УДК 519.86

ПРО ВИБІР СТРАТЕГІЇ ОПОДАТКУВАННЯ В ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ ЗА НАЯВНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ

А.П. МАХОРТ

Досліджено умови рівноваги економічної системи, що знаходиться під дестабілізуючим впливом монополізму та потенційної появи інфляції. Описано стан рівноваги, в якому компенсовано дію дестабілізуючих чинників. Визначено стратегію оподаткування, яка забезпечує реалізацію саме цього стану рівноваги економічної системи.

ВСТУП

Важливим чинником стабілізації економічної системи є відсутність в ній арбітражу [1, 2]. Тому функціонування економічних систем можна розуміти як їх еволюцію від одного стану рівноваги до іншого. За такого розгляду достатньо обмежитись дослідженням саме станів рівноваги, залишивши без уваги динаміку переходів між ними. Поведінка економічної системи описується певним набором характеристик. Кожному стану рівноваги відповідають свої значення характеристик економічної системи. Є задані характеристики, що визначають початковий стан економічної системи. Також є характеристики, що можуть набувати різних значень, залежно від того, в якому стані знаходитиметься економічна система в наступний момент часу свого функціонування. Усі можливі значення таких економічних характеристик визначаються з умови рівноваги, яка передбачає відсутність арбітражу в економічній системі. Внаслідок того, що економічна система майже завжди має не один стан рівноваги, а певний їх набір, недостатньо лише описати їх. Деякі рівноважні стани економічної системи можуть виявитись неефективними, або навіть дискримінаційними для окремих її суб’єктів, особливо у випадку наявності виробників-монополістів в економічній системі. Важливо зауважити, яким чином буде реалізовано той чи інший стан рівноваги. Тоді з усіх станів рівноваги можна виокремити один, який забезпечуватиме найефективніше функціонування економічної системи. Попередні дослідження [3, 4] дали змогу з’ясувати, що елементом керування поведінкою економічної системи є стратегія оподаткування.

Мета роботи — визначити оптимальний для всіх суб’єктів економічної системи стан рівноваги та вказати стратегію оподаткування, яка забезпечить реалізацію саме цього стану рівноваги. Висновок про оптимальність стану рівноваги можна зробити, наприклад, оцінивши інтервал, в якому знаходитимуться значення рівноважних економічних характеристик, і для вибраних характеристик цей інтервал не повинен виходити за задані межі.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІКИ

Нехай функціонування економічної системи відбувається протягом певного визначеного періоду часу. Саме в цей період часу і досліджуватимемо поведінку економічної системи. Вважатимемо, що економічна система утворена l споживачами. З усіх споживачів лише n спроможні також і виробляти товари. Таким чином, вони спроможні самостійно підтримувати своє функціонування. Інші $l-n$ споживачів функціонують завдяки зовнішньому фінансуванню. Врахуємо обов'язкову наявність оподаткування суб'єктів економічної системи. Тоді зовнішнім фінансуванням споживачів є кошти, отримані в результаті оподаткування виробників. Крім того, вважатимемо, що економічна система взаємодіє із зовнішнім оточенням.

Споживачів описуватимемо двома характеристиками. Одна з них — система векторів $\{c_{kj}\}_{k=1}^{n}$, $j=\overline{1,l}$, що утворює матрицю попиту, або невиробничого споживання $C=\left\|c_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$. Кожен вектор із цієї системи (або ж стовпчик матриці) задає набір товарів, бажаний для відповідного споживача. Передбачається, що споживач мав би витрачати весь свій прибуток на придбання нових товарів (ненасичуваний споживач). Якщо це не так, то споживач переоцінює свій споживчий набір, який у цьому випадку задаватиметься системою векторів $\{\hat{c}_{kj}\}_{k=1}^{n}$, $j=\overline{1,l}$, або ж, відповідно, матрицею $\hat{C}=\left\|\hat{c}_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,\ \ l}$. Ненасичувані споживачі переоцінку не робитимуть, тому для них елементи матриць C і $\hat{C}$ співпадатимуть. Щодо елементів матриць C і $\hat{C}$, виконуватиметься умова $\hat{c}_{kj}\le c_{kj}$, $k=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,l}$. Інша характеристика — це вектор ступенів задоволення потреб споживачів $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$, який визначає як оподаткований прибуток споживача, отриманий у досліджуваному періоді функціонування економічної системи, співвідноситься з вартістю бажаного для споживання набору товарів. Це означає, що значення компонентів цього вектора мають знаходитися в інтервалі $(0,1]$. Таким чином, вираз для оподаткованого прибутку кожного суб'єкта економічної системи можна записати у вигляді:

