

УДК 622.235.535.2

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ЖИДКОСТИ ПРИ ВВОДЕ ЭНЕРГИИ В КАНАЛ В ВИДЕ ПОВТОРЯЮЩИХСЯ ИМПУЛЬСОВ

А. И. ВОВЧЕНКО, В. Г. КОВАЛЕВ, В. А. ПОЗДЕЕВ

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев

Получено 15.08.2000

Рассмотрена внешняя гидродинамическая задача электроразряда в воде при вводе энергии в цилиндрический канал в виде ряда последовательных импульсов. Выполнена математическая постановка соответствующей начально-краевой задачи с подвижной границей для волнового уравнения. Аналитическое решение задачи получено методом нелинейного преобразования времени. Показано влияние наложения малых пульсаций на линейный закон роста радиуса канала. Выявлены особенности гидродинамических характеристик электроразряда.

Розглянуто зовнішню гідродинамічну задачу електричного розряду у воді при введенні енергії у циліндричний канал у вигляді послідовності імпульсів. Виконано математичну постановку відповідної початково-граничної задачі з рухомою границею для хвильового рівняння. Аналітичне рішення задачі отримано методом нелінійного перетворення часу. Показано вплив накладення малих пульсацій на лінійний закон зростання радіусу каналу з'ясовано особливості гідродинамічних характеристик електророзряду.

An external hydrodynamic problem for underwater electrical discharge at the energy input a cylindrical channel in the pulse repetition mode has been considered. A mathematical approach for corresponding initial border problem with moving boundary for the wave equation has been elaborated. Analytical solution for the problem has been obtained with method of non-linear time conversion. The influence of little pulsation's on the linear function of the channel radius growth has been shown. Peculiarities of the electrical discharge characteristics have been elucidated.

ВВЕДЕНИЕ

Электрический разряд в жидкости нашел различное применение: в получении и исследовании плотной низкотемпературной плазмы, в гидроакустических системах по освоению Мирового океана, в технологических установках по импульсной обработке материалов. Получение желаемых энергетических и гидродинамических характеристик разряда достигается, в частности, путем вариации закона ввода энергии в канал. Обычно используется закон ввода энергии в виде одиночного импульса. При этом функция изменения радиуса канала во времени является плавной растущей функцией, а волна давления имеет вид одиночного импульса. Теория формирования полей давления исследована достаточно полно в [1-3].

Новые возможности получения функции давления в виде последовательности импульсов при одиночном разряде появляются при законе ввода энергии также в виде ряда последовательных импульсов. Так, в [4-6] теоретически показано, что путем параметрического изменения параметров разрядной цепи можно получить закон ввода энергии достаточно сложного вида, в том числе и в виде последовательности импульсов. В [7] этот факт нашел свое экспериментальное подтвержде-

ние. При этом функция радиуса полости близка к линейной, но может иметь изломы. Корректной математической моделью внешней гидродинамической задачи разряда является начально-краевая задача с подвижной границей для линейного волнового уравнения.

Случай цилиндрической симметрии при излучении волн подвижной границей является наиболее сложным. Так получено лишь одно точное решение начально-краевой задачи при расширении цилиндра нулевого начального радиуса с постоянной скоростью [8], если под точным решением понимать решение, удовлетворяющее точно как волновому уравнению, так и граничному условию на подвижной границе. В работах [9, 10] под точным решением начально-краевой волновой задачи с подвижной границей понимается решение, точно удовлетворяющее волновому уравнению, но закон движения границы определяется численно по [9, 10] с любой наперед заданной точностью. Рассмотрение волновой задачи с подвижной границей для ненулевого начального радиуса и разрывной функцией скорости вызывает значительные сложности.

