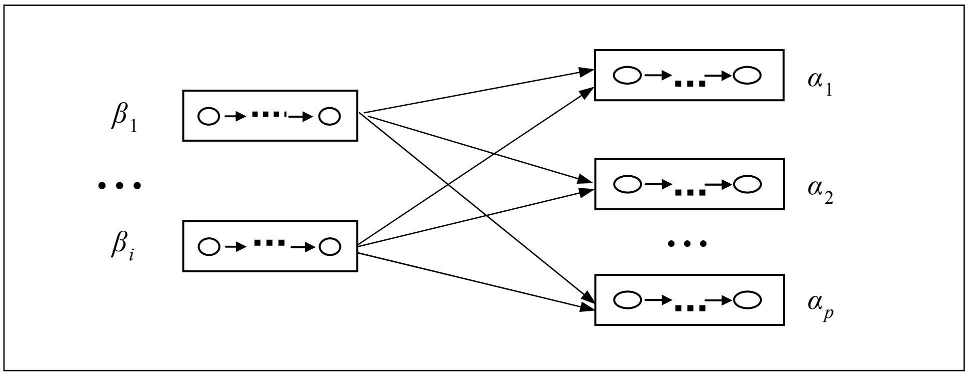

Рис. 1

Складною конструкцією першого рівня є конструкція аналогічна за структурою простій, у якій замість довільного ланцюга α_i може стояти проста конструкція K (рис. 2).

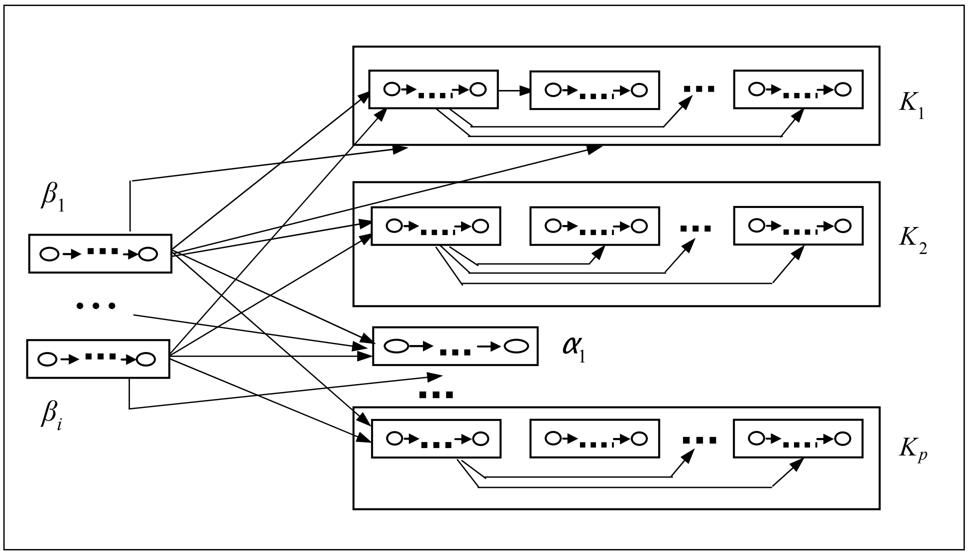

Рис. 2

Аналогічним чиною визначається складна конструкція довільного рівня вкладеності.

Визначення 4. Підпослідовності $\beta_1,...,\beta_i$, що задовольняють умовам $\beta_j \prec\prec K_i$, $i=\overline{1,s}$, $j=\overline{1,i}$ на множині $\{\beta_1,...,\beta_i,K_1,...,K_s\}$, ми будемо називати замикаючими підмножинами, а підпослідовності $K_1,...,K_s$ — приймачами першого рівня.

Так, наприклад, на рис. 2 підпослідовності $\beta_1,...,\beta_i$ є замикаючими, а підпослідовності $K_1, K_2, \alpha_1,...,K_p$ — приймачі першого рівня.

