

УДК 532.546:626.862.9

О ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ ГРУНТА С ОБРАЗОВАНИЕМ АККУМУЛИРУЮЩИХ ЗОН

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 03.09.2002

Сформулирована осесимметричная математическая задача перераспределения неструктурных частиц в пределах области фильтрационных деформаций несвязного двухфракционного грунта. На основе полученного строгого аналитического решения данной задачи проведен обстоятельный анализ особенностей накопления мобильных частиц в специальной (аккумулирующей) зоне. Опираясь на эмпирические зависимости Козени-Кармана и стесненного осаждения ансамбля частиц, выполнены оценки изменения проницаемости (коэффициента фильтрации) в суффозионной и аккумулялирующей зонах с учетом подвижности одной из фракций.

Сформульована осесиметрична математична задача перерозподілу неструктурних частинок в межах області фільтраційних деформацій незв'язного двохфракційного ґрунту. На основі отриманого строгого аналітичного розв'язку даної задачі виконаний всебічний аналіз особливостей накопичення мобільних частинок у спеціальній (акумуючій) зоні. Спираючись на емпіричні залежності Козені-Кармана та стисненого осадження, знайдені оцінки зміни проникності (коефіцієнту фільтрації) ґрунту в суфозійній і акумулюючій зонах з врахуванням рухливості однієї з фракцій.

An axisymmetric mathematical problem of unstructural particles redistribution within the domain of filtration deformations is formulated for two-fraction incoherent soil. A thorough analysis of the mobile particles accumulation nearby drainage (the accumulation zone) is carried out on the basis of the exact solution to the given problem. Proceeding from some empirical relationships (Kozeny-Carman and straitened deposition of particle association) a number of estimations are conducted of soil permeability (hydraulic conductivity) within the failure zone taking into account mobility of sediment fraction.

Разнообразные деформационные процессы, протекающие в грунтах, широко распространены в природе, инженерной практике и, как правило, связаны с хозяйственной деятельностью человека. Особое место среди них занимают фильтрационные деформации, обусловленные действием фильтрационных сил на твердую фазу грунта. Характерны такие деформации, главным образом, для несвязных грунтов, которые преобладают на северо-западе Украины, а их доля в земельном фонде республики весьма значительна. Отсюда следует большое научное и практическое значение исследований явлений взвешивания, переноса и осаждения неструктурных (суффозионных) частиц минеральной компоненты в грунтах. Именно отмеченные явления, составляющие сущность процессов суффозии и кольматации, послужили предметом целенаправленного изучения в многочисленных теоретических и экспериментальных работах геолого-мелиоративного, гидротехнического, химико-технологического направлений, например [1 – 6]. Более обстоятельный обзор литературы по этой тематике можно найти, в частности, в работах [7, 8].

Как правило, фильтрационные деформации происходят при достижении скоростью течения грунтовых вод некоторого предельного значения, а непосредственной причиной их возникновения часто бывают дренажные и фильтрующие устройства

различной конструкции и назначения. При работе дренажа в качестве собирателя (осушителя) почти все способные двигаться частицы, первоначально находившиеся в околдренной зоне, выносятся в само устройство, что нередко приводит к его заилению и должно учитываться в расчетах внутридренной гидравлики. Подобная характерная для многих приложений ситуация всесторонне анализировалась ранее [7] на примере существенно разнородного грунта, сложенного из частиц двух резко отличающихся размерами сортов. Весьма серьезным ограничением при этом было допущение о недеформируемости скелета. Следует иметь в виду, что при высоком исходном содержании суффозионных частиц существует реальная опасность усадки грунта и, как следствие, его переуплотнения. Однако структурные деформации выходят за рамки данных исследований. Вместе с тем в результате повышения концентрации неструктурных частиц вблизи приемного устройства при наличии взаимодействия со скелетом грунта, часть их задерживается. Принимая во внимание сравнительно малые размеры участка захвата и высокое содержание привносимых в него двухфазным потоком частиц, осаждение даже незначительного их количества заметно ухудшает фильтрационные условия, по сути, в наиболее ответственном месте потока грунтовых вод [9, 10]. А в итоге общая фильтрационная картина может коренным

образом видоизмениться. Такого рода кольматация сопутствует и работе фильтров в очистных сооружениях.