Гидродинамические характеристики электроразряда в жидкости с вводом энергии в канал в виде последовательности двух импульсов на основе

решений внешней гидродинамической задачи различными аналитическими методами получены в [9, 11, 12]. Однако результаты этих работ противоречивы. Так, в [11, 12] путем анализа полученного приближенного решения внешней гидродинамической задачи показано, что при определенных соотношениях кинематических характеристик канала функция давления на стенке канала представляет собой последовательность убывающих по амплитуде импульсов, а функция давления в фиксированной точке волновой зоны – последовательность импульсов с ростом их амплитуд. В [9] на основе другого подхода к решению задачи, названного авторами [9] точным, утверждается, что обе функции давления должны иметь одинаковый характер. Кроме того, если в [11, 12] показано, что периоды следования импульсов в названных функциях давления должны следовать соотношениям, описывающим эффект Доплера, то в [9] утверждается, что периоды должны быть одинаковы. Выяснению и объяснению этих противоречий посвящена настоящая работа.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ВНЕШНЕЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Полная физическая задача о высоковольтном электрическом разряде в жидкости включает в себя как внутреннюю задачу формирования плазменной полости в канале, так и внешнюю гидродинамическую задачу формирования поля давления, вызванного расширяющимся каналом [1]. Система уравнений для описания внутренней задачи включает уравнения разрядной цепи с нелинейным сопротивлением канала и уравнение баланса энергии. Эта система сводится к соотношению вида

$$F_1(R(t), V_R(t), P_R(t), N(t)) = 0, \quad (1)$$

где t – время; $R(t)$ – закон изменения радиуса канала (полости) во времени; $V_R(t)$ – скорость расширения полости, которая для непроницаемой границы равна производной от функции радиуса; $N(t)$ – закон ввода мощности в канал разряда; $P_R(t)$ – функция давления в канале.

Решение внешней гидродинамической задачи вызванного волнового движения жидкости расширением канала разряда дает связь

$$F_2(R(t), V_R(t), P_R(t)) = 0. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) позво-

ляет определить кинематические и динамические характеристики разряда в жидкости, а затем в том или ином приближении найти и вызванное волновое поле давления в жидкости.

Однако введение ряда допущений при математической постановке внутренней задачи, в частности при выводе уравнения баланса энергии, приводит при интегрировании системы (1), (2) к сглаживанию искомых функций $R(t)$ и $P_R(t)$, что несущественно в прикладном аспекте инженерного расчета. В то же время некоторые особенности кинематических характеристик канала можно учесть при аналитическом решении внешней гидродинамической задачи. Так, в [7] экспериментально получено, что функция $R(t)$ может иметь излом, следовательно, функция $V_R(t)$ может иметь конечный разрыв. Представляется важным с точки зрения математической физики определить влияние математических особенностей функций в граничном условии на подвижной границе на функцию давления.

Решение внешней гидродинамической задачи имеет и самостоятельное значение как методический подход при диагностике плазмы канала по измеренным его кинематическим характеристикам.

Таким образом, сказанное позволяет рассмотреть только внешнюю гидродинамическую задачу определения волнового поля давления, вызванного расширением канала по известному (заданному) закону. Полагаем, что канал имеет достаточную протяженность, а время его расширения мало или канал развивается между плоскими электродами. Поэтому рассмотрим плоскую задачу о расширении бесконечного цилиндра в жидкости. Жидкость считаем идеальной сжимаемой, а движение ее потенциальным с потенциалом скоростей Φ . Ограничивааясь рассмотрением разряда малой мощности, будем считать, что скорость расширения канала мала по сравнению со скоростью звука в жидкости c_0 .

Принятые допущения позволяют для описания динамики вызванного расширением цилиндрического канала движения жидкости воспользоваться линейным волновым уравнением, но с заданием кинематического граничного условия на подвижной границе контакта канал–жидкость. Корректность такой математической постановки рассмотрена в [10, 13, 14].