4. УМОВИ ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ РОЗВ'ЯЗНОСТІ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАДАЧ МЗМ

В [5] було показано наступне:

1) якщо ММП початкової індивідуальної задачі є завдання, ланцюги або конструкції довільного рівня вкладеності, то ПДС-алгоритм задачі МЗМ, запропонований у [4], знаходить оптимальний розклад за поліноміальний час;

2) відношення попередження від максимальної множини з більшим значенням пріоритету до максимальної множини з меншим може бути довільним.

Наступний ряд умов поліноміальної розв'язності було визначено для підмножини робіт ММП.

Нехай останні роботи ланцюгів $\beta_1,...,\beta_i$ зв'язані повним підграфом з першими роботами ланцюгів $\alpha_1,...,\alpha_p$ або конструкцій $K_1,...,K_p$.

Примітка. Якщо конструкція K_j має структуру $K_j = (\beta_1^j,...,\beta_i^j, K_1^j,...,K_p^j)$, то останні роботи ланцюгів $\beta_1,...,\beta_i$ зв'язані повним підграфом також з першими роботами ланцюгів $\beta_1^j,...,\beta_i^j$.

Умова 1. Тоді довільна робота ланцюга β_j, $j=\overline{1,i}$ може бути довільним чином зв'язана з довільними роботами ланцюгів $\alpha_1,...,\alpha_p$ або конструкцій $K_1,...,K_p$, тобто

$$\forall g \in \beta_j : g \prec\prec q, \quad q \in \alpha_s, \quad s=\overline{1,p},$$

$$\forall g \in \beta_j : g \prec\prec q, \quad q \in K_s, \quad s=\overline{1,p}.$$

Примітка. Вищеподана умова виконується для конструкції K_j довільного рівня вкладеності.

Умова 2. Якщо справедливі умови $p(\beta_1) \ge p(\beta_2) \ge ... \ge p(\beta_i)$, то відношення попередження від довільної роботи ланцюга β_j до робіт ланцюга β_s, $s>j$ (тобто $p(\beta_j) > p(\beta_s)$) може бути довільним.

Умова 3. При виконанні умов $p(\alpha_1) \ge p(\alpha_2) \ge ... \ge p(\alpha_p)$ або $p(K_1) \ge p(K_2) \ge ... \ge p(K_p)$ відношення попередження від робіт α_i до робіт ланцюга α_j, $i<j$ (тобто $p(\alpha_i) \ge p(\alpha_j)$) може бути довільним. Аналогічним чином визначаються умови відношення попередження і для конструкцій.

Умова 4. Подані вище мови справедливі для конструкцій довільного рівня вкладеності.

На рис. 3 наведено приклади додаткових відношень попередження, що були запропоновані в умовах 1–4.