$$\widetilde{D}_j(p)=y_j\sum_{s=1}^{n}c_{sj}p_s,\quad j=\overline{1,l}.$$

Окрім цих характеристик, споживачів, що є водночас і виробниками, описуватимемо за допомогою вектора цін $p=\{p_i\}_{i=1}^{n}$, вектора обсягів випуску товарів $x=\{x_i\}_{i=1}^{n}$ і системи векторів $\{a_{kj}x_j+b_{kj}\}_{k=1}^{n}$, $j=\overline{1,n}$, які визначають витрати виробництва j-го виробника та утворюють технологічну матрицю $\left\|a_{kj}+b_{kj}/x_j\right\|_{k,j=1}^{n}$. Для таких суб'єктів економічної системи оподаткований прибуток можна також записати і у вигляді, що враховує структуру виробництва, яка задається технологічною матрицею:

$$\widetilde{D}_j(p)=\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\right)-\pi_j\sum_{k=1}^{n}b_{kj}p_k,\quad j=\overline{1,n},$$

де $\pi=\{\pi_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор оподаткування.

Як споживачі, що можуть мати різні стратегії поведінки (або бути ненасичуваними, або ні), так і виробники можуть бути монополістами, або ні. Вважатимемо, що серед виробників є $n-t$ монополістів. Якщо споживачів розумітимемо як суб'єктів, пріоритет яких в адекватному до прибутку виборі свого споживчого набору, то виробники навпаки, насамперед орієнтуються на забезпечення для себе бажаного рівня прибутку. Цей рівень, взагалі-то, мав би прямувати до максимального значення, яке може спрогнозувати виробник. Прогнозування пов'язане зі стратегією поведінки, яка є досяжною відповідному виробнику. Поведінка монополістів ґрунтується на можливості безпосередньо впливати на вектор цін. Тому природно вважати, що монопольні ціни $(p_{t+1}^0,\dots,p_n^0)$ в економічній системі задані. Інші виробники позбавлені такої переваги. Їх стратегії поведінки базуються на прогнозуванні обсягів випуску своїх товарів, які мали б забезпечити відповідний рівень прибутку, достатній для подальшого функціонування. Отже, обсяги випуску товарів немонополістів $(x_1^0,\dots,x_t^0)$ вважаємо відомими. Зауважимо, що наявність монополістів є одним із потенційно кризових чинників в економічній системі. Компенсувати можливий негативний вплив монопольних явищ можна за допомогою вибору рівнів оподаткування монополістів [3, 4].

Таким чином, початковий стан економічної системи задано такими характеристиками: матрицями $\left\|a_{kj}\right\|_{k,j=1}^{n}$, $\left\|b_{kj}\right\|_{k,j=1}^{n}$, $\left\|c_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$, $\left\|\hat{c}_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$, векторами $\{p_i^0\}_{i=t+1}^{n}$, $\{x_i^0\}_{i=1}^{t}$, а також деякою початковою стратегією оподаткування виробників $\{\pi_i^0\}_{i=1}^{t}$. А всі можливі в досліджуваному періоді функціонування економічної системи стани її рівноваги опишемо векторами $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i\}_{i=t+1}^{n}$, $\{y_i\}_{i=1}^{l}$, $\{\pi_i\}_{i=1}^{n}$, значення яких задовольнятимуть умові економічної рівноваги. Рівновага ж визначається вимогою, щоб попит в економічній системі не перевищував пропозиції.