Таким образом, внешняя гидродинамическая задача сводится к следующей начально-краевой задаче математической физики с подвижными границами

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \\ V = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \end{aligned} \right\} R_0 \leq r \leq R_0 + c_0 t; \quad (3)$$

$$r = R(t) : \frac{\partial \Phi}{\partial r} = V_R(t) = \frac{\partial R}{\partial t}; \quad (4)$$

$$t = 0 : \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0, r = R_0. \quad (5)$$

Поле давлений $P(r, t)$ определим по известному потенциалу скоростей $\Phi(r, t)$ в соответствии с [2, 3] следующим образом:

при $r \gg R_0$

$$P(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad (6)$$

при $r = R(t)$

$$P(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2, \quad (7)$$

где ρ_0 – невозмущенная плотность жидкости.

Отметим, что в [14] в задаче о расширении цилиндрической полости нулевого начального радиуса и малой скорости показано, что потенциал скоростей $\Phi(r, t)$ может быть найден из линейного волнового уравнения (3), а давление в ближней к полости зоне найдено по интегралу Коши-Лагранжа с учетом квадратичной составляющей

$$P(r, t) = -\rho_0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

В [10] интеграл вида (8) предложено использовать для любой геометрии волнового движения жидкости. Вместе с тем, в [14] отмечается, что для плоской волны сжимаемостью в интеграле Коши-Лагранжа пренебречь нельзя и применение (8) некорректно. Соотношения (6), (7) отвечают этим требованиям. Так, в дальней зоне $r \gg R_0$ и при $t \sim 0$, где $R(t) \sim R_0$ имеем плоское течение и

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0,$$

и, следовательно, получаем уравнение (6). При нулевом начальном радиусе полости $R(0) = R_0 = 0$ вторая квадратичная составляющая в (7) мала по сравнению с первой и по сути (7) переходит в (8). Таким образом, начально-краевая задача с подвижной границей контакта полость–жидкость (3)–(8) является корректной математической моделью

внешней гидродинамической задачи электрического разряда в жидкости, где функция $R(t)$ полагается известной из эксперимента или просто заданной.

2. ОБЩИЙ ВИД РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Для решения начально-краевой задачи (3)–(7) получим решение волнового уравнения (3), а затем это решение следует удовлетворить граничному условию на подвижной границе (4). После нахождения потенциала скоростей найдем поле давления в соответствии с интегралом (6), (7), который можно удобно представить в безразмерных переменных в виде

$$\bar{P}(r, t) = \begin{cases} \bar{P}_1(r, t) & \text{при } r \gg R_0, \\ \bar{P}_1 + \bar{P}_{21} + \bar{P}_{22}, & r \sim R(t), \end{cases} \quad (9)$$

где $\bar{P} = P / (\rho_0 c_0^2)$; $\bar{P}_1 = -(\partial \Phi / \partial t) (\rho_0 c_0^2)$; $\bar{P}_{21} = -\bar{V}^2 / 2$; $\bar{V} = V / c_0$; $\bar{P}_{22} = \bar{P}_1^2$.

Для плоских волн

$$\bar{P}_1 = \bar{V}, \bar{P}_{21} + \bar{P}_{22} = 0, \bar{P} = \bar{P}_1. \quad (10)$$

В (9) главная часть давления обозначена как \bar{P}_1 , а квадратичные добавки могут быть найдены потом по мере надобности.

Для решения уравнения (3) воспользуемся преобразованием Лапласа. Тогда решение уравнения (3) в области изображений с учетом нулевых начальных условий и условия излучения (убегания волны на бесконечность) будет иметь вид

$$\bar{\Phi}^L(r, p) = B(p) \cdot K_0(ap), \quad (11)$$

$$\bar{V}^L(r, p) = \frac{-p \cdot B(p) \cdot K_1(ap)}{c_0^2}, \quad (12)$$

$$\bar{P}_1^L(r, p) = \frac{-p \cdot B(p) \cdot K_0(ap)}{c_0^2}, \quad (13)$$

где p – параметр преобразования; $B(p)$ – постоянная интегрирования; $K(ap), K_1(ap)$ – модифицированные функции Бесселя; $a = r/c_0$, а верхним индексом обозначена трансформанта функции.

