

Summary

Doktorov M.

The problem of improving the quality of rolled formed sections

Determined, that one of the main reasons of the different width shelves of the profiles, longitudinal twist, corkscrew torsion and other defects is unreliable centering of the roll – formed sections in the forms of the rollers and the vertical guide rollers. With regard to the complex process of the individually fabrication profiles, including asymmetric and corrugated profiles, offered rollers with additional cone-shaped elements in worker passes. These elements allow to deform simultaneous all pieces of the blank in the beginning of the deformation.

Keywords

roll-formed section, blank, method obtained the roll-formed sections, rollers, caliber, pass, cone-shaped element of the rollers, quality, defect, corkscrew torsion, centering, simultaneous deform

Поступила 01.12.09

УДК 620.178.3:539.388.1:539.389.2

Г. В. Цыбанев, А. И. Новиков

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев

Описание процессов усталостной деградации материалов по параметрам виртуального неупругого деформирования*

Описана модель предельного исчерпания пластичности для оценки многоциклового долговечности материалов в условиях блочного нагружения, а также при действии статической составляющей. В модели используются параметры локального неупругого деформирования для определения предельного состояния вследствие критической деградации материала в зоне локализации напряжений.

Ключевые слова: модель, долговечность, деградация, исчерпание пластичности, неупругая деформация, блочное нагружение

Введение

Существующие в настоящее время модели и методы прогнозирования усталостной долговечности элементов конструкций чаще всего требуют определения каких-либо специальных характеристик материала, которые претендуют на проведение специальных экспериментов, что не всегда доступно для расчетов и затрудняет использование созданных баз данных по усталости [1].

Учитывая сказанное, предлагается метод расчета усталостной долговечности материалов, основанный на модели предельного исчерпания пластичности в зонах локализации напряжений по параметрам виртуального неупругого деформирования, для которой исходными данными являются кривые усталости и характеристики механических свойств металлов.

В процессе многоциклового нагружения у большинства металлов и сплавов наблюдается изменение неупругой деформации [2]. При циклическом нагружении в мягком режиме может наблюдаться как уменьшение, так и увеличение петли гистерезиса с наработкой, что связано с эффектами упрочнения

или разупрочнения материала [2] и отражает усталостную деградацию материалов.

Ранее была рассмотрена модель поведения циклически упрочняющихся материалов [3], основанная на подходе Н. Н. Афанасьева. Эта модель рассматривается в настоящей работе для циклически разупрочняющихся материалов.

Описание расчетной модели

Рассмотрим модель циклического деформирования некоторой локальной зоны, принадлежащей поверхностному слою. Для ее описания принимаем следующие гипотезы:

- процесс изменения локального циклического предела текучести материала и зарождения усталостной трещины происходит в некотором объеме поверхностного слоя;
- повторное неупругое деформирование приводит к упрочнению-разупрочнению материала в рассматриваемой зоне, выражающемся в изменении предела текучести с каждым полциклом нагружения;

* По материалам научно-технической конференции «Перспективные материалы, покрытия и технологии. Предельные состояния элементов конструкций», опубликованным в журнале «Металл и литье Украины» № 11-12, 2009 г.

– за начальное значение локального циклического предела текучести принята величина, определенная из появления неупругих циклических деформаций [2] в начале нагружения;

– за предельное состояние материала принимается достижение локальным циклическим пределом текучести своего критического значения в зонах локализации напряжений, после чего происходит разрушение вследствие усталости;

– циклическое деформирование материала происходит так, что полная локальная деформация не зависит от величины наработки, а только от величины прикладываемых усилий.

На рис. 1 представлена графическая интерпретация обобщенной модели предельного исчерпания пластичности материала в результате упрочнения-разупрочнения для момента нагружения, когда $i = n$.

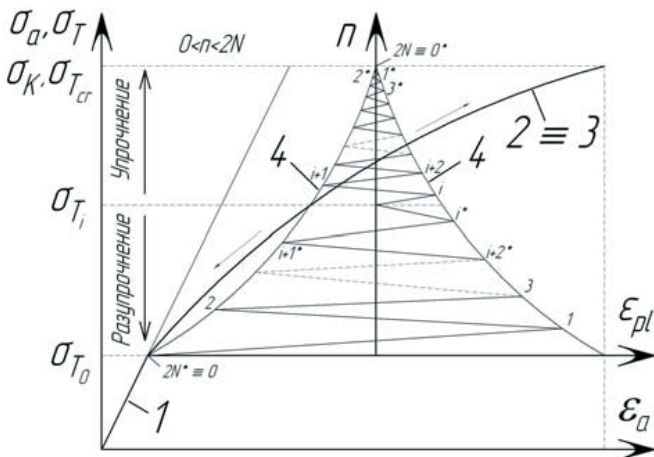


Рис. 1. Графическое представление модели: упругое (1) и неупругое (2) деформирование ($\sigma_a - \varepsilon_a$); диаграмма (3) ($\sigma_T - \varepsilon_{pl}$) и кинетические кривые упрочнения-разупрочнения (4) ($n - \varepsilon_{pl}$); 1, 2, 3, ... $i - 1, i, i + 1, \dots 2N$ – пики деформирования при соответствующих циклах нагружения, цифры со звездочками соответствуют разупрочнению, без – упрочнению; принятые обозначения: σ_a – амплитуда напряжения; σ_K – критическое напряжение усталости; σ_T – текущий, наработанный предел текучести; σ_{T_0} – исходный локальный циклический предел текучести; σ_{T_i} – критическое локальное значение циклического предела текучести; n – текущее число циклов нагружения; N – число циклов нагружения до разрушения при заданном σ_a ; $\varepsilon_a, \varepsilon_{pl}$ – полная и неупругая циклические амплитуды деформаций; i – текущий индекс, отвечающий условиям $0 \leq i \leq 2N$

Как видно из рис. 1, при достижении предельного состояния для упрочняющихся материалов неупругие деформации необратимо стремятся к нулю, а для разупрочняющихся – к некоторому критическому значению. Оба эти явления связаны с изменением циклического предела текучести вследствие циклического деформирования.

В отличие от схемы деформирования Орована, в модели рассматриваются неупругие кривые 3, 4, а также приняты другие условия начала неупругих циклических деформаций и наступления предельного состояния.

Вывод основного уравнения модели предельного исчерпания пластичности

Дальнейшие выкладки модели выполнены по схеме, предложенной Н. Н. Афанасьевым. Вследствие

принятых изменений решается обратная задача: параметры упрочнения-разупрочнения определяются не из статической диаграммы деформирования, а из известных кривых усталости и применяются далее для описания неупругого поведения материалов.