В еще большей степени трансформируется фильтрационное течение при перераспределении суффозионных частиц в отсутствии их выноса за пределы области движения. Так, при использовании дренажей в роли источников (увлажнителей) неструктурные частицы концентрируются на относительно узком участке фильтрационного потока. Вообще говоря, есть все основания рассматривать кольматационный процесс как двухстадийный. Именно на его первой стадии происходит интенсивное перемещение суффозионных частиц с образованием суффозионной зоны и прогрессирующим их накоплением во второй части области деформации – аккумуляющей зоне. В результате этого проницаемость в указанной части грунта падает и, что самое важное, в целом нарастает сопротивление фильтрационному потоку, оказываемое со стороны твердой фазы. Тем самым создаются предпосылки к формированию непосредственно кольматационной зоны (слоя). Если технические возможности инженерного средства, обеспечивающего регулирование водного режима грунта, позволяют в течение длительного времени поддерживать его расход на надлежащем уровне или, по крайней мере, препятствуют быстрому снижению расхода, то имеет смысл формальное рассмотрение первой стадии неограниченной продолжительности. В действительности, например, напор в дрене изменяется в определенных пределах, диктуемых конструктивными особенностями, экономическими соображениями. Поэтому скорость течения грунтовых вод в ближней (по отношению к источнику) части аккумуляющей зоны постепенно уменьшается до критической, и мобильные частицы здесь переходят во взвешенное состояние. На этом заканчивается первая стадия, а последующее увеличение концентрации суффозионных частиц в этой зоне способствует их быстрому осаждению. Непосредственно закономерности осаждения подвижных частиц, протекающего на фоне снижающейся интенсивности фильтрационного потока, и образования таким образом кольматажа будут исследованы в следующей работе. Цель данной работы – детальный анализ особенностей продолжительного перераспределения неструктурных частиц при подаче с постоянным расходом жидкости в суффозионный грунт, а также динамики его проницаемости при изменении физико-механических параметров в широком диапазоне. По аналогии с [7] фильтрационные деформации исследуются на примере двухфракцион-

ного несвязного грунта, что оправдывает применение относительно простых математической модели и расчетных зависимостей.

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Совместное осесимметричное движение суффозионных частиц и воды от источника в грунте, твердая фаза которого состоит из двух фракций, можно описать следующей системой уравнений [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_w}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_w u), \\ \frac{\partial n_c}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r n_c (u - u_k)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь n_w, n_c – доли общего пространства (грунта), занятые соответственно водой и неструктурными частицами; u, u_k – действительная и критическая (размывающая) скорости течения грунтовых вод. Двухфазный поток в грунте формируется в результате вытекания воды с постоянным погонным расходом Q из дрены большой протяженности. Поэтому рассматриваемой задаче свойственна осевая симметрия. В исходном грунте суффозионные частицы распределены равномерно, а их концентрация при этом составляет m_c . Таким образом, начальное условие для текущей концентрации n_c будет

$$t = 0, \quad n_w = n_c. \quad (2)$$

Далее предполагается, что деформирование грунта (перемещение неструктурных частиц) начинается на фоне установившегося движения грунтовых вод. Фактически же фильтрационные деформации инициируются серьезными изменениями фильтрационного режима грунта и поэтому тесно связаны с переходными процессами в нем. И все-таки, принимаемая на начальном этапе деформаций схематизация физико-механических процессов не противоречит их сущности и практически не отражается на окончательной картине (после завершения деформаций). Следовательно, можно считать, что суффозионные частицы приходят в движение одновременно в момент $t = 0$ на участке, в пределах которого начальная скорость течения больше критической. Несложно убедиться, что начальный радиус внешней границы области деформации и аккумуляющей зоны r_{ao} равен $Q/(2\pi u_k(1 - m_s - m_c))$, а внутренняя граница указанной зоны, характеризуемая координатой r_{bo} , в начальном положении совпадает с поверхностью источника (дрены) и значит $r_{bo} = r_o$. Из системы

(1) вытекает, что величины n_c и u связаны соотношением

$$n_c = \frac{1 - m_s}{u_k} u - \frac{Q}{2\pi u_k r}, \quad (3)$$

где m_s – удельный объем (доля) скелета грунта. Очевидно, что для суффозионной и аккумулирующей зон, а также недеформированного грунта справедливы выражения

$$\begin{aligned} m_s + n_w &= 1, \\ m_s + m_c + n_w &= 1, \\ m_s + n_c + n_w &= 1. \end{aligned} \quad (4)$$