Переходя в (12), (13) к оригиналам, получаем

$$\bar{V}(r, t) = -\frac{1}{rc_0} \int_0^{t-r/c_0} \frac{B(\tau)(t-\tau)d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (r/c_0)^2}}; \quad (14)$$

$$\bar{P}_1(r, t) = - \int_0^{t-r/c_0} \frac{B'(\tau) d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (r/c_0)^2}}. \quad (15)$$

При известной функции $B(t)$ радиус канала определим из уравнения, получаемого из соотношения (14), полагая в нем $r=R(t)$

$$\int_0^{t-r/c_0} \frac{B(\tau)(t-\tau) d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (R(t)/c_0)^2}} = -R(t)V_R(t). \quad (16)$$

Принимая в выражении (16) $B(\tau) = B_0 H + (\tau)$, где $B_0 = -M_0^2 c_0^2 / (1 - M_0^2)^{-1/2}$, находим $R(t) = V_0 t$. Тогда из (15) получаем функции давления [8]

$$\begin{aligned} \bar{P}_R(t) &= \frac{M_0^2}{\sqrt{1 - M_0^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - M_0^2}}{M_0}; \\ \bar{P}(r, t) &= \frac{M_0^2}{\sqrt{1 - M_0^2}} \operatorname{Arch}(c_0 t / r). \end{aligned} \quad (17)$$

Принимая $B'(\tau) = B_0 \delta(\tau)$, из (14), (15) получаем представления для волновых полей, совпадающие с решением [9]:

$$\begin{aligned} \bar{V}(r, t) &= B_0 / (t^2 - (r/c_0)^2)^{1/2}, \\ \bar{P}_1(r, t) &= B_0 / (t^2 - (r/c_0^2))^{1/2}, \\ \bar{P}_R(t) &= B_0 / (t^2 - (R/c_0)^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $B_0 = -R_0 V_0$, $V_0 = V_R(0)$.

Решение (18) получено для $R_0 = 0$. При $R \neq 0$ следует принять в (18) $t \div t + R_0/c_0$.

3. ЛІНЕЙНИЙ РОСТ РАДІУСА ПОЛОСТИ С НАЛОЖЕНИЕМ ПУЛЬСАЦІЙ МАЛОЇ АМПЛІТУДИ

Используя асимптотику больших значений величины ($a = rp/c_0$) трансформанту потенциала скоростей (10) можно приближенно записать в виде

$$\Phi^L(r, p) = \frac{f(t^0)}{r^{1/2}} e^{-\frac{(r-R_0)p}{c_0}} \left(1 - \frac{1}{8} (c_0/rp) + \dots \right). \quad (19)$$

В области оригиналов выражение (19) принимает вид

$$\Phi(r, t) = \frac{f(t^0)}{r^{1/2}} - \frac{1}{8} \frac{c_0}{r^{3/2}} \int_0^{t^0} f(\tau) d\tau + \dots \quad (20)$$

где $t_0 = t - (r - R_0)/c_0$.

В (19), (20) второе слагаемое мало по сравнению с первым вследствие принятого выше допущения. Этот факт подсказывает применение метода последовательных приближений, где в первом приближении можно использовать следующее представление для потенциала скоростей [16, 17]:

$$\Phi(r, t) = f(t^0) r^{-1/2}. \quad (21)$$

Используя представление для потенциала скоростей (21), с помощью метода нелинейного преобразования времени [17, 18] найдем следующее представление для функции давления на стенке канала [17]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_R(t) &= \bar{V}_R(t) - \frac{c_0}{2R(t)} \exp \left(-\frac{c_0}{2} \int_0^t \frac{d\tau}{R(\tau)} \right) \times \\ &\times \int_0^t \bar{V}_R(\tau) \left(1 - \frac{1}{c_0} \frac{dR(\tau)}{d\tau} \right) \exp \left(\frac{c_0}{2} \int_0^\tau \frac{d\tau}{R(\tau)} \right) dr. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно показать, что связь функции давления на стенке канала $P_R(t)$ с профилем волны давления для фиксированной точки волнового поля P_r в общем случае имеет вид

$$P_R(t) = \left[\frac{r}{R(t)} \right]^{1/2} P_r \left(t - \frac{R(t) - R_0}{c_0} \right). \quad (23)$$

Заметим, что в выражения (22), (23) входит только главная часть давления.