Рассмотрим циклическое неупругое деформирование материала в локальной зоне, являющейся потенциальным местом зарождения трещины усталости, при нагружении симметричным циклом.

Амплитуда деформации локальной зоны в поверхностном слое в соответствии с принятыми выше гипотезами запишется как некоторая нелинейная функция от амплитуды нагружения

$$\varepsilon_a(\sigma_a) = F(\sigma_a), \quad (1)$$

где $F(\sigma_a)$ – некоторая нелинейная функция, описывающая циклическую диаграмму деформирования.

С другой стороны, полная деформация на каждом полуцикле выражается как

$$\varepsilon_a(\sigma_a) = \varepsilon_{el_i} + \varepsilon_{pl_i}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{el_i}, \varepsilon_{pl_i}$ – значения амплитуд упругой и неупругой циклических деформаций в i -м цикле нагрузки.

В процессе исчерпания пластичности в локальной зоне происходит перераспределение между упругой и неупругой циклическими составляющими деформации и на каждом i -м полуцикле они могут быть найдены из выражения

$$\varepsilon_{el_i} = \varepsilon_a(\sigma_{T_i}), \quad \varepsilon_{pl_i} = \varepsilon_a(\sigma_a) - \varepsilon_a(\sigma_{T_i}). \quad (3)$$

Для описания процесса исчерпания пластичности материала введем функцию изменения локального циклического предела текучести от некоторого его начального значения σ_{T_0} до граничного значения, при котором наступает предельное состояние материала в рассматриваемой локальной зоне

$$\sigma_T = \sigma_{T_0} \pm f(\xi - \varepsilon_{el}) = \sigma_{T_0} \pm ba^{\xi - \varepsilon_{el}}, \quad (4)$$

где ξ – деформационная координата с циклической диаграммы деформирования; σ_T – текущий предел текучести; $f(\xi - \varepsilon_{el})$ – ядро функции изменения циклического предела текучести; a, b – показатели нелинейности и скорости процесса изменения предела текучести. Знак «плюс» в зависимости (4) и далее применяется для упрочняющегося материала, знак «минус» – для разупрочняющегося.

Согласно описанной модели деградации материала (то есть его упрочнения или разупрочнения), вследствие которой происходит исчерпание пластичности в зоне локализации неупругих деформаций, можно записать текущее значение предела текучести на $(i + 1)$ -м полуцикле (рис. 2).

$$\begin{aligned} \sigma_{T_{i+1}} &= \sigma_{T_i} \pm \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \left(\varepsilon_{pl_i} \pm \frac{\Delta \sigma_{T_i}}{E} \right) \Rightarrow \sigma_{T_{i+1}} = \\ &= \sigma_{T_i} \pm \frac{\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}}{1 - \frac{1}{E} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}} \cdot \varepsilon_{pl_i}, \end{aligned} \quad (5)$$

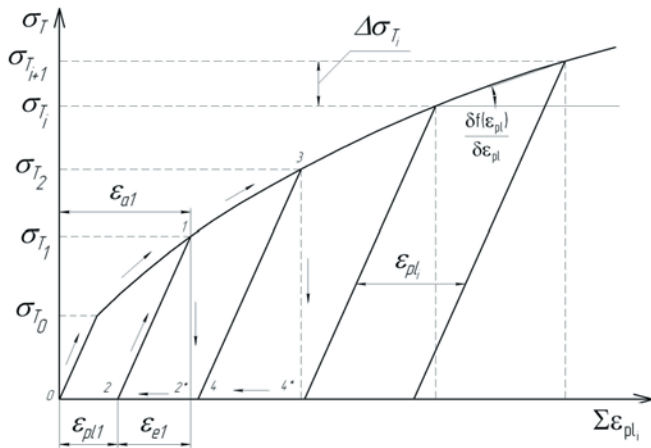


Рис. 2. Определение текущего, нарабатанного значения предела текучести по диаграмме циклического упрочнения

где σ_{T_i} , $\sigma_{T_{i+1}}$ – пределы текучести в i -м, $(i + 1)$ -м полуциклах нагружения; E – модуль упругости.

Преобразуем выражение (5), принимая во внимание, что $\Delta\sigma_{T_i} = \sigma_{T_{i+1}} - \sigma_{T_i}$ и, переходя к приростам величин, а затем к дифференциалам, получим

$$\frac{d\sigma_T}{dn} = \pm \frac{\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}}{1 - \frac{1}{E} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}} \varepsilon_{pl}, \quad (6)$$

где $d\sigma_T$, dn – прирост предела текучести и полуциклов нагружения.

Начальные условия для дифференциального уравнения (6), исходя из описанных ранее постулатов модели, будут иметь вид

$$\sigma_T \Big|_{n=0} = \sigma_{T_0}; \quad \sigma_T \Big|_{n=2N} = \sigma_{T_{cr}}. \quad (7)$$

Проинтегрируем дифференциальное уравнение (6) с учетом (7)

$$\int_0^{2N} dn = \pm \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_{cr}}} \left(\frac{1}{\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \varepsilon_{pl}} - \frac{1}{E \varepsilon_{pl}} \right) d\sigma_T. \quad (8)$$

Выражение (8) есть уравнение кривой многоциклового усталости в неявном виде, полученное из диаграммы изменения циклического предела текучести.

Амплитуда деформации локальной зоны найдется как сумма двух выражений – линейной составляющей и нелинейной, определенной в виде экспоненциального выражения на стадии стабилизации неупругих деформаций [2]

$$\varepsilon_a(\sigma_a) = \frac{\sigma_a - B}{E} + e^{\frac{\sigma_a - B}{A}}, \quad (9)$$

где A и B – параметры, подлежащие определению.

Подставляя выражение (9) в (3), получим зависимость для определения неупругой циклической деформации локальной зоны

$$\varepsilon_{pl_i} = \frac{\sigma_a - \sigma_{T_i}}{E} + e^{\frac{\sigma_a - B}{A}} - e^{\frac{\sigma_{T_i} - B}{A}}. \quad (10)$$

Частная производная в знаменателе (8) найдется

после дифференцирования зависимости (4) с учетом (3) и (9) и далее подстановкой $(\xi - \varepsilon_{el})$ из (4)

$$\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} = \frac{b \cdot \ln(a) (\sigma_T - \sigma_{T_0})}{1 + b \cdot \ln(a) (\sigma_T - \sigma_{T_0}) \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{A} e^{\frac{\sigma_T - B}{A}} \right)}. \quad (11)$$

После подстановки в (8) выражения (11) с учетом (10) число циклов до разрушения на заданной амплитуде напряжения определится как

$$N = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_{cr}}} \left(\frac{E}{b \cdot \ln(a) (\sigma_T - \sigma_{T_0})} + \frac{A + E e^{\frac{\sigma_T - B}{A}}}{A} - 1 \right) \times \times \frac{d\sigma_T}{\sigma_a - \sigma_T + E \left(e^{\frac{\sigma_a - B}{A}} - e^{\frac{\sigma_T - B}{A}} \right)}. \quad (12)$$

Зависимость (12) представляет собой связь между текущим значением предела текучести и числом циклов нагружения до достижения заданного предельного состояния в локальной зоне поверхностного слоя материала при нагружении ее амплитудой σ_a , то есть уравнение кривой усталости по модели предельного истощения пластичности.