Попит в економічній системі будується за оподаткованим прибутком $\widetilde{D}_i$ та векторами попиту $\Lambda_i=\{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^{n}$ кожного окремого i-го суб'єкта економічної системи. Вектори попиту залежать від елементів матриць C і $\hat{C}$. Їх компоненти Λ_{ik} визначають частину прибутку i-го суб'єкта економічної системи, яка витрачається на придбання k-го товару. Справедливі нерівності

$$\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}(p)\le 1,\quad i=\overline{1,l}.$$

Для тих індексів, що нумерують ненасичуваних споживачів у цьому виразі буде рівність. Відповідно до викладених вище вимог запишемо:

$$\Lambda_{ik}(p)=\frac{\hat{c}_{ki}p_k}{\sum_{s=1}^{n}c_{si}p_s},\quad i=\overline{1,l},\quad k=\overline{1,n}.$$

Пропозиція на k-й товар у відкритій економічній системі може бути записана у вигляді [3, 4]:

$$\psi_k=x_k-\sum_{i=1}^{n}a_{ki}x_i-\sum_{i=1}^{n}b_{ki}-e_k+i_k,\quad k=\overline{1,n},$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ — вектор експорту; $\{i_i\}_{i=1}^n$ — вектор імпорту.

Таким чином, знаходження рівноважних станів економічної системи полягатиме в розв'язанні системи нелінійних нерівностей

$$\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}(p)\widetilde{D}_i(p)\le\psi_k,\quad k=\overline{1,n}. \tag{1}$$

Цю задачу можна дещо спростити, якщо замість векторів попиту споживачів Λ_i, $i=\overline{1,l}$ ввести ефективні вектори $\Lambda_i^*=\{\Lambda_{ik}^*\}_{k=1}^n$, $i=\overline{1,l}$, компоненти яких задовольнятимуть рівностям

$$\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}^*(p)=1,\quad i=\overline{1,l}.$$

Щоб така умова виконувалась, компоненти векторів попиту Λ_i^*, $i=\overline{1,l}$ достатньо вибрати у вигляді:

$$\Lambda_{ik}^*(p)=\frac{\Lambda_{ik}(p)}{\sum_{s=1}^{n}\Lambda_{is}(p)}=\frac{\hat{c}_{ki}p_k}{\sum_{s=1}^{n}\hat{c}_{si}p_s},\quad i=\overline{1,l},\quad k=\overline{1,n}.$$

Тоді замість системи нерівностей (1) можна обмежитись розв'язанням системи нелінійних рівнянь:

$$\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}^*(p)\widetilde{D}_i(p)=\psi_k,\quad k=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Надалі розглянемо лише ті стани рівноваги економічної системи, які забезпечуватимуть прибутковість виробників, тобто економічні характеристики мають бути такими, що

$$x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\right)-\sum_{k=1}^{n}b_{kj}p_k>0,\quad j=\overline{1,n}.$$

За цих умов всі економічно прийнятні розв'язки системи нерівностей (1) співпадатимуть з розв'язками системи рівнянь (2) [1].

РІВНЯННЯ РІВНОВАГИ

Отже, розв'язуватимемо систему нелінійних рівнянь (2), яку можна подати у вигляді:

$$\sum_{j=1}^{l}\hat{c}_{kj}\frac{\sum_{s=1}^{n}c_{sj}p_s}{\sum_{m=1}^{n}\hat{c}_{mj}p_m}y_j=x_k-\sum_{i=1}^{n}a_{ki}x_i-\sum_{i=1}^{n}b_{ki}-e_k+i_k,\quad k=\overline{1,n}, \tag{3}$$

$$\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\right)-\pi_j\sum_{k=1}^{n}b_{kj}p_k=y_j\sum_{s=1}^{n}c_{sj}p_s,\quad j=\overline{1,n}, \tag{4}$$

відносно невідомих $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i\}_{i=t+1}^{n}$, $\{y_i\}_{i=1}^{l}$. У результаті того, що не всі виробники в економічній системі є ненасичуваними споживачами, внаслідок їх виробничої діяльності в економічній системі з'явиться невикористаний капітал [1]

$$\sum_{i=1}^{l}\left(1-\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}(p)\right)\widetilde{D}_i(p)>0.$$

У майбутньому цей чинник може породжувати негативні для всієї економічної системи процеси, наприклад, інфляційні процеси. Такого розвитку подій бажано уникнути. Означимо функцію невикористаного капіталу суб'єкта економічної системи таким виразом:

$$D_i^*(p)=\left(1-\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}(p)\right)\widetilde{D}_i(p)=$$

$$=y_i\left(\sum_{s=1}^{n}c_{si}p_s-\sum_{k=1}^{n}\hat{c}_{ki}p_k\right)=y_i\sum_{s=1}^{n}c_{si}^*p_s,\quad i=\overline{1,l}. \qquad (5)$$