Анализ экспериментально полученных кривых $R(t)$ в [7] дает возможность достаточно точно аппроксимировать их представлением [12]

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= R_0 + V_0 t + R_1 |\sin \omega_0 t|, \\ V_R(t) &= V_0 + V_1 \cos \omega_0 (t - t_m), \\ t_m &= mT_1, \quad m = 0, 1, 2 \dots \end{aligned} \right\}, \quad (24)$$

где R_0 – радиус канала при $t=0$; V_0 – скорость линейного роста радиуса; R_1 – амплитуда пульсаций; ω_0 – круговая частота, связанная с периодом пульсаций T_1 соотношением $\omega_0 = \pi/T_1$. Так как амплитуда пульсаций мала, то есть $|R_1/R(t)| \ll 1$, то

граничное условие на подвижной границе (4) для закона (24) принимает вид

$$\begin{aligned} r = R(t) &= R_0 + V_0 t; \\ \partial\Phi/\partial r = V_R(t) &= V_0 + V_1 \cos\omega_0(t - t_m). \end{aligned} \quad (25)$$

Давление на стенке полости (22) определится с учетом (25) как

$$\bar{P}_R(t) = \bar{P}_{R1}(t) + \bar{P}_{R2}(t); \quad (26)$$

$$\bar{P}_{R1}(t) = \frac{3M_0^2}{1+2M_0} \left[1 + \frac{1-M_0}{3M_0} (1+\bar{t})^{-(1+1/2M_0)} \right]; \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_{R2}(t) &= M_1 [\cos\bar{\omega}_0(\bar{t}-\bar{t}_m) - \\ &- \frac{1-M_0}{2M_0} (1+\bar{t})^{-(1+1/2M_0)} I(t)]; \end{aligned} \quad (28)$$

$$I(t) = \int_0^{\bar{t}} \cos\bar{\omega}_0(\bar{t}-\bar{t}_m)(1+\bar{t})^{1/2M_0} d\bar{t},$$

где $M_0 = V_0/c_0$, $M_1 = V_1/c_0$, $\bar{t} = V_0 t / R_0$, $\bar{\omega}_0 = \omega_0 R_0 / V_0$.

Как видно из выражений (26) – (28) первая составляющая давления \bar{P}_{R1} совпадает с выражением для давления при постоянной скорости расширения полости [17], а вторая \bar{P}_{R2} отражает влияние пульсаций малой амплитуды. Заметим, что принцип суперпозиции даже в этом случае не выполняется.

Обозначим через A_{11} , A_{12} амплитуды импульсов давления на стенке канала, а через A_{21} , A_{22} – амплитуды соответствующих импульсов в точке волновой зоны. На основании выражений (26) – (28) получим

$$A_{11} = \bar{P}_R(0) = \bar{P}_{R1}(0) + \bar{P}_{R2}(0) = M_0 + M_1; \quad (29)$$

$$A_{12} = \bar{P}_R(T_1+0) - \bar{P}_R(T_1-0) = \bar{P}_{R1}(T_1) + \bar{P}_{R2}(T_1),$$

где

$$\begin{aligned} \bar{P}_{R2}(T_1) &= \bar{P}_{R2}(T_1+0) \bar{P}_{R2}(T_1-0) = \\ &= M_1 \left[2 - \frac{1-M_0}{2M_0} (1+\bar{T}_1)^{-(1+1/2M_0)} I(\bar{T}_1) \right]; \end{aligned}$$

T_1 – период.