Определение параметров модели

Коэффициенты a и b могут быть найдены из системы нелинейных уравнений, составленных с помощью основного уравнения модели (12) и решенные с помощью численного разложения подынтегральной функции $\psi(\sigma_a, \sigma_T)$ в ряд. При этом интеграл выражается в виде суммы сходящегося бесконечного ряда. Для численного решения данной системы уравнений принимаем, что исходными данными для определения параметров модели, как и в случае упрочняющегося материала, являются пределы выносливости σ_{-1} , прочности σ_b и кривая усталости гладких образцов $N = \Phi(\sigma_a)$ [3].

Начальные условия в уравнении (12) определены из анализа неупругих деформаций в начальной стадии циклического нагружения и при разрушении для разных групп материалов. Они запишутся для упрочнения (13, а) и разупрочнения (13, б) как зависимости от σ_{-1} и σ_K с помощью коэффициентов $m_{1,2,3,4}$:

$$\sigma_{T_0} = m_1 \sigma_{-1} = 0,5 \sigma_{-1}; \quad \sigma_{T_{cr}} = m_2 \sigma_K = 1,2 \sigma_K; \quad (13, а)$$

$$\sigma_{T_0} = m_3 \sigma_K = 1,2 \sigma_K; \quad \sigma_{T_{cr}} = m_4 \sigma_{-1} = 0,9 \sigma_{-1}. \quad (13, б)$$

По кривой усталости для гладких образцов находим соответствующие пределу выносливости σ_{-1} количество циклов N_0 , а при долговечности $N_K = 5 \cdot 10^4$ – критическое напряжение усталости σ_K . По этим двум точкам в дальнейшем будут составляться системы нелинейных уравнений для нахождения параметров a и b .

Решение интеграла находим с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора. Подставив полученный ряд в (12), получим вид основного уравнения модели, пригодный для численной обработки

$$N = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_{cr}}} \left[\sum_{m=0}^k \left[\frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_a, \sigma_T)}{d\sigma_T^{(m)}} \right]_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T, \quad (14)$$

где σ_0 – округ точки, вокруг которого происходит разложение (можно принять за 0); m – индекс суммирования, отвечающий условиям $0 \leq m \leq k$; k – количество членов ряда, принимаемых в рассмотрение.

Сумма ряда в выражении (14), а соответственно и точность описания интеграла, зависят от количества членов ряда k . Согласно проведенному анализу, для достаточной точности в выражении (14) можно оставлять не больше 8-15 членов ряда (при этом ошибка по определению долговечности составляет приблизительно 3-7 %).

Уравнение (14) представляет собой кривую усталости в неявном виде для амплитуд напряжений от σ_{-1} до критического напряжения усталости σ_K .

С целью нахождения параметров диаграммы изменения предела текучести a и b по полученному ранее уравнению (14) составлена система нелинейных уравнений для граничных условий начала и конца многоциклового участка усталости

$$\begin{cases} N_K = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_{cr}}} \left[\sum_{m=0}^k \left[\frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_K, \sigma_T)}{d\sigma_T^{(m)}} \right]_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T \\ N_0 = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_{cr}}} \left[\sum_{m=0}^k \left[\frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_{-1}, \sigma_T)}{d\sigma_T^{(m)}} \right]_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T \end{cases} \quad (15)$$

При решении системы (15) значения параметров a и b необходимо выбирать с учетом условия (2), то есть наличия неупругих деформаций для локальной зоны, которые могут быть найдены по зависимости (10), содержащей два неизвестных параметра – A и B . При определении параметров A и B в выражении (10) задаем значения неупругих циклических деформаций при наработке, равной половине долговечности на двух уровнях амплитуды нагружения. Для описания характера изменения и уровня локальных неупругих деформаций при наработке основывались на анализе этих деформаций, проведенном по литературным источникам и собственным результатам [2, 3].

Уровень неупругих деформаций задаем для амплитуд напряжений σ_K и σ_{-1} . Принимаем, что при наработке, равной половине долговечности на граничных уровнях σ_a в системе уравнений (15), неупругая циклическая деформация ε_{pl} определится для упрочнения (16, а) и разупрочнения (16, б) как

$$\varepsilon_{pl}(\sigma_{-1}) = \frac{\sigma_K - \sigma_{-1}}{E}; \quad \varepsilon_{pl}(\sigma_K) = \frac{\sigma_b - \sigma_{-1}}{E}; \quad (16, а)$$

$$\varepsilon_{pl}(\sigma_{-1}) = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{T_0}}{E}; \quad \varepsilon_{pl}(\sigma_K) = \frac{\sigma_K - \sigma_{-1}}{E}. \quad (16, б)$$

Решением системы (15), совместно с условиями (16), являются численные значения двух искомых параметров a и b , по которым могут быть построены диаграммы изменения циклического предела текучести для разных σ_a по уравнению (6) совместно с (9) и (11).

Схема использования модели и ее апробация

Для реализации предложенной схемы определения параметров a и b модели нужно выполнить следующее:

- 1 – определить характер усталостного циклического деформирования материала – упрочняющийся или разупрочняющийся;
- 2 – задать характеристики материала – модуль Юнга E , пределы выносливости σ_{-1} и прочности σ_b ;
- 3 – задать кривую усталости в виде $N = \varphi(\sigma_a)$;
- 4 – определить по заданной кривой соответствующие пределу выносливости σ_{-1} количество циклов N_0 при долговечности $N_K = 5 \cdot 10^4$ – критическое напряжение усталости σ_K ;
- 5 – найти значения начальных условий σ_T и $\sigma_{T_{cr}}$ по зависимостям (13);
- 6 – задать уровень неупругих деформаций для амплитуд напряжений σ_K и σ_{-1} по зависимостям (16);
- 7 – составить систему нелинейных уравнений по (15) для граничных условий начала и конца многоциклового участка усталости в соответствии с п. 4 и 5;
- 8 – решить полученную систему нелинейных уравнений и выбрать такие параметры a и b , которые будут удовлетворять условиям п. 6;
- 9 – построить кривую усталости и оценить ошибку для выбранных параметров a и b по зависимостям (12) или (14).