По аналогии с работами [7, 12] исходная модель (1), (2) с учетом соотношения (3) сводится к задаче Коши относительно скорости u :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \left[2u - u_k - \frac{Q}{2\pi(1 - m_s)r} \right] \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{u^2 - u_k u}{r}, \\ t = 0, \quad u &= \frac{u_k}{1 - m_s} m_c + \frac{Q}{2\pi(1 - m_s)r}. \end{aligned} \quad (5)$$

Введение безразмерных переменных позволяет заметно упростить вид задачи (5):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \left(2\bar{u} - 1 - \frac{1}{\bar{r}} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} &= -\frac{\bar{u} - \bar{u}^2}{\bar{r}}, \\ \bar{t} = 0, \quad \bar{u} &= \frac{1}{\bar{r}} + \beta, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\bar{u} = u/u_k$, $\bar{r} = (2\pi u_k(1 - m_s)r)/Q$, $\bar{t} = (2\pi u_k^2(1 - m_s)t)/Q$, $\beta = m_c/(1 - m_s)$. В дальнейшем черточки над переменными величинами опускаются. При использовании же размерных величин будут сделаны соответствующие оговорки. Промежуточные выкладки в силу их громоздкости не приводятся (для аналогичной задачи чистой суффозии они даны в работе [12]). Точное решение задачи (5) выражается зависимостью

$$\begin{aligned} t = F(r, u) &= (2ru^2 - 2ru - 2u + 1) \ln \frac{\beta(1 + r - ru)}{(1 - \beta)(ru - 1)} - \\ &- \frac{(1 + \beta r - ru)(2\beta u - u + 1 - \beta)}{\beta(1 - \beta)}, \end{aligned} \quad (7)$$

из которой следует, что при $t \rightarrow \infty$ $u \rightarrow 1/t + r$. Согласно соотношению (3) для n_c и $N_c = n_c/m_c$ справедливы выражения

$$n_c = (1 - m_s) \left(u - \frac{1}{r} \right), \quad N_c = \frac{1}{\beta} \left(u - \frac{1}{r} \right). \quad (8)$$

Отсюда видно, что при $t \rightarrow \infty$ $n_c \rightarrow 1 - m_s$, $N_c \rightarrow 1/\beta$. Таким образом, суффозионные частицы будут стремиться заполнить все поровое пространство в аккумулирующей зоне, причем этот процесс будет продолжаться бесконечно долго.

Зависимость (7) отражает особенности поведения величины u на полупрямой $0 < r < \infty$, но физический смысл она имеет только в пределах аккумулирующей зоны $r_a \geq r \geq r_b$. Указанная зона имеет подвижные внешнюю и внутреннюю границы, координаты которых обозначаются r_a и r_b . Закономерность перемещения внешней границы можно получить из зависимости (7), если положить $u = 1$. Тогда после некоторых преобразований время t_a достижения этой границей точки (сечения) с координатой r_a будет

$$t_a = \ln \frac{(1 - \beta)(r_a - 1)}{\beta} - \frac{1 - r_a + \beta r_a}{1 - \beta}. \quad (9)$$

Очевидно, что при $t_a \rightarrow \infty$ значение r_a также неограниченно растет. Несколько сложнее определять положение внутренней границы $r_b(t)$. Для этой цели удобно воспользоваться решением характеристической системы для уравнения (6) при следующих начальных условиях:

$$u_o = u(r_b, 0) = \frac{1}{r_o} + \beta, \quad r_b(0) = r_o. \quad (10)$$

Тогда скорость течения воды на внутренней границе u_b и координата r_b оказываются связанными соотношением

$$r_b = \frac{u_b - u_o + r_o u_o (u_o - 1)}{u_b (u_b - 1)}. \quad (11)$$

Рассчитывать u_b при заданном значении r_b проще, если предварительно обратить выражение (11), так что

$$u_b = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{r_b} \right) + \quad (12)$$

$$+ \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{r_b} \right)^2 - \frac{u_o(1 + r_o - r_o u_o)}{r_b}}.$$

При решении квадратного уравнения, следующего из соотношения (11), только один корень имеет физический смысл, а именно (12). Закономерности изменения величин u_b , r_b со временем сравнительно легко установить, используя выражение (11) или (12) и зависимость (7), в которой следует положить $r = r_b$, $u = u_b$. Детальный анализ особенностей полученного строгого решения выполнен в третьем разделе.