Так как в нашем случае $\bar{T}_1 \gg 1$, то

$$\bar{P}_{R1}(T_1) \approx 3M_0^2/(1+2M_0),$$

$$\bar{P}_{R2}(T_1) \approx 2M_1 - M_1 \frac{1-M_0}{2M_0} \bar{T}_1^{-2}.$$

Таким образом, окончательно получаем

$$A_{12} \approx 2M_1 \quad (30)$$

Обозначая отношение амплитуд на стенке полости, как $K_1 = A_{11}/A_{12}$ и в волновой зоне как $K_2 = A_{21}/A_{22}$, из соотношения (23) получаем

$$K_2 \approx K_1 (1 + \bar{T}_1)^{-1/2}, \quad (31)$$

где $\bar{T}_1 = T_1 V_0 / R_0$; $K_1 \approx (M_0 + M_1) / 2M_1$.

Как видно из соотношения (31), отношение амплитуд импульсов давления в точке волновой зоны всегда больше, чем отношение соответствующих амплитуд импульсов на стенке канала. Если $K_1 > 1$, то $(1 + \bar{T}_1)^{1/2} > 1/K_1$, что и совпадает с выводами [11, 12].

Соотношение функций давления (23) позволяет получить еще одно интересное заключение. Так, с учетом выражения (25), из (23) получаем

$$P_R(t) = \left[\frac{r}{R(0)} \right]^{1/2} \cdot \frac{P_r(t(1-M_0))}{(1+\bar{t})^{1/2}}$$

Полагая в полученном соотношении $t = T_1$, получаем соотношение периодов пульсаций в волновой зоне T_2 и на стенке канала T_1 :

$$\bar{T}_2 \approx \bar{T}_1 (1 - M_0), \quad (32)$$

что означает, что период следования импульсов давления в волновой зоне уменьшается, а частота пульсаций давления увеличивается по сравнению с частотой пульсаций давления на стенке канала. Этот результат (32) находится в полном соответствии с эффектом Доппеля.

На рис. 1 приведена графическая иллюстрация решения задачи (23)–(32) при: $M_0 = 3M_1 = 0,1$; $\bar{T}_1 = 8$.

Тогда: $K_1 = 2$; $K_2 = 2/3$; $\bar{T}_2 = 0,9 \cdot \bar{T}_1 = 7,2$.

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Перейдем к сравнительному анализу результатов настоящей работы и работы [9]. Сразу же отметим, что полное количественное сравнение