Для апробации модели взяты четыре упрочняющихся и четыре разупрочняющихся материала и по методике, изложенной выше, найдены значения параметров a и b (таблица).

Значение параметров a и b и координаты характерных точек кривых усталости для выбранных материалов по полному разрушению

Материал	Источник литературы	Характер деформирования	$N_{Кк}$, цикл	$\sigma_{Кк}$, МПа	N_0 , цикл	σ_{-1} , МПа	a	b
Сталь 40X(II)	[2]	разупрочнение	$5 \cdot 10^4$	380	$7 \cdot 10^6$	300	1,61	0,39
Сталь 1X17Н2Ш	[2]	разупрочнение	$5 \cdot 10^4$	490	$1 \cdot 10^7$	390	1,95	0,58
Медь	[2]	разупрочнение	$5 \cdot 10^4$	175	$1 \cdot 10^7$	100	1,21	0,25
Латунь Л62	[2]	разупрочнение	$5 \cdot 10^4$	300	$1 \cdot 10^7$	150	1,42	0,31
Сталь 45(I)	[2]	упрочнение	$5 \cdot 10^4$	320	$1 \cdot 10^6$	270	1,79	0,47
Сталь 15кп	[2]	упрочнение	$5 \cdot 10^4$	205	$4 \cdot 10^6$	157	1,33	0,14
Сталь 45(II)	[2]	упрочнение	$5 \cdot 10^4$	265	$0,8 \cdot 10^6$	210	1,57	0,29
Сталь 1X13	[2]	упрочнение	$5 \cdot 10^4$	335	$1 \cdot 10^7$	270	1,83	0,55

С помощью параметров a и b могут быть построены кривые усталости по уравнениям (12) или (14), что является проверкой правильности их нахождения.

Определение кинетики неупругого циклического деформирования на основе модели

Для описания кинетики неупругой деформации подставим формулу (11) в (5) и с учетом выражения (10), переписанного для i -го полуцикла, получим уравнение для нахождения предела текучести в каждом полуцикле нагружения

$$\sigma_{T_{i+1}} = \sigma_{T_i} \pm \frac{Ab \cdot \ln(a) (\sigma_{T_i} - \sigma_{T_0})}{A + b \cdot \ln(a) (\sigma_{T_i} - \sigma_{T_0}) e^{\frac{\sigma_{T_i} - B}{A}}} \left(\frac{\sigma_a - \sigma_{T_i}}{E} + e^{\frac{\sigma_a - B}{A}} - e^{\frac{\sigma_{T_i} - B}{A}} \right). \quad (17)$$

Теперь можно найти размах неупругой деформации в цикле

$$\Delta \varepsilon_{pl_j} = \varepsilon_{pl_{2j-1}} + \varepsilon_{pl_{2j}} = 2\varepsilon_a(\sigma_a) - \varepsilon_a(\sigma_{T_{2j-1}}) - \varepsilon_a(\sigma_{T_{2j}}), \quad (18)$$

где $\varepsilon_{a(\sigma)}$ – задается выражением (9) в дискретной форме; j – текущий индекс, отвечающий условиям $1 \leq j \leq N$.

По зависимости (18) с использованием (9), (17) можно построить графики изменения расчетной неупругой деформации (рис. 3) для выбранных материалов. Из графиков видно, что расчетные зависимости монотон-