2. ПРОНИЦАЕМОСТЬ ГРУНТА В ОБЛАСТИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Оттеснение неструктурных частиц фильтрационным потоком от поверхности дрены внутрь суффозионного грунта приводит к образованию суффозионной, аккумулярующей, а при определенных условиях и кольматационной зон, в которых фильтрационные характеристики и в первую очередь проницаемость грунта k могут существенно меняться. При чисто суффозионном процессе деформирование грунта практически сводится к выносу упомянутых частиц из относительно небольшого околосреднего участка грунта, что способствует незначительному повышению его проницаемости [7]. В данном же случае изменение k носит гораздо более сложный характер и в качественном, и в количественном отношении. Как отмечалось ранее, накопление большого количества мобильных частиц в аккумулярующей зоне обуславливает здесь падение проницаемости грунта. С течением времени именно эта зона начинает определять интенсивность фильтрационных процессов во всей области движения. Отсюда следует важность количественных оценок роста проницаемости аккумулярующей зоны. Базой для подобных оценок могут служить зависимости проницаемости от физико-механических параметров, в качестве которых, как правило, используются характерный (средний) диаметр зерен и пористость грунта. Наибольшую популярность приобрела формула Козени-Кармана, надежно работающая в несвязных грунтах с почти однородным механическим составом. Однако для грунтов, твердая фаза которых состоит из двух и более выраженных фракций, в том числе и способных двигаться, указанную формулу целесообразно усовершенствовать. В работе [7] для расчета относительной проницаемости суффозионной зоны в двухфракционном грунте предложена простая формула. После некоторых преобразований она представлена в удобной для анализа относительной проницаемости аккумулярующей зоны K_{sc} форме:

$$K_{sc} = \frac{(1 + \gamma D)^2 (1 - \beta N_c)^3 (u + \gamma N_c)^2}{(1 - \beta)^3 (1 + \gamma N_c)^2 (u + \gamma D N_c)^2}, \quad (13)$$

где $\gamma = m_c/m_s$; $D = d_s/d_c$; d_s ; d_c – диаметры структурных и неструктурных частиц. Здесь и в дальнейшем проницаемость деформированного грунта соотносится с проницаемостью исходного (недеформированного) грунта.

Однако более физически обоснованным представляется подход, который опирается на эмпири-

ческие формулы, предназначенные для определения скорости осаждения взвешенных частиц и позволяющие надежно оценивать взаимное влияние твердой и жидкой фаз общего двухкомпонентного потока в стесненных условиях (при наличии взаимодействия между подвижными частицами). Такие формулы нашли широкое применение, например, в технологиях обработки растворов и многофазных жидкостей. В частности, практика свидетельствует об эффективности следующих зависимостей [14]:

$$u_c = 10^{-1.82(1-\varepsilon)} \cdot \varepsilon^2 u_{nc} \quad \text{при } \varepsilon > 0.7, \quad (14)$$

$$u_c = 0.123 \frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon} u_{nc} \quad \text{при } \varepsilon \leq 0.7,$$

где u_c , u_{nc} – скорости стесненного и нестесненного осаждения взвешенных шарообразных частиц; ε – доля пространства грунта, заполненная жидкостью (в грунте ее аналогом есть пористость). Из зависимости (14) вытекают формулы для вычисления проницаемости k однородной твердой фазы:

$$k = \frac{d^2 \cdot 10^{1.82(1-\varepsilon)}}{18\varepsilon(1-\varepsilon)} \quad \text{при } \varepsilon > 0.7, \quad (15)$$

$$k = 0.452 \frac{d^2}{\varepsilon^2} \quad \text{при } \varepsilon \leq 0.7.$$

Реальным диапазоном изменения параметров (концентраций) n_c , m_c , m_s , как правило, отвечают значения $\varepsilon \leq 0.7$. Поэтому в последующем анализе пропускной способности грунта будет задействована только вторая из формул (15). Именно на ее основе и были построены базовые зависимости для раздельного расчета проницаемостей отдельных фракций модельного грунта. И прежде всего понадобилось скорректировать значения пористости ε , так как каждая фракция твердой фазы вместе с жидкой фазой занимает только соответствующую часть общего пространства. Тогда при определении проницаемости первой фракции (скелета) под ε следует понимать величину $n_w(1 - n_c)^{-1}$, а проницаемости второй фракции – величину $n_c(1 - m_c)^{-1}$. Таким образом, для проницаемости скелета грунта k_s в присутствии неструктурных частиц концентрацией n_c можно, исходя из формулы (15), рекомендовать простое выражение

$$k_s = \frac{d_s^2 n_w^4}{146.3 m_s^2 (1 - n_c)^2}. \quad (16)$$

Аналогичным образом получена и зависимость для определения проницаемости ансамбля (фракции) суффозионных частиц k_c при условии, что