Отже, будемо шукати стан рівноваги економічної системи, в якому ціни на товари $\{p_i\}_{i=1}^{t}$ забезпечували б якомога менші значення невикористаного капіталу кожного виробника, в той же час кожен суб'єкт економічної системи міг би найповніше задовольнити свої потреби. Математично перша вимога до стану рівноваги означає мінімум функцій (5), а друга вимога — що кожна компонента вектора ступенів задоволення потреб споживачів y має бути якомога ближчою до одиниці. Реалізації такого стану рівноваги можна досягти за допомогою відповідного вибору стратегії оподаткування. Тому вважатимемо, що не тільки рівні оподаткування монополістів $\{\pi_i\}_{i=t+1}^{n}$ невідомі від початку, а попередньо задані рівні оподаткування інших виробників $\{\pi_i^0\}_{i=1}^{t}$ імовірно підлягатимуть подальшому коригуванню (але коригування не має бути суттєвим і нова стратегія оподаткування має бути близькою до початкової, щоб не породжувати додаткових негативних впливів).

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Визначимо спочатку додатний вектор цін $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, за якого функція невикористаного капіталу кожного виробника по можливості прямуватиме до свого мінімального значення. Якщо потреби споживачів задовольняються повністю, то для таких споживачів функції невикористаного капіталу матимуть вигляд:

$$\widetilde{D}_i^*(p)=\sum_{s=1}^{n}c_{si}^*p_s,\quad i=\overline{1,l}. \qquad (6)$$

Мінімум функцій $D_i^*(p)$, $i=\overline{1,l}$ має забезпечуватись не за рахунок вектора y. Внаслідок цього цілком виправдано надалі шукати мінімум саме функцій $\widetilde{D}_i^*(p)$, $i=\overline{1,l}$ за умови, що вектор цін має бути додатним. Частина споживачів в економічній системі ненасичувані і їх невикористаний капітал є нульовим, відповідно нульовими будуть і їх функції $\widetilde{D}_i^*(p)$. Тому задачу мінімізації функцій (6) можна звести до еквівалентної задачі мінімізації функціоналу:

$$F^0(p) = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{l}\left[\widetilde{D}_i^*(p) - \widetilde{D}_j^*(p)\right]^2.$$

Зауважимо, що рівноважні значення цінового вектора безпосередньо пов'язані з вибором певної стратегії оподаткування. Для виробників-немонополістів в економічній системі існувала початкова стратегія оподаткування, яку передбачалось відкоригувати. Мінімум функціоналу $F^0(p)$ мав би досягатись на деякому векторі цін $\{p_i^*\}_{i=1}^t$. Побудованому за цим вектором рівноважному вектору цін $\left(p_1^*,\ldots,p_t^*,p_{t+1}^0,\ldots,p_n^0\right)$ відповідатиме стратегія оподаткування, яка для виробників-немонополістів може істотно відрізнятиметься від початкової. Суттєві зміни стратегії оподаткування, особливо якщо ймовірно йтиметься про збільшення ставки оподаткування, можуть негативно впливати на економічну систему та її суб'єктів. Крім того, якщо явно не врахувати умову додатності, компоненти вектора $\{p_i^*\}_{i=1}^t$ можуть виявитись від'ємними, що неприйнятно. Тому переформулюємо оптимізаційну задачу, яку розв'язуватимемо, висунувши до неї додаткову вимогу, яка ґрунтується на таких принципах. Розглянемо систему рівнянь:

$$\hat{p}_j = \sum_{k=1}^{t}\left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0}b_{kj} + \frac{1}{\pi_j^0 x_j^0}c_{kj}\right)\hat{p}_k + $$

$$+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0}b_{kj} + \frac{1}{\pi_j^0 x_j^0}c_{kj}\right)p_k^0, \quad j=\overline{1,t}, \tag{7}$$

де вважається, що спектральний радіус матриці $\left\|a_{kj} + \frac{1}{x_j^0}b_{kj} + \frac{1}{\pi_j^0 x_j^0}c_{kj}\right\|_{k,j=1}^{t}$ менше одиниці. Її розв'язком є додатний вектор $\hat{p}$, що відповідає початковій стратегії оподаткування $\{\pi_i^0\}_{i=1}^t$ та повному задоволенню потреб споживачів. Вважатимемо, що в результаті розв'язання задачі мінімізації маємо отримати вектор цін, близький до вектора $\hat{p}$. Отже, розв'язуватимемо наступну оптимізаційну задачу

$$\min_{p>0} F^1(p), \quad F^1(p) = F^0(p) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{t}\left[p_j - \hat{p}_j\right]^2. \tag{8}$$

Сформулюємо умови існування додатного розв'язку цієї оптимізаційної задачі.