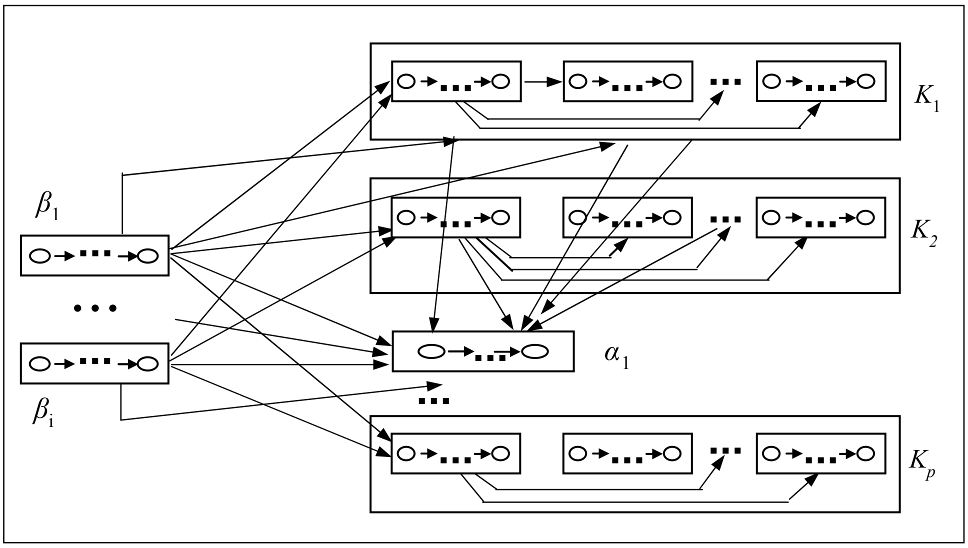

Рис. 3

В обмеженнях умов 1–4 суттєвою є вимога безпосереднього попередження останніх робіт ланцюгів $\beta_1, \ldots, \beta_i$ (замикаючих підмножин) першим роботам ланцюгів $\alpha_1, \ldots, \alpha_p$ або конструкцій $K_1, \ldots, K_p$ (приймачів першого рівня). Далі розглянемо умови, в яких знімається вимога безпосереднього попередження останніх робіт ланцюгів $\beta_1, \ldots, \beta_i$ усім першим роботам конструкцій і ланцюгів, що є приймачами першого рівня.

Для наступного ряду вимог суттєвою залишається вимога попередження першим роботам приймачів першого рівня [6].

Нехай для ланцюгів β_j та α_i таких, що $\beta_j \prec \alpha_i$ і $\beta_j =$ $= (\beta_j^{поч}, \beta_j^{кін})$, $\beta_j^{поч} \prec\prec \alpha_i$; $\beta_j^{кін} \not\prec \alpha_i$, виконується нерівність

$$p\left(\beta_j^{кін}\right) \ge p(\alpha_i). \tag{4}$$

Умова 5. Якщо для довільного приймача першого рівня K_j такого, що для нього існують замикаючі підмножини $\beta_s = \left(\beta_s^{поч}, \beta_s^{кін}\right), \beta_s^{поч} \prec\prec \alpha_i; \beta_s^{поч} \prec \alpha_i$, виконується формула (4), тобто $p\left(\beta_s^{кін}\right) \ge p\left(K_j\right)$, і наведена умова справедлива для кожного $\beta_j : \beta_j^{поч} \subset \beta_j$ (тобто порушується умова попередження останньої роботи (рис.4)), то оптимальне рішення для означеної вище множини робіт збігається з оптимальним розкладом на ММП, що задовольняє вимогам конструкції і має вигляд $\beta_1, \ldots, \beta_i, K_1, \ldots, K_p$.

Примітка. В обмеженнях умови 5 можливі додаткові відношення попередження, аналогічні тим, що були введені в умовах 1–4.

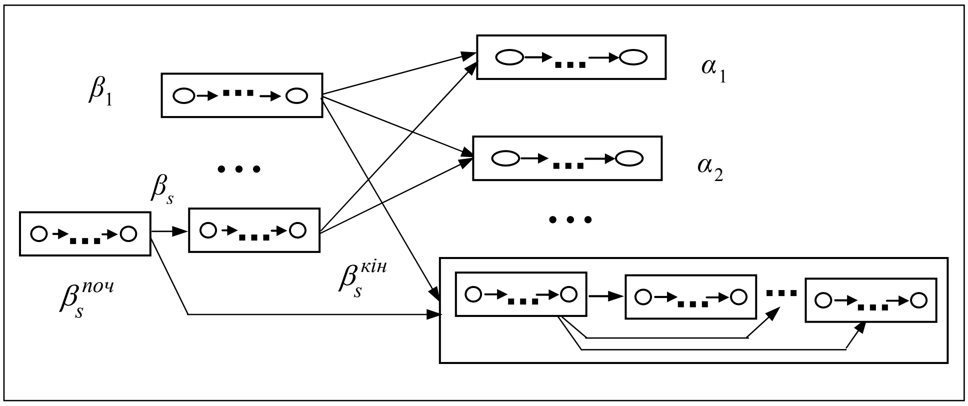

Рис. 4

Далі розглянемо обмеження на відношення попередження, при яких вилучається вимога безпосереднього попередження замикаючих ланцюгів першим роботам приймачів першого рівня. Суттєвою залишається вимога безпосереднього попередження останньої роботи замикаючих ланцюгів.