доля пространства грунта, занятая структурными частицами, составляет m_s :

$$k_c = \frac{d_c^2 n_w^4}{146.3(1 - m_s)^2 n_c^2}. \quad (17)$$

Очевидно, что проницаемость грунта в суффозионной зоне k_{se} можно находить, также используя выражение (16) при $n_c = 0$:

$$k_{se} = \frac{d_s^2 (1 - m_s)^4}{146.3 m_s^2}. \quad (18)$$

В частном случае, когда твердая фаза грунта сложена из двух неподвижных фракций (недеформированный модельный грунт), ее общая проницаемость k_o находится как среднее геометрическое проницаемостей k_s и k_c , определяемых выражениями (16) и (17) соответственно при $n_c = m_c$ (обозначаются k_{so} и k_{co}):

$$k_o = \frac{k_{so} k_{co}}{k_{so} + k_{co}}. \quad (19)$$

Для расчета общей проницаемости аккумулярующей зоны k_{sc} при строгом учете подвижности второй фракции применяется следующая формула:

$$k_{sc} = \frac{k_s k_c u}{k_s + k_c u}. \quad (20)$$

Формулы (19), (20) получены из обобщенного уравнения движения грунтовых вод. Однако удобнее всего оценивать последствия от деформирования грунта для его водного режима путем сопоставления значений проницаемости области деформаций с проницаемостью невозмущенного участка фильтрационного потока. С целью упрощения подобных расчетов были построены зависимости для относительных проницаемостей $K_{sc} = k_{sc}/k_o$ и $K_{so} = k_{so}/k_o$:

$$K_{sc} = \frac{\lambda(1 - \beta N_c)^4 u}{\gamma^4 D^2 N_c^2 + (\beta + \gamma - \beta \gamma N_c)^2 u}, \quad (21)$$

$$K_{se} = \frac{\lambda}{(\beta + \gamma)^2}. \quad (22)$$

Здесь $\lambda = (\gamma^4 D^2 + (\beta + \gamma - \beta \gamma)^2)/(1 - \beta)^4$. В принципе несложно выполнить аналогичные обобщения для проницаемостей деформированного и недеформированного многофракционных грунтов. Такие формулы получены, но здесь не приводятся, поскольку не имеют прямого отношения к рассматриваемому двухфракционному грунту.

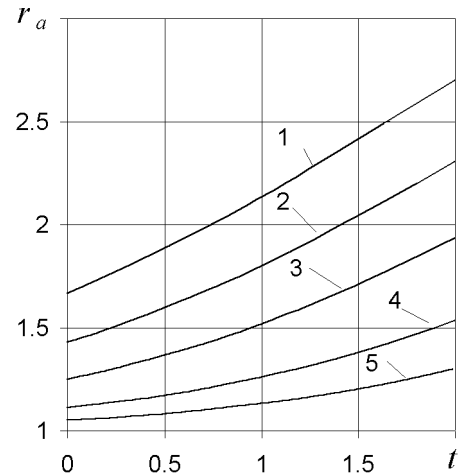


Рис. 1. Перемещение внешней границы аккумулярующей зоны:
 $1 - \beta = 0.4$; $2 - \beta = 0.3$; $3 - \beta = 0.2$;
 $4 - \beta = 0.1$; $5 - \beta = 0.05$

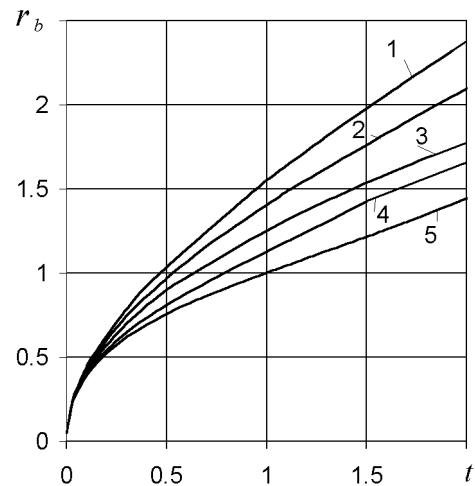


Рис. 2. Перемещение внутренней границы аккумулярующей зоны:
 $1 - \beta = 0.4$; $2 - \beta = 0.3$; $3 - \beta = 0.2$;
 $4 - \beta = 0.1$; $5 - \beta = 0.05$