Теорема. Нехай додатний вектор $\hat{p}$ розв'язує систему рівнянь (7), а для заданого параметру $0 < \beta \le 1$ виконуються умови:

$$(1-\beta)\hat{p}_s \ge l\sum_{k=1}^{t}\left[\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]\hat{p}_k + l\sum_{k=t+1}^{n}\left[\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]p_k^0 -$$

$$-\left(\beta\sum_{k=1}^{t}\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}\hat{p}_k + \sum_{k=t+1}^{n}\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}p_k^0\right)\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{si}^{*}, \quad s=\overline{1,t}, \tag{9}$$

$$l\beta\sum_{k=1}^{t}\left[\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]p_k + l\sum_{k=t+1}^{n}\left[\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]p_k^0 \ge$$

$$\ge\left(\sum_{k=1}^{t}\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}\hat{p}_k + \sum_{k=t+1}^{n}\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{ki}^{*}p_k^0\right)\sum_{i\in\mathcal{M}} c_{si}^{*}, \quad s=\overline{1,t}, \tag{10}$$

де $\mathcal{M}$ множина індексів тих споживачів, які не є ненасичуваними. Тоді існує додатний вектор $\{\overline{p}_i\}_{i=1}^{t}$, на якому досягатиметься мінімум функціоналу $F^1(p)=F^0(p)+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{t}\left[p_j-\hat{p}_j\right]^2$, а його компоненти містяться в інтервалі $\beta\,\hat{p}_i \le \overline{p}_i \le \hat{p}_i$, $i=\overline{1,l}$.

Доведення. Запишемо необхідні та достатні умови існування мінімуму задачі (8). Вимагатимемо існування розв'язку $\{\overline{p}_i\}_{i=1}^{t}$ системи рівнянь

$$\frac{\partial F^1(p)}{\partial p_s}=\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{l}\widetilde{D}_i^{*}(p)\frac{\partial \widetilde{D}_i^{*}(p)}{\partial p_s}-\sum_{i=1}^{l}\widetilde{D}_i^{*}(p)\sum_{j=1}^{l}\frac{\partial \widetilde{D}_j^{*}(p)}{\partial p_s}+\sum_{j=1}^{t}\left[p_j-\hat{p}_j\right]\delta_{js}=$$

$$=l\sum_{k=1}^{t}\left[\sum_{i=1}^{l} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]p_k + l\sum_{k=t+1}^{n}\left[\sum_{i=1}^{l} c_{ki}^{*}c_{si}^{*}\right]p_k^0 -$$

$$-\left(\sum_{k=1}^{t}\sum_{i=1}^{l} c_{ki}^{*}p_k + \sum_{k=t+1}^{n}\sum_{i=1}^{l} c_{ki}^{*}p_k^0\right)\sum_{i=1}^{l} c_{si}^{*} + p_s-\hat{p}_s=0, \quad s=\overline{1,t}, \tag{11}$$

який, відповідно до вимог теореми, має бути додатним, та виконання нерівностей для деякого довільного ненульового вектора $(z_1,\ldots,z_t)$:

$$\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{t}\frac{\partial^2 F^1(p)}{\partial p_i \partial p_j}z_i z_j > 0. \tag{12}$$

Позначимо $z_i^0=\sum_{k=1}^{t} c_{ki}^{*}z_k$, $i\in\mathcal{M}$.