Введемо наступні позначення:

$\forall K_i : \beta_j \prec K_i$; $K_i^{поч}$ — початкова послідовність K_i така, що $\beta_j \bar{\prec} K_i^{поч}$, $\beta_j \prec\prec K_i^{кін}$, $K_i = (K_i^{поч}, K_i^{кін})$.

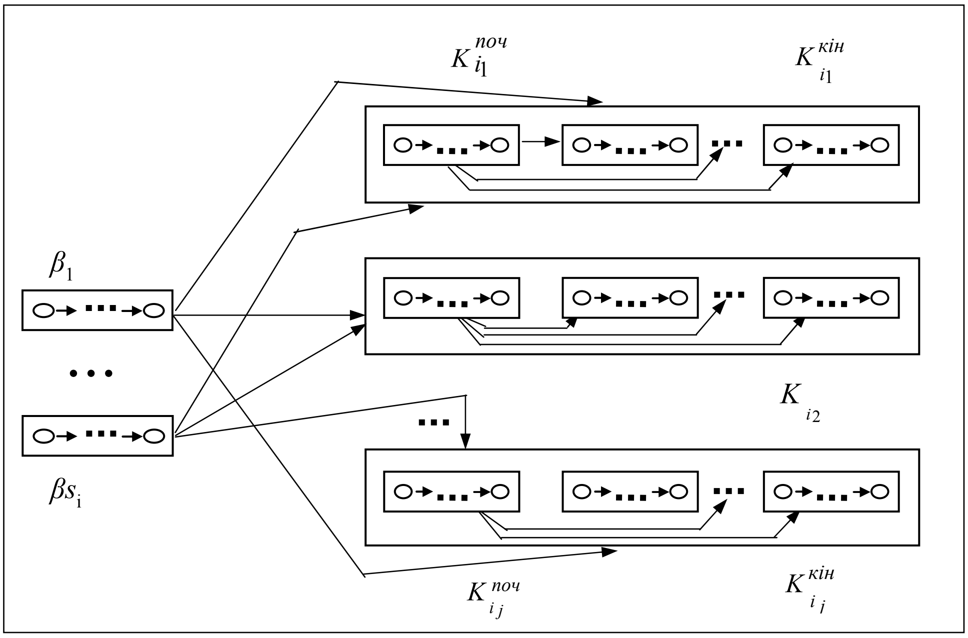

Рис. 5

Нехай ММПМ має наступний вигляд:

$$\beta_1,...,\beta_i, K_1,...,K_{i_1}^{поч}, K_{i_1}^{кін}, K_{i_1+1},...,K_{i_2}^{поч}, K_{i_2}^{кін}, K_{i_2+1},...$$

$$...,K_{i_j}^{поч}, K_{i_j}^{кін}, K_{i_j+1},...,K_p\,. \qquad (5)$$

Примітка. Розклад (5) є оптимальним для множини робіт, що задовольняє вимогам конструкції, де $\beta_1,...,\beta_i$ — замикаючі ланцюги, а $K_1,...,K_p$ — приймачі першого рівня.

Справедливе наступне твердження.

Твердження. Нехай справедливі умови

$$p\left(K_{i_1}^{поч}\right) \geq p\left(K_{i_2}^{поч}\right) \geq \ldots \geq p\left(K_{i_j}^{поч}\right);\quad p\left(K_{i_1-1}\right) \geq p\left(K_{i_1}^{кін}\right);$$

$$p\left(K_{i_2-1}\right) \geq p\left(K_{i_2}^{кін}\right);\ldots;\ p\left(K_{i_j-1}\right) \geq p\left(K_{i_j}^{кін}\right).$$

Тоді якщо $p\left(\beta_f,\ldots,\beta_i, K_1,\ldots,K_{i_1-1}\right) \geq p\left(K_{i_1}^{поч}\right)$, де $p\left(\beta_{f-1}\right) \geq p\left(K_{i_1}^{поч}\right)$ та $p\left(\beta_f\right) < p\left(K_{i_1}^{поч}\right)$, то розклад (5) є оптимальним для множини робіт *M*.