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

При расчетах многочисленных примеров основное внимание уделялось динамике и характеру распределения в пределах аккумулярующей зоны относительных концентраций суффозионных частиц N_c и проницаемости K_{sc} . Выбранный диапазон изменения основного параметра задачи $\beta = 0.05 \div 0.4$ в сочетании со значениями $\gamma = 0.1, 0.2$ и $D = 3, 10$ в целом отражает многообразие суффозионных грунтов, содержания в них структурных и неструктурных частиц, соотношения их размеров.

В первую очередь рассчитывалось изменение положения внутренней и внешней границ аккумулирующей зоны при типичных значениях $\beta = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$. Протяженность этой зоны наряду с концентрацией в ней суффозионных частиц тесно связаны с интенсивностью фильтрационного потока. Величина $r_a(t)$ вычислялась по формуле (9), а полученные при этом результаты представлены на рис. 1. Легко убедиться из формулы (9), что начальное значение текущей величины r_{a0} равно $1/(1-\beta)$, а скорость движения внешней границы dr_a/dt составляет $(r_a - 1)/r_a$. Следовательно, скорость dr_a/dt будет постоянно возрастать от значения β при $t = 0$ до 1 при $t \rightarrow \infty$. Несколько иной характер имеет перемещение внутренней границы. Об этом свидетельствуют данные вычислений величины $r_b(t)$, выполненные для тех же значений β с использованием условия (11) и приведенные на рис. 2. Так, характеристики движения упомянутой границы уже зависят от положения входного сечения фильтрационного потока (параметра r_o). В начальный момент времени r_b при любых β равна r_o , а скорость ее перемещения будет

$$\frac{dr_b}{dt} = \frac{1}{2r_b} \sqrt{(1+r_b)^2 - 4r_b(1-\beta)(1+\beta r_o)}.$$

Разница между скоростями dr_a/dt и dr_b/dt при $t = 0$ составляет

$$(1-r_o)^2 + 4\beta r_o(1-r_o).$$

Так как $r_o < 1$ (в случае $r_o \geq 1$ расход дрены Q не в состоянии обеспечить в области фильтрации скорость течения $u > u_k$), то указанная разница является положительной и обе границы сразу начинают сближаться, асимптотически приближаясь друг к другу. Следовательно, при $t \rightarrow \infty$ $dr_b/dt \rightarrow 1$, причем всегда $dr_b/dt > dr_a/dt$. Достаточно полное представление о характере перемещения этих границ и влиянии на него относительного содержания неструктурных частиц дают рис. 1, 2.

Объем аккумулирующей зоны по крайней мере на начальном этапе деформаций сокращается, что ведет к резкому увеличению концентрации мобильных частиц в ней. Таким образом, содержание подвижных частиц в указанной зоне с развитием деформационного процесса приобретает решающее значение для фильтрационного режима в целом. Поэтому особое внимание было уделено количественному анализу изменения относительной концентрации N_c во времени и пространстве. На рис. 3 показаны распределения величины N_c в радиальном направлении при $\beta = 0.2$ в

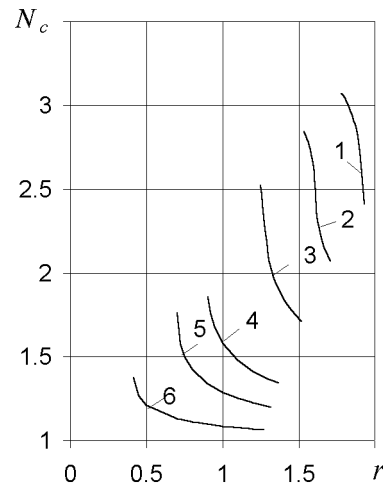


Рис. 3. Профили относительной концентрации суффозионных частиц в аккумулирующей зоне:
 1 - $t = 2$; 2 - $t = 1.5$; 3 - $t = 1$;
 4 - $t = 0.5$; 5 - $t = 0.3$; 6 - $t = 0.1$