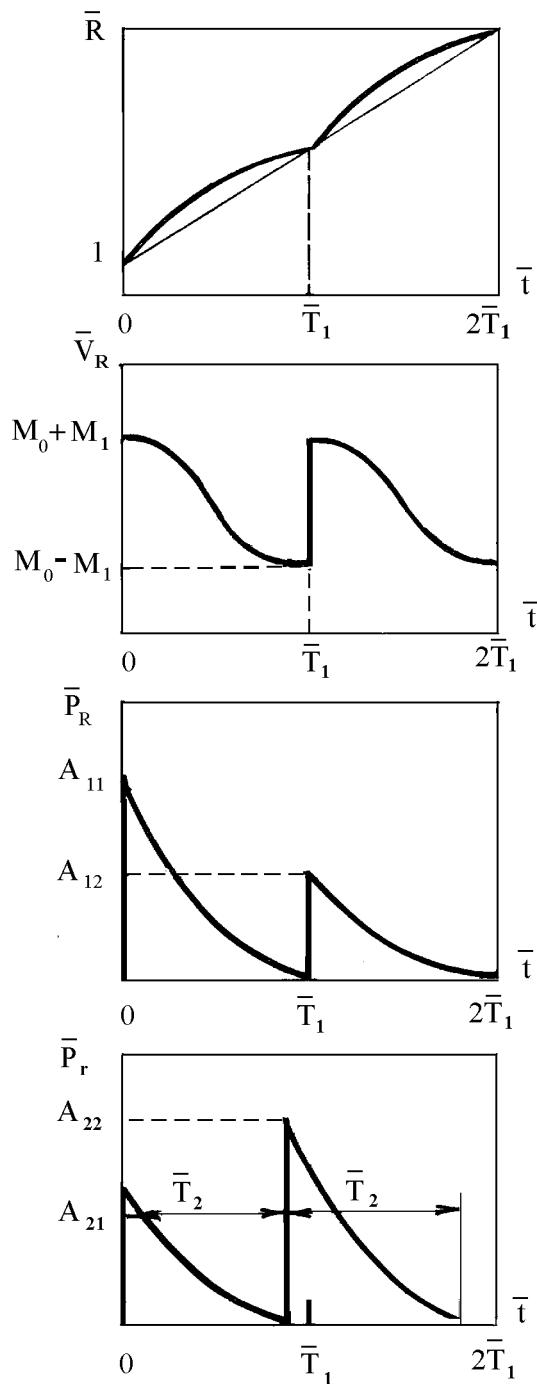


Рис. 1. Кинематичні та динамічні характеристики розряду

результатов затруднено из-за различных подходов к решению внешней гидродинамической задачи и различным представлениям закона расширения канала $R(t)$.

Так, в настоящей работе кинематика канала представлена выражением (24) в виде суммы ли-

нейного расширения и пульсаций малой амплитуды, а в [9] принят более сложный вид:

$$R(t) = R_0 + [A_0 t H(t) + A_1 (t - t_1) H(t - t_1)]^{1/2},$$

где A_0, A_1, t_1 – постоянные; $H(t)$ – единичная функция Хевисайда. Хотя представления $R(t)$ различны, они в данном случае близки к линейной зависимости от времени.

Решение внешней гидродинамической задачи в настоящей работе основано на следующих допущениях: граничное условие задается на границе движущейся с постоянной скоростью ввиду близости закона к линейному, а решение волнового уравнения находится приближенно в виде (21). Введение этих допущений позволило получить основные результаты о соотношениях амплитуд импульсов давления в простом виде (29)–(31), анализ которых позволяет объяснить выводы работы [9] и работ [11, 12], как соответствующие различным кинематическим характеристикам канала.

Решение внешней гидродинамической задачи в [9] основано на некорректном использовании точного решения волнового уравнения вида (18) для нулевого начального радиуса цилиндрического канала в случае, когда начальный радиус не равен нулю. Кроме того, решение вида (18) и его разновидность [9] обращается в бесконечность в момент $t = 0$. Поэтому авторы [9] вынуждены за начальный момент времени выбирать его некоторое ненулевое значение, что вносит неопределенность в нахождение амплитуд импульсов давления.

Таким образом, вследствие приближенного вида решений задачи как в [9], так и в [11, 12] полученные там гидродинамические характеристики также являются некоторыми приближениями. Кроме того, результаты работ [9] и [11, 12] не противоречат друг другу, а соответствуют различным соотношениям кинематических параметров канала. Если аналитическое решение [11, 12] отражает эффект Доппеля, то результаты [9], использующие численный счет, не выявляют этот эффект ввиду его малости в рассмотренном случае.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко сформулируем основные результаты и выводы по работе.

1. Выполнена постановка начально-краевой задачи с подвижной цилиндрической границей контакта, как математической модели внешней гидродинамической задачи электрического разряда в жидкости для закона ввода энергии в канал в виде последовательности импульсов. Кинематическое

граничное условие в виде разрывной функции скорости расширения канала задается на подвижной границе, движущейся с постоянной скоростью.

2. В рамках приближенного описания цилиндрических волн методом нелинейного преобразования времени получено аналитическое решение поставленной задачи. Найдены соотношения между кинематикой канала и функциями давления на стенке канала и в волновой зоне в явном виде, что позволило провести анализ гидродинамических процессов без выполнения численных расчетов.

3. Показано выполнение эффекта Доплера, который в данном случае заключается в уменьшении периода следования импульсов давления в фиксированной точке волновой зоны по сравнению с периодом следования импульсов на границе канала, что подтверждает корректность модели.

4. Получены функции давления на стенке канала и в волновой зоне как последовательности импульсов. Найдены условия, при которых убывание амплитуд импульсов на контактной границе приводит к росту амплитуд в волновой зоне.