Врахуємо, що для ненасичуваних споживачів елементи матриць C і $\hat{C}$ співпадають, тому з усіх матричних елементів c_{ki}^{*}, $k=\overline{1,n}$ відмінними від нуля можуть бути лише ті, що мають індекси $i\in\mathcal{M}$, $\left|\mathcal{M}\right|<l$. Отже,

$$\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{t}\frac{\partial^2 F^1(p)}{\partial p_i \partial p_j}z_i z_j=\sum_{i=1}^{t}\left|z_i\right|^2+l\sum_{i\in\mathcal{M}}\left|z_i^0\right|^2-\left|\sum_{i\in\mathcal{M}} z_i^0\right|^2.$$

Звідси можна зробити висновок, відповідно до нерівності Коші–Буняковського, що умова (12), яка означає додатню означеність матриці $\left\| \dfrac{\partial^2 F^1(p)}{\partial p_i \partial p_j} \right\|_{i,j=1}^{t}$, виконуватиметься.

Переконаємось в існуванні додатного розв'язку системи рівнянь (11). Шукатимемо його на компактній опуклій множині

$$\mathcal{W}_1 = \left\{ w_k \in R, \quad \left| \frac{1+\beta}{2} \hat{p}_k - w_k \right| \le \frac{1-\beta}{2} \hat{p}_k, \quad k = \overline{1,t} \right\}.$$

Систему рівнянь (11) запишемо у вигляді

$$p_s = \widetilde{P}_s(p), \quad s = \overline{1,t},$$

де

$$\widetilde{P}_s(p) = \hat{p}_s + \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k + \sum_{k=t+1}^{n} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k^0 \right) \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{si}^* -$$

$$- l \sum_{k=1}^{t} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k - l \sum_{k=t+1}^{n} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k^0 .$$

Для з'ясування того, чи належить нерухома точка оператора $\widetilde{P}(p) = \left\{ \widetilde{P}_1(p), \ldots, \widetilde{P}_t(p) \right\}$ множині $\mathcal{W}_1$, перевіримо умови виконання оцінки:

$$\left| \frac{1+\beta}{2} \hat{p}_s - \widetilde{P}_s(p) \right| = \left| l \sum_{k=1}^{t} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k + l \sum_{k=t+1}^{n} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k^0 - \right.$$

$$\left. - \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k + \sum_{k=t+1}^{n} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k^0 \right) \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{si}^* - \frac{1-\beta}{2} \hat{p}_s \right| \le \frac{1-\beta}{2} \hat{p}_s, \quad s = \overline{1,t}.$$

З цього виразу випливають дві нерівності:

$$l \sum_{k=1}^{t} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k + l \sum_{k=t+1}^{n} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k^0 - \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{si}^* \times$$

$$\times \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k + \sum_{k=t+1}^{n} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k^0 \right) \le (1-\beta) \hat{p}_s, \quad s = \overline{1,t},$$

$$l \sum_{k=1}^{t} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k + l \sum_{k=t+1}^{n} \left[\sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* c_{si}^* \right] p_k^0 \ge$$

$$\ge \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k + \sum_{k=t+1}^{n} \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ki}^* p_k^0 \right) \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{si}^*, \quad s = \overline{1,t}.$$

Нескладно переконатись, що обидві нерівності виконуватимуться внаслідок наявності у вимогах теореми виразів (9) і (10). Тому, у відповідності з принципом Шаудера [5], умови теореми гарантують існування нерухомої точки оператора $\widetilde{P}(p)$, що належатиме множині $\mathcal{U}_1$. Це означає, що оптимізаційна задача (8) має очікуваний розв'язок. Теорему доведено.

Отже, вектор $\{\overline{p}_i\}_{i=1}^t$ уже відомий, знайдемо тепер решту невідомих. Зробимо допоміжну трансформацію умови економічної рівноваги. Вимагатимемо, щоб спектральний радіус матриці $A=\left\|a_{jk}\right\|_{j,k=1}^n$ був менше одиниці. Введемо вектор $\{\overline{\eta}_j\}_{j=1}^l$:

$$\overline{\eta}_j=\frac{\sum_{s=1}^t c_{sj}\overline{p}_s+\sum_{s=t+1}^n c_{sj}p_s^0}{\sum_{m=1}^t \hat{c}_{mj}\overline{p}_m+\sum_{m=t+1}^n \hat{c}_{mj}p_m^0}\geq 1,\quad j=\overline{1,l},$$

та зробимо позначення

$$d_{kj}=\sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1}\hat{c}_{sj},$$

$$b_k=x_k-\sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^n b_{sj}\right].$$