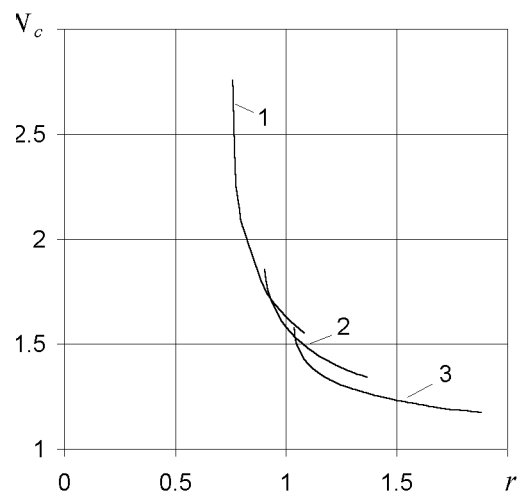


Рис. 4. Профили относительной концентрации N_c при $t = 0.5$:
 1 - $\beta = 0.05$; 2 - $\beta = 0.2$; 3 - $\beta = 0.4$

различные моменты времени $t = 0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.5, 2$. Первоначально равномерное распределение ($n_c = m_c, N_c = 1$) уже к моменту $t = 0.1$ (кривая 6) становится заметно неравномерным. Вблизи внутренней границы частицы накапливаются быстрее. Значения концентрации n_c на обеих границах отличаются на 20–30%. Предельное значение N_c при $t = 2$ превышает 3 (кривая 1), так что суффозионные частицы будут занимать свыше 60% максимально возможного порового пространства (его доля от пространства грунта составляет $1 - m_s$). Очевидно, что с ростом исходного содержания таких частиц их накопление в ак-

кумулюючої зоні відбувається інтенсивніше. Однак, як видно з рис. 4, N_c по мірі збільшення β стає менше, що пояснюється суттєво більшими при цьому протяжністю ($r_a - r_b$) і об'ємом даної зони. Так як найбільш небагатриятні фільтраційні умови складаються поблизу внутрішньої межі цієї зони, то поведінку величини N_c при $r = r_b$ розглядали окремо. Характер її зміни при різних β представлений на рис. 5 (криві 1–5). Тут же наведені криві $N_c(t)$ для фіксованих перерізів $r = 1$ і $r = 1.5$ (6, 7), які знаходяться всередині і поза області деформації в початковому стані. В перерізі $r = 1$ зростання N_c починається одразу і продовжується до моменту $t = 0.618$ проходження через нього внутрішньої межі ($r_b = 1$). В перерізі $r = 1.5$ накопичення частинок відбувається з моменту $t = 0.943$ і до $t = 1.43$, які відповідають значенням $r_a = r_b = 1.5$. Максимальні значення N_c рівні відповідно 2.048 і 2.807, а потім концентрація частинок миттєво падає до 0 (згадані перерізи перебувають в суффузійній зоні). Частка максимального порового простору $1 - m_s$ в накопичуючій зоні, вільна від частинок ґрунту, рівна βN_c і поступово зменшується (рис. 6), причому швидше при більших значеннях β . В цілому величина βN_c змінюється від початкового значення β до 1 при $t \rightarrow \infty$, але, наприклад, вказане простір буде заповнено частинками другої фракції наполовину к моменту $t = 0.71$ при $\beta = 0.4$ і тільки к моменту $t = 1.822$ при $\beta = 0.2$. Нарешті при $t = 2.3$ і $\beta = 0.4$ рідина буде займати менше 20% цього простору. Тут слід підкреслити, що реальна картина в деформованому ґрунті при високому вмісті неструктурних частинок навіть на ділянці двофазного потоку малої протяжності буде суттєво відрізнятися від розрахованої на базі моделі (1), (2), а причину такого розходження перш за все слід шукати в обмеженості ресурсів технічних засобів, що керують водним режимом ґрунту. Непосередньо інтенсивність перерозподілу суффузійних частинок в зоні деформації характеризується їх безрозмірним коефіцієнтом Q_c , а саме:

$$Q_c = \beta r N_c (u - 1).$$

Величина Q_c зберігається постійною вздовж накопичуючої зони і залежить від β . В частності, при $\beta = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ і 0.4 вона рівна відповідно 0.0476, 0.0955, 0.192, 0.2895 і 0.388. Приплив частинок до внутрішньої межі вказаної зони викликає підвищення їх концентрації тут