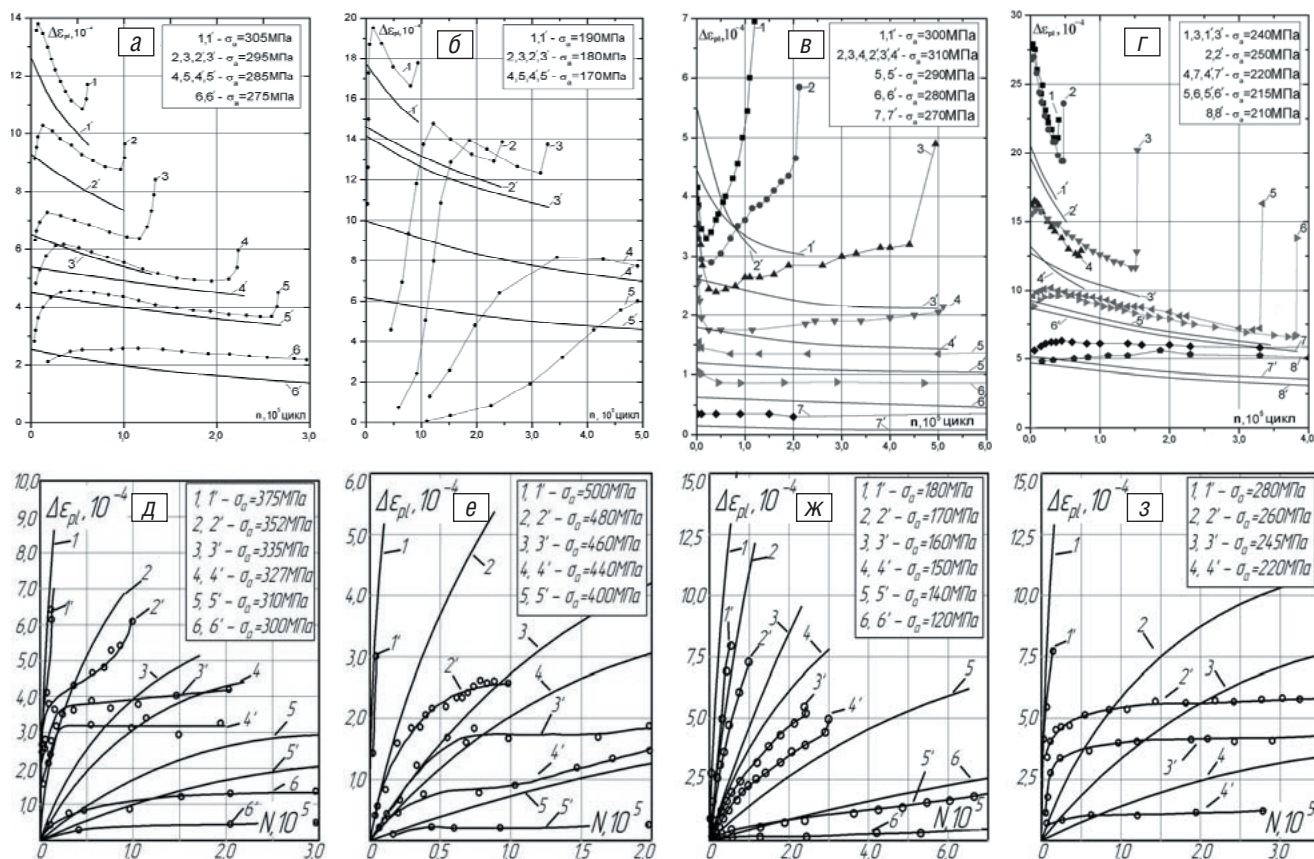


Рис. 3. Расчетные (обозначены цифрами со штрихом) и экспериментальные (взяты из литературных источников [2]) графики изменения размаха неупругой деформации за цикл для разных σ в зависимости от числа циклов нагружения: для стали марки 45 двух поставок (а; б); стали марок 15кп (б), 1X13 (е), 40X(II) (д), 1X17Н2Ш (е); меди (ж); латуни Л62 (з)

ны и отражают разработанную модель: происходит стабильное понижение (для упрочняющихся) и повышение (для разупрочняющихся) неупругой деформации на всех уровнях амплитуд напряжений. В то же время экспериментальные кривые показывают некоторое отличие от расчетных. Такое их различие можно считать закономерным, так как первые отражают процесс в локальном объеме материала, деградация в котором приведет к усталостному разрушению, вторые – осредненную неупругую деформацию во всем объеме металла [2]. В результате начальное скольжение материала начинается в самых слабых единицах структуры, в которых в последующем происходят зарождение трещины и ее рост.

Для трактовки правильности модели весьма показательным является близкая картина изменения расчетных и экспериментальных величин неупругой деформации, что свидетельствует о корректности допущений при построении модели, хотя первые и превышают вторые по уровню и интенсивности роста, что связано с их локальностью.

Если при решении системы уравнений (15) принимать во внимание условия (16), а параметры неупругого деформирования – полученные по экспериментальным данным, то кинетику неупругого деформирования можно описать более точно. Также графики на рис. 3 можно привести в относительных координатах ($\Delta \epsilon_{pl_i} / \Delta \epsilon_{pl_{max}} - n/N$), что позволит сравнивать эти кривые.

Суммирование усталостных повреждений материалов

Многие реальные конструкции в процессе своей эксплуатации подвергаются действию нерегулярного случайного нагружения, которое можно схематизировать в виде ступенчатого или блочного. Поэтому разработанную модель применяют для прогноза долговечности при переменных режимах циклического нагружения (ступенчатое, блочное, программное или случайное нагружения).

В соответствии с описанной моделью критерием предельного состояния материала является условие $\sigma_T = \sigma_{T_{cr}}$. Функцию повреждения для выбранного условия достижения предельного состояния материала можно записать в виде

$$D_i = \frac{\sigma_{T_i} - \sigma_{T_0}}{\sigma_{T_{cr}} - \sigma_{T_0}}, \quad (19)$$

где D_i – повреждение материала на i -м цикле нагружения.

В начале нагружения, когда $\sigma_T = \sigma_{T_0}$, функция повреждения равна 0, при достижении предельного состояния она равна 1.

По зависимости (19) можно проводить суммирование усталостных повреждений материала. Для этого необходимо задать закон изменения напряжения в зависимости от количества циклов нагружения в виде некоторой функции – $\sigma_a(n) = f(n)$.

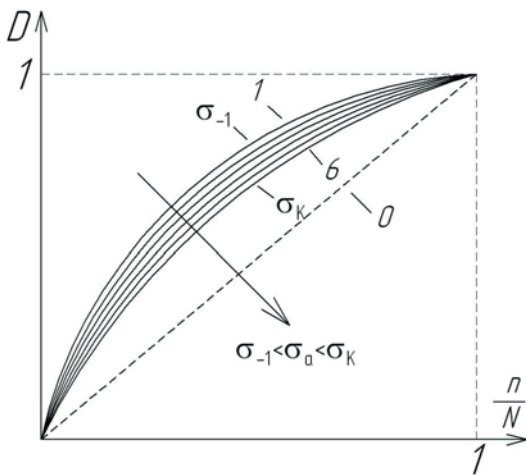


Рис. 4. Семейство кривых повреждения для материала сталь марки 45(1) [2]

С помощью необходимых параметров по зависимости (19) можно построить кривые повреждения материала для каждой из амплитуд нагружения в координатах ($D-n/N$), приведенных на рис. 4, по которым можно судить об остаточной долговечности материала.

Кривые, подобные приведенным на рис. 4, можно построить для любого случая регулярного и нерегулярного нагружений. Исходя из анализа рис. 4 и зависимостей (17) и (18), можно сказать, что для нерегулярного нагружения кривые повреждения монотонно возрастают. Кривые изменения локального циклического предела текучести могут как монотонно возрастать, так и спадать (упрочнение, разупрочнение). А на кривых кинетики неупругих деформаций будут наблюдаться разрывы первого рода из-за изменения амплитуды нагружения, хотя характер изменения останется противоположным кривым изменения локального циклического предела текучести.

В общем случае блочного многоступенчатого нестационарного нагружения для определения суммарной долговечности необходимо пользоваться уравнением (14), которое примет вид системы

$$\begin{cases} N = \pm \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \int_{\sigma_{T_{i-1}}}^{\sigma_{T_i}} \left[\sum_{m=0}^k \left[\frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_{ai}(n), \sigma_T)}{d\sigma_T^{(m)}} \right]_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T \\ n_i = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T_{i-1}}}^{\sigma_{T_i}} \left[\sum_{m=0}^k \left[\frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_{ai}(n), \sigma_T)}{d\sigma_T^{(m)}} \right]_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T, \end{cases} \quad (20)$$

где i, m – индексы суммирования; p – количество всех ступеней при ступенчатом или блочном нагружении; $\sigma_{ai}(n)$ – функция амплитудной нагрузки i -й ступени; n_i – длительность i -й ступени.