Щодо останнього позначення вважатимемо також, що

$$x_k^0>\sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^n b_{sj}\right],\quad k=\overline{1,t}, \tag{13}$$

$$\sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^n b_{sj}\right]>0,\quad k=\overline{t+1,n}.$$

Тоді підсистему рівнянь (3) подамо у вигляді

$$\sum_{j=1}^l d_{kj}\overline{\eta}_j y_j=b_k^0,\quad k=\overline{1,t}, \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^l d_{kj}\overline{\eta}_j y_j=b_k,\quad k=\overline{t+1,n}. \tag{15}$$

Тут, відповідно до позначень, величини b_k^0, $k=\overline{1,t}$ у правій частині виразу (14) будуть відомі, а b_k, $k=\overline{t+1,n}$ у виразі (15) — невідомі. З системи рівнянь (14)–(15) визначимо вектор ступенів задоволення потреб споживачів y так, щоб його компоненти були якомога близькими до одиниці. Нехай матриця $\left\|d_{ki}\right\|_{k,i=1}^t$ невироджена. Згідно із алгоритмом, запропонованим в [3], запишемо параметричний розв'язок підсистеми рівнянь (14) для вектора $\hat{y}(\gamma)=(\overline{\eta}_1 y_1,\ldots,\overline{\eta}_l y_l)$ (вважаємо, що всі потрібні для цього вимоги [1] виконуються):

$$\hat{y}(\gamma)=\left\{(b^0,f_1)-\sum_{j=t+1}^{l}(d_j,f_1)\gamma_j y_j^*,\dots,(b^0,f_t)-\right.$$

$$\left.-\sum_{j=t+1}^{l}(d_j,f_t)\gamma_j y_j^*,\gamma_{t+1}y_{t+1}^*,\dots,\gamma_l y_l^*\right\},$$

де позначено

$$d_j=\left\{d_{kj}\right\}_{k=1}^{t},\quad j=\overline{t+1,l},\quad f_i=\left\{d_{ki}^{-1}\right\}_{k=1}^{t},\quad i=\overline{1,t},$$

$$(b^0,\ f_i)=\sum_{s=1}^{t}b_s^0 d_{si}^{-1}>0,\quad (d_k,f_i)=\sum_{s=1}^{t}d_{sk}d_{si}^{-1},\quad k=\overline{t+1,l},\quad i=\overline{1,t}.$$

Компоненти невідомого вектора параметрів $\gamma=(\gamma_{t+1},...,\gamma_l)$ мають задовольняти умові

$$\sum_{j=t+1}^{l}\gamma_j=1-\gamma_{l+1}. \tag{16}$$

Вектор $y^*=\{y_i^*\}_{i=t+1}^{l}$ вибирається неоднозначно, так щоб забезпечити виконання нерівностей:

$$(b^0,\ f_k)\ge(d_j,f_k)y_j^*\quad j=\overline{t+1,l},\quad k=\overline{1,t}.$$

Вектор параметрів γ визначимо з оптимізаційної задачі

$$\min_{\gamma>0}F(\overline{\eta},\gamma),\quad F(\overline{\eta},\gamma)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\left[\overline{\eta}_j-\hat{y}_j(\gamma)\right]^2, \tag{17}$$

яку розв’язуватимемо за додаткової умови (16). Така оптимізаційна задача має розв’язок γ^* [3, 4], причому якщо для заданого параметру $0<\alpha<1$ вектор $\overline{\eta}$ задовольнятиме умовам:

$$\sum_{j=1}^{t}\overline{\eta}_j\left|(d_s,f_j)\right|\le\overline{\eta}_s,\quad s=\overline{t+1,l},$$

$$(b^0,f_j)-\sum_{i\in M_j^+}\overline{\eta}_i(d_i,f_j)-\alpha\sum_{i\in M_j^-}\overline{\eta}_i(d_i,f_j)\ge\alpha\overline{\eta}_j,\quad j=\overline{1,t},$$

$$(b^0,f_j)-\alpha\sum_{i\in M_j^+}\overline{\eta}_i(d_i,f_j)-\sum_{i\in M_j^-}\overline{\eta}_i(d_i,f_j)\le\overline{\eta}_j,\quad j=\overline{1,t},$$

$$M_j^+=\left\{k\in[t+1,l],\ k:(d_k,f_j)>0\right\},\quad M_j^-=\left\{k\in[t+1,l],\ k:(d_k,f_j)<0\right\},$$

де підмножина M_s^-, $s\in[1,t]$ непорожня, то компоненти вектора $\hat{y}(\gamma^*)$ знаходитимуться в інтервалі $\alpha\overline{\eta}_i\le\hat{y}_i=y_i\overline{\eta}_i\le\overline{\eta}_i$, $i=\overline{1,l}$.