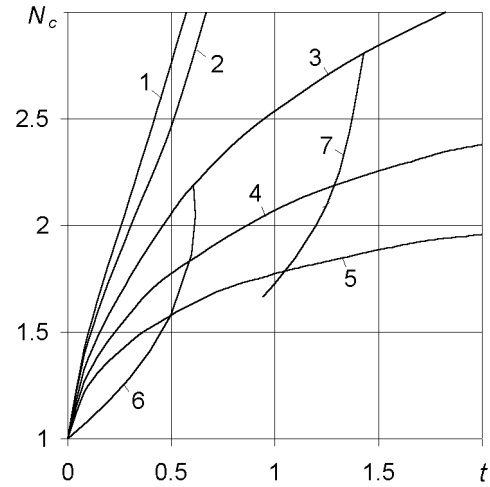


Рис. 5. Зміна в часі відносної концентрації N_c на межі $r = r_b$ (1–5) і при $r = 1$ (6), $r = 1.5$ (7):
 1 – $\beta = 0.05$; 2 – $\beta = 0.1$; 3, 6, 7 – $\beta = 0.2$;
 4 – $\beta = 0.3$; 5 – $\beta = 0.4$

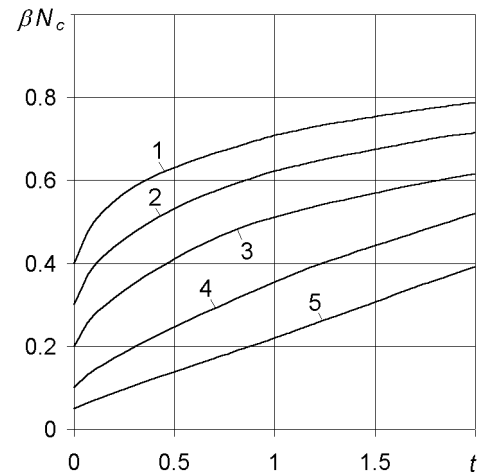


Рис. 6. Зміна в часі частки порового простору βN_c при $r = r_b$:
 1 – $\beta = 0.4$; 2 – $\beta = 0.2$; 3 – $\beta = 0.1$;
 4 – $\beta = 0.05$

і відбувається інтенсивно

$$q_c = r_b \beta^2 N_{cb}^2, \quad N_{cb} = N_c(r_b, t).$$

Графіки зміни q_c в часі для різних β представлені на рис. 7.

Найважливіше значення проникності області деформації в формуванні фільтраційного режиму суффузійних ґрунтів заключається в тому, що вона визначає місце, час початку утворення, а внаслідок цього і фільтраційні властивості зони колюматажа. В зв'язі з цим набувають особливого значення кількісні оцінки відносних проникностей накопичуючої і суффузійної зон K_{sc} , K_{so} , які виконані

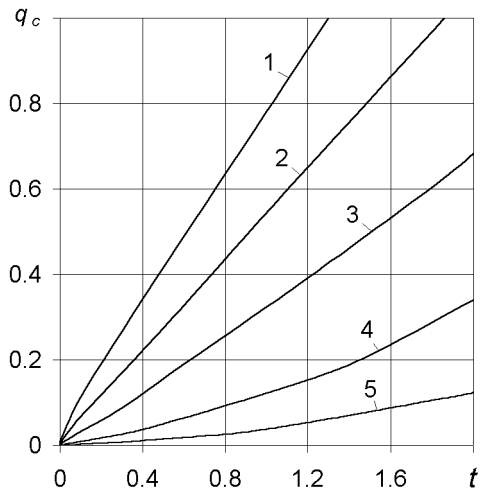


Рис. 7. Интенсивность потока твердых частиц к внутренней границе аккумуляющей зоны:
 1 - $\beta = 0.4$; 2 - $\beta = 0.3$; 3 - $\beta = 0.2$;
 4 - $\beta = 0.1$; 5 - $\beta = 0.05$

на основе формул (13), (21), (22). Следует отметить, что силы взаимодействия между твердой и жидкой фазами грунта и их мера (проницаемость k) тесно связаны не только с содержанием твердых частиц, но и способом их компоновки. Поэтому для достоверной характеристики величин k , K необходимо дополнительно использовать параметры γ , D , а в условиях движения одной из фракции твердой фазы также и скорость u . Влияние каждого из перечисленных параметров задачи на проницаемость грунта специфично и для полноты анализа оценивалось раздельно. Параллельные расчеты относительной проницаемости K_{sc} по формулам (13) и (21) выполнялись с целью сопоставления обоих подходов к расчету проницаемости