5. Полученные теоретические результаты показывают новые возможности управления гидродинамическими характеристиками канала электрического разряда в жидкости.

1. Наугольных К.А. Электрические разряды в воде.– М.: Наука, 1971.– 155 с.
2. Поздеев В.А. Прикладная гидродинамика электрического разряда в жидкости.– Киев: Наук. думка, 1980.– 192 с.
3. Бескаравайный Н.М., Дыхта В.В., Ковалев В.Г., Тульский В.В. Прикладная гидродинамика электровзрыва.– Киев: Наук. думка, 1992.– 200 с.
4. Иванов А.В., Вовченко А.И., Богаченко С.А. О возможности управления электрическими и гидродинамическими процессами подводных искровых разрядов // Техн. электродинамика.– 1983.– N 6.– С. 15-20.
5. Вовченко А.И. Исследование характеристик подводного искрового разряда при параметрическом изменении электрических характеристик разрядной цепи // Техн. электродинамика.– 1983.– N 1.– С. 13-16.
6. Вовченко А.И. и др. Взрывные процессы превращения электрической и химической энергии.– Ки-

ев: Наук. думка, 1987.– 128 с.

7. Вовченко А.И., Поздеев В.А., Штомпель И.А. Параметры подводного электрического разряда в условиях сложного энерговвода // Техн. электродинамика.– 1985.– N 3.– С. 16-19.
8. Бескаравайный Н.М., Поздеев В.А. Волновые задачи о расширении полости в жидкости с учетом конечности перемещения границ.– Физико-механические процессы при высоковольтном разряде в жидкости: Киев: Наук. думка.– 1980 с.88-97
9. Крутиков В.С., Лопатин А.Г. Особенности гидродинамических характеристик импульсных процессов в сжимаемой среде при многократном (пульсирующем) законе ввода энергии // Письма в ЖТФ.– 1999.– 25, N 14.– С. 34-41.
10. Крутиков В.С. О границах применимости решения волнового уравнения в областях с подвижными проницаемыми границами в задачах импульсной гидродинамики и акустики // Акуст. журнал.– 1996.– 42, N 4.– С. 534-540.
11. Vovchenko A.I., Kovalev V.G., Pozdeev V.A. Behavioural peculiarities of complex input / Final Program and Abstracts 11th IEEE International Pulsed Power Conference, Baltimore, Maryland USA, June 29-July 2, 1997, Р. 429.
12. Вовченко А.К., Ковалев В.Г., Поздеев В.А. Особенности гидродинамических характеристик высоковольтного электрического разряда в жидкости при двухимпульсном законе ввода мощности // Письма в ЖТФ.– 1997.– 23, N 9.– С. 58-61.
13. Поздеев В.А. Влияние подвижности возмущающей границы и нелинейности среды на волновое поле, вызванное нестационарным движением плоского поршня // Акуст. журнал.– 1995.– 41, N 1.– С. 162-165.
14. Слепян Л.И. Об уравнениях динамики осесимметричной полости в идеальной сжимаемой жидкости ДАН СССР // 1985.– 282, N 4.– 809-813.– С.
15. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы.– М: Наука, 1973.– 228 с.
16. Тюлин В.Н. Введение в теорию излучения и рассеяния звука.– М: Наука, 1976.– 256 с.
17. Поздеев В.А. Нестационарные волновые поля в областях с подвижными границами.– Киев: Наук. думка, 1992.– 244 с.
18. Поздеев В.А. Метод нелинейного преобразования времени в краевых задачах теории потенциала с подвижными границами для линейного волнового уравнения // ПММ.– 1991.– N 6.– С. 1055-1058.
19. Поздеев В.А. Теоретические основы гидродинамики в экспериментальной диагностике давления плазмы канала высоковольтного электрического разряда в жидкости/ Николаев, 1996.– 57с. З/Учебное пособие НАН Украины, ИИПТ/.