За визначеним із оптимізаційної задачі (16), (17) вектором $\hat{y}(\gamma^*)$ з підсистеми рівнянь (15) нескладно знайти обсяги випуску товарів монополістами $\{x_i\}_{i=t+1}^n$, вони матимуть вигляд

$$\bar{x}_k = \sum_{j=1}^{l} d_{kj}\hat{y}_j + \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k = \overline{t+1, n}, \tag{18}$$

і будуть додатними, що гарантуватиме умова (13).

Отже, вектор цін на товари немонополістів $\{\bar{p}_i\}_{i=1}^t$ визначається з оптимізаційної задачі (8), компоненти вектора обсягів випуску товарів монополістами $\{\bar{x}_i\}_{i=t+1}^n$ задані виразом (18), а компоненти ступенів задоволення потреб споживачів $\{\bar{y}_i\}_{i=1}^l$ знайдемо з оптимізаційної задачі (16), (17). Для того, щоб ці характеристики економічної системи були рівноважними, необхідно узгодити з ними нову стратегію оподаткування. Рівні оподаткування суб'єктів економічної системи у випадку оптимального задоволення потреб споживачів та мінімальних функцій невикористаного капіталу споживачів визначимо з виразу (4):

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}\bar{y}_j\bar{p}_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}\bar{y}_j p_s^0}{\bar{p}_j x_j^0 - \sum_{k=1}^{t}(a_{kj}x_j^0 + b_{kj})\bar{p}_k - \sum_{k=t+1}^{n}(a_{kj}x_j^0 + b_{kj})p_k^0}, \quad j = \overline{1, t},$$

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}\bar{y}_j\bar{p}_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}\bar{y}_j p_s^0}{p_j^0\bar{x}_j - \sum_{k=1}^{t}(a_{kj}\bar{x}_j + b_{kj})\bar{p}_k - \sum_{k=t+1}^{n}(a_{kj}\bar{x}_j + b_{kj})p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Така стратегія оподаткування гарантуватиме реалізацію того стану рівноваги економічної системи, характеристиками якого є вектори $(x_1^0, \ldots, x_t^0, \bar{x}_{t+1}, \ldots, \bar{x}_n)$, $(\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_t, p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$, $(\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_l)$, а сам він відповідає заздалегідь встановленим критеріям.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження є важливим для розуміння напрямів реформування оподаткування суб'єктів економічної системи. Стратегія оподаткування є одним із основних інструментів керування поведінки економічної системи. Саме вибір стратегії оподаткування забезпечує реалізацію того чи іншого стану рівноваги економічної системи і, таким чином, істотно впливає на її динаміку. У результаті зміни оподаткування дія потенційно дестабілізуючих економічну систему чинників може бути суттєво обмежена. У цьому дослідженні до таких чинників можна віднести монополізм та виникнення невикористаного капіталу. За певних умов монополізм призводить до дискримінації інших суб'єктів економічної системи, а наявність невикористаного капіталу — до виникнення інфляції. Запропонований тут підхід до зміни існуючої стратегії оподаткування передбачає, що відкоригована стратегія оподаткування, завдяки вибору додаткового параметра β, має бути близькою до початкової. Це є важливим, тому що істотні зміни рівнів оподаткування також можуть негативно впливати на функціонування суб'єктів економічної системи.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гончар М.С.* Математичні основи інформаційної економіки. — Київ: Ін-т теор. фізики, 2007. — 464 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics, ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — **2**. — P. 698–742.
3. *Махорт А.П.* Вплив насичуваності споживачів на умови досягнення рівноваги в економічній системі // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 4. — С. 86–96.
4. *Махорт А.Ф.* Равновесие в экономической системе с разными типами стратегий поведения потребителей // Проблемы управления и информатики. — 2009. — № 1. — С. 107–117.
5. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.

Надійшла 20.10.2009