В умовах розглянутого твердження розклад (5) залишається оптимальним і для наступних додаткових відношень попередження:

1) при довільному попередженні робіт ланцюгів $\left\{\beta_f,\ f=\overline{1,i}\right\}$ роботам початкової частини конструкції $K_{i_j}^{поч},\ j=\overline{1,p}$;

2) при довільному попередженні робіт початкової частини конструкції $K_{i_j}^{поч}$ роботам початкової частини конструкції $K_{i_l}^{поч}$, $l > j$;

3) при довільному попередженні робіт конструкцій K_j роботам ланцюжків початкової частини конструкції $K_{i_l}^{поч}$, $i_l > j$.

Примітка. Доведення всіх розглянутих нами умов та тверджень базується на тому факті, що ММП підграфа вихідної множини робіт, у якому були вилучені розглянуті вище додаткові обмеження, задовольняють вимогам ланцюгів або конструкцій довільного рівня вкладеності.

ВИСНОВОК

Системи планування й оперативного керування виробництвом повинні забезпечити високий рівень узгодженості різних виробничих підрозділів у просторі і часі. Виготовлення і постачання кожної складової одиниці повинні здійснюватися в строго встановлений час, обумовлений термінами випуску виробу в цілому. При цьому необхідно забезпечити найбільш повне завантаження обладнання, максимальне скорочення тривалості виробничого циклу з урахуванням технологічної гнучкості. Більш високі вимоги висуваються до узгодження календарних розкладів.

Усе це реально виконується за наявності науково обґрунтованих методологій планування і керування виробництвом у нових умовах і математичному апараті, що дозволяє одержувати ефективні розв'язки важкорозв'язних задач календарного планування.

Запропонована модель дрібносерійного виробництва спирається на ряд важкорозв'язних задач теорії розкладу, на прикладі яких автори успішно застосували методологію проектування нового класу точних алгоритмів

(ПДС-алгоритмів), що мають значні переваги з теоретичної та практичної точки зору.

В статті наведено нові умови поліноміальної розв'язності важкорозв'язної задачі «Мінімізація сумарного зваженого моменту закінчення робіт», що аналізуються в процесі розв'язання індивідуальних задач МЗМ і на відміну від початкового аналізу параметрів задачі мають значну практичну ефективність. Це дає можливість статистично значимо отримувати точний розв'язок задач за поліноміальний від їх розміру час.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Lawler E.L.* Sequencing jobs to minimize total weighted completion time subject to precedence constraints // Ann. Discrete Math. — 1978. — № 2. — P.75–90.
2. *Павлов А.А.* Конструктивные полиномиальные алгоритмы решения индивидуальных задач из класса NP. — Киев: Техника, 1993.— 128 с.
3. *Sidney J.B.* Decomposition algorithm for Single-Machine Sequencing with Precedence Relations and Deferral Costs. Operation Res. — 1975. — № 23. — P.283–298.
4. *Pavlov A., Pavlova L.*. PDC-algorithms for intractable combinatorial problems. Theory and methodology of design. — Uzhhorod: «Karpatskij region» shelf, 1997. — 320 p.
5. *Pavlov A.A., Pavlova L.A.*. About one subclass of polynomially solvable problems from class «Sequencing jobs to minimize total weighted completion time subject to precedence constraints». Киев, Вестi междунар. Соломонов. ун-т. — 1999. — № 1. — С. 109–116.
6. *Павлов А.А., Аксенова Л.А.* Новые условия полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма задачи «Минимизация суммарного взвешенного момента» // Проблемы программирования. — 2001. — № 1. — С. 69–75.

Надійшла 6.11.2001