В системе (20) – p уравнений и p неизвестных: $\sigma_{Ti} (i = 1, \dots, p - 1)$ и N . После нахождения всех n_i коэффициент суммирования S найдется как

$$S = \sum_{i=1}^p S_i = \sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N_i} \quad (21)$$

Из уравнения (20) можно получить нелинейную гипотезу суммирования усталостных повреждений для двухступенчатого нагружения. Для этого допустим, что задана длительность на первой ступени n_1 и ее амплитудная нагрузка σ_{a1} . Тогда долговечность на второй ступени n_2 при нагружении ее амплитудой σ_{a2} найдется из системы, в которой два неизвестных σ_{T1} и n_2 и два уравнения

$$\begin{cases} n_2 = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T1}}^{\sigma_{Tcr}} \left[\sum_{m=0}^k \frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_{a2}, \sigma_{T1})}{d\sigma_T^{(m)}} \Big|_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T \\ n_1 = \pm \frac{1}{2} \int_{\sigma_{T0}}^{\sigma_{T1}} \left[\sum_{m=0}^k \frac{1}{m!} \frac{d\Psi^{(m)}(\sigma_{a1}, \sigma_{T1})}{d\sigma_T^{(m)}} \Big|_{\sigma_T = \sigma_0} \cdot (\sigma_T - \sigma_0)^m \right] d\sigma_T \end{cases} \quad (22)$$

Система уравнений (20) является моделью нелинейного суммирования повреждений для блочного многоступенчатого нагружения, а система (22) – ее частным случаем для двухступенчатого нагружения.

Исходя из системы уравнений (22), при варьировании параметров $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, n_1, n_2$ получаем нелинейную модель суммирования усталостных повреждений, которая в графическом виде представлена на рис. 5.

Правильность результатов, приведенных на рис. 5, подтверждается тем, что в реальных материалах при режиме изменения амплитуды на ступенях от меньшей к большей (режим *H-B*) ($\sigma_{a1} \leq \sigma_{a2}$) наблюдается увеличение параметра S (явление тренировки материала), а при режимах изменения амплитуды на ступенях от большей к меньшей (режим *B-H*) ($\sigma_{a1} > \sigma_{a2}$) – наоборот, уменьшение S – явление ухудшения усталостных свойств.

Схему (как на рис. 5) можно построить для любого материала, отвечающего описанным выше условиям, и в дальнейшем использовать ее для нахождения долговечности при двухступенчатом регулярном нагружении.

Усталостную долговечность при режимах переменного циклического нагружения определяем для двухступенчатого нагружения при режимах *H-B* и *B-H*. Для двухступенчатого нагружения взяты сталь марки 45(1), а для блочного двухступенчатого нагружения – сталь марки 1X13. Необходимые характеристики материалов представлены в таблице, а параметры переменного циклического нагружения – на рисунках.

Используя уравнения (20) или, в частном случае, (22), могут быть найдены поля коэффициентов нелинейной модели суммирования при двухступенчатом нагружении стали марок 45(1) (рис. 6, а) и 1X13 (рис. 6, б).

Зная параметры, оговоренные выше, и используя зависимость (17), можно найти и построить дискретную функцию изменения локального циклического предела текучести для тестируемых материалов при двухступенчатом и блочном нагружениях. После нахождения функции упрочнения можно определить кинетику неупругого циклического деформирования с помощью зависимости (18) на каждом цикле нагружения, так как по некоторым критериям оценки усталостной долговечности имеет значение величина неупругих деформаций при наработке, равной половине долговечности. Суммирование усталостных повреждений для ступенчатого или блочного нагружений с использованием зависимостей (17) или (18) также можно представить в графическом виде.

У приведенных материалов при нерегулярном нагружении коэффициент суммирования S меняется в широком диапазоне (0,7-5,2). В описанной модели суммирования повреждений при граничных значениях параметров a и b коэффициент суммирования S может изменяться в диапазоне (0,1-1,9), что не полностью перекрывает экспериментальный диапазон. В связи с этим для учета ошибки определения долговечности рассмотрен доверительный интервал, способный учесть рассеивание коэффициента суммирования.

Погрешность определения долговечности обусловлена тем, что параметры изменения циклического предела текучести a и b определялись не по локальной кривой усталости образца, а по усредненной кривой усталости партии образцов.

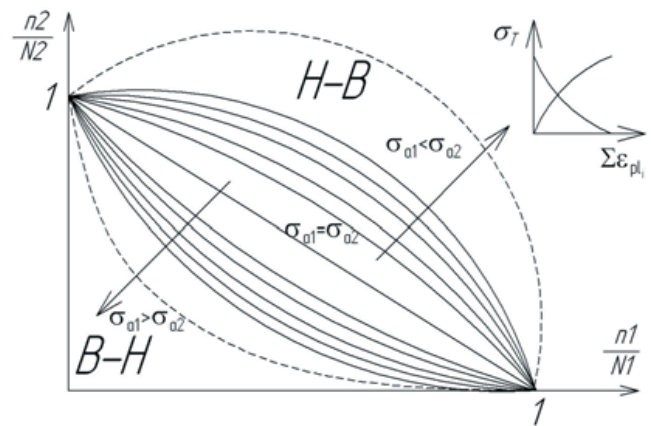


Рис. 5. Теоретическое поле коэффициентов S_1 и S_2 нелинейной модели суммирования повреждений; обозначения: $\dot{1}$ – линейная гипотеза суммирования повреждений и случай когда $\sigma_{a1} = \sigma_{a2}$; *H-B* – зона, для которой $\sigma_{a1} \leq \sigma_{a2}$; *B-H* – зона, для которой $\sigma_{a1} > \sigma_{a2}$; штриховые линии 2 и 3 – это соответственно верхний доверительный интервал для верхней кривой в области *H-B*, нижний – для нижней кривой в области *B-H*

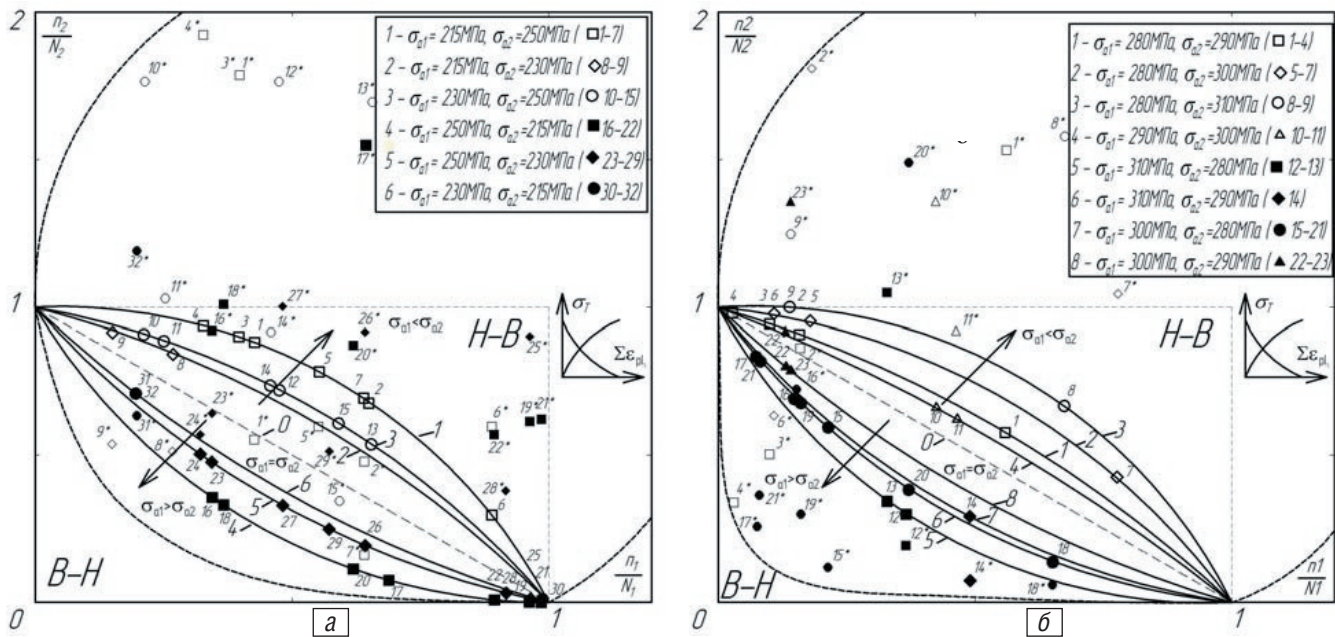


Рис. 6. Нелинейное суммирование усталостных повреждений стали марок 45(1) (а) и 1X13 (б): 0 – линейная гипотеза, расчетные точки коэффициентов нелинейной модели обозначены цифрами, а экспериментальные – цифрами со звездочкой; область, ограниченная штриховыми линиями, – доверительный интервал рассеивания результатов для крайних кривых 1, 4 (а) и 3, 5 (б) со значениями доверительного интервала $\alpha_1 = 0,6$ (а) и $\alpha_2 = 0,53$ (б)

Но так как коэффициент суммирования S известен для каждого образца, то можно уменьшить ошибку определения долговечности образца, если перейти к локальной долговечности данного образца N^* вместо усредненной N по предлагаемой зависимости

$$N^*(\sigma_a) = N(\sigma_a) S = N(\sigma_a) \sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N_i} \quad (23)$$

Далее необходимо определить параметры a и b с условием того, что σ_K и σ_{-1} не изменяются, то есть локальная кривая усталости для образца задается координатами (SN_0, σ_{-1}) и (SN_K, σ_K) , после чего по зависимости (20) можно пересчитать уточненные локальные долговечности образцов при нерегулярном нагружении. Данный метод можно применять только тогда, когда уже проведены испытания и известны его коэффициенты суммирования S . Подобное уточнение может быть выполнено также по кривой усталости с учетом рассеивания предела выносливости.

Для данной уточненной оценки соответствия расчетной и экспериментальной долговечностей тестируемых материалов в условиях циклического неупругого деформирования сталей расчетные и экспериментальные коэффициенты нелинейной модели суммирования усталостных повреждений показывают хорошее соответствие. Максимальная ошибка между расчетной и экспериментальной долговечностями не превышает 5 %, то есть расчетные и экспериментальные значения долговечности отличаются на весьма малую величину.

Определение уточненной долговечности материалов с помощью зависимости (23) показывает, что если использовать индивидуальную кривую усталости данного образца, то расчет его долговечности при нерегулярном нагружении по зависимости (20) дает хороший результат по сравнению с экспериментальным. В данной работе представлены результаты для ступенчатого и блочного нагружений на двух уровнях изменения амплитуд ($B-H$, $H-B$) только в связи с

удобством представления и сравнения результатов. Однако, по зависимостям (17)-(20) можно определить усталостную долговечность, а также функции упрочнения-разупрочнения и кривые неупругого циклического деформирования для большого числа уровней изменения амплитуд нагружения. По этим зависимостям также можно находить долговечность материалов, испытывающих программное, случайное нагружения или их комбинацию, для чего необходимо задать амплитудную нагрузку в виде функции от числа циклов нагружения – $\sigma_a(n) = f(n)$.

По зависимости (20) можно определить остаточный ресурс материала или детали, что является его остаточной кривой усталости после произвольного нагружения. Так, например, для стали марки 45(1) кривые усталости по остаточной долговечности после нагружения показанным блочным нагружением будут выглядеть как на рис. 7

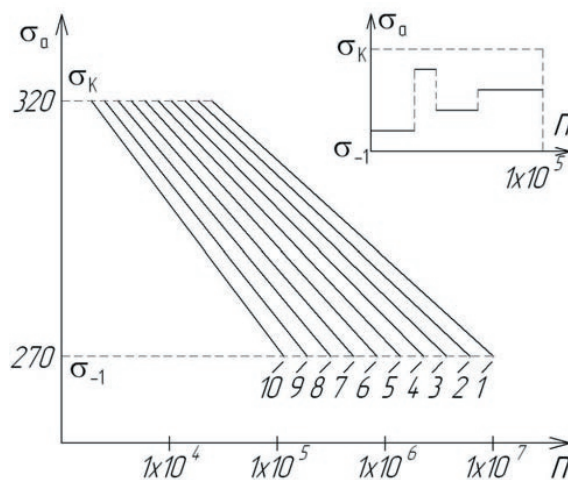


Рис. 7. Семейство кривых усталости для материала стали марки 45(1) [2] с параметрами, указанными на рисунке после блочного нагружения; обозначения: 1 – исходная кривая усталости; 2-10 – кривые усталости по остаточному ресурсу, построенные соответственно для повторных 1-9 блоков нагружения

Учет среднего напряжения цикла

Реальные элементы конструкций в процессе эксплуатации, кроме циклических переменных напряжений, могут быть подвержены действию статической нагрузки. Средние напряжения цикла можно учитывать в разрабатываемой модели, если сделать замену в зависимости (17): вместо выражения $(\sigma_a - \sigma_T)$ подставить выражение действующего напряжения σ_{D_i} , учитывающего действие средних напряжений и имеющего вид

$$\sigma_{D_i} = (\sigma_a - \sigma_{T_i}) \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_b} \right) \pm \sigma_{T_{cr}} \frac{1}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_b}} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_b}, \quad (24)$$

где σ_m – среднее напряжение цикла.

Если в зависимости (24) положить $\sigma_m = 0$, то получим зависимость (17) в первоначальной постановке.

Используя зависимости (24) и (17) и варьируя напряжениями цикла σ_a и σ_m , можно получить диаграмму предельных амплитуд в виде рис. 8, из ко-

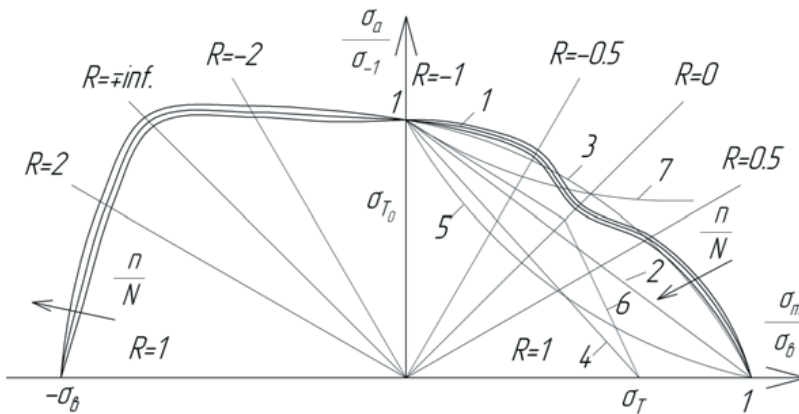


Рис. 8. Диаграммы предельных амплитуд, полученные соответственно по зависимостям: 1 – разрабатываемой нелинейной модели накопления повреждений; 2 – Гудмана; 3 – Герберга; 4 – Зоденберга; 5 – Смитта; 6 – Кинасошвили; 7 – Одингга; лучами обозначены значения асимметрий цикла; стрелочкой указано направление увеличения наработки

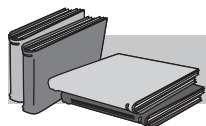
торого видно, что диаграмма предельных амплитуд, полученная по разрабатываемой нелинейной модели накопления повреждений, находится в пределах значений известных представленных диаграмм, но с отличием, которое учитывает наработку материала. При асимметрии цикла $r = 0$ и ∞ на графике функции наблюдается изменение монотонности вследствие локальных экстремумов функций, входящих в выражение (24).

Выводы

Таким образом, предложена модель предельного исчерпания пластичности материала для области многоциклового усталости, под которой подразумевается достижение им предельного состояния в результате поциклового изменения локального предела текучести вследствие циклического упрочнения или разупрочнения как процессов деградации материала. Модель позволяет определять параметры упрочнения-разупрочнения и кинетики локального

циклического неупругого деформирования материала по кривой усталости. Использование этих параметров для оценки усталостной долговечности при переменных режимах циклического нагружения дает возможность описать нелинейный характер накопления усталостных повреждений.

В дальнейшем разработанный подход будет использован в программе расчета долговечности элементов конструкций при наличии градиента напряжений и переменных циклических и средних напряжений.



ЛИТЕРАТУРА

1. Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 172 с.
2. Цыбанев Г. В., Новиков А. И. Определение параметров диаграммы циклического упрочнения по результатам испытаний материала на многоцикловую усталость // Надійність і довговічність машин і споруд. – 2008. – Т. 30. – С. 160-168.
3. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов. – Киев: Изд-во АН УССР, 1953. – 128 с.

Анотація

Цыбаньов Г. В., Новіков А. І.

Опис процесів утомної деградації матеріалів по параметрам віртуального непружного деформування

Описано модель граничного вичерпання пластичності для оцінки багаточислової довговічності матеріалів в умовах блокового навантаження, а також за дії статичної складової. У моделі використовуються параметри локального непружного деформування для визначення граничного стану внаслідок критичної деградації матеріалу в зоні локалізації напружень.

Ключові слова

модель, довговічність, деградація, вичерпання пластичності, непружна деформація, блокове навантаження

Summary

Tsyban'ov G., Novikov A.

Description of processes of fatigue degradation of materials on parameters of virtual non-elastic deformation

The model of ultimate exhaustion of plasticity for an estimation of multicyclic lifetime of materials under conditions of block loading and a static component is described. Parameters of local inelastic deformation for determination of the ultimate state owing to critical degradation of a material in stress localisation site are used in the model.

Keywords

model, lifetime, degradation, exhaustion of plasticity, inelastic deformation, block loading

Поступила 04.01.10

УДК 53.092:519

А. А. Мочалов, К. Д. Евфимко, А. А. Гайша

Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, Николаев

Теоретико-экспериментальный подход в исследовании параметров вещества*

Представлен новый теоретико-экспериментальный подход в исследовании параметров вещества, позволяющий на основе экспериментальных данных получить зависимость коэффициента жесткости связи от линейных размеров кристаллической ячейки решетки вещества.

Ключевые слова: коэффициент жесткости связи, деформация, ячейка, математическая модель

В последнее время многие исследования направлены на изучение перспективных материалов с целью разработки моделей поведения конструкций в различных условиях, в частности, критических температур и сверхвысоких давлений. Актуальна разработка математических моделей, описывающих деформационные процессы.

Математические модели, разработанные для описания таких процессов, как плавление, ковка, штамповка, обработка давлением, термообработка, механическая обработка, сварка [1-8], в большинстве своем, являются теоретическими моделями физических процессов деформирования, тепло- и массопереноса. Они адекватны лишь для весьма узкого диапазона параметров и часто не учитывают все составляющие вышеуказанных процессов, поскольку уравнения моделей требуют линеаризации, при их решении принимаются допущения, которые часто могут расходиться с реальными экспериментальными данными.

При разработке математических моделей процессов деформации необходимо учитывать зави-

симость величин, входящих в уравнение состояния вещества, от скорости деформации, изменения температуры и прочих параметров окружающей среды. Такие модели, помимо теоретической адекватности, должны быть доступны широкому кругу ученых и специалистов. Поскольку часто бывает весьма трудно получить нужные зависимости как аналитически, так и исключительно экспериментальными методами, мы предлагаем теоретико-экспериментальный подход в исследовании кинетики параметров вещества, где в процессе решения модельных уравнений используются эмпирические данные. Так, предлагаемый в данной работе подход позволяет получить зависимость коэффициента жесткости связи от линейных размеров кристаллической решетки.

Дифференциальное уравнение, связывающее изменение напряжения, площади сечения образца и продольных размеров образца с коэффициентом упругой связи, имеет вид

$$\frac{dk(r)}{dr} r + k(r)(1 - r \frac{dS}{dr} \frac{1}{S(r)}) = \frac{d\sigma}{dr} S(r). \quad (1)$$

* По материалам научно-технической конференции «Перспективные материалы, покрытия и технологии. Предельные состояния элементов конструкций», опубликованным в журнале «Металл и литье Украины» № 11-12, 2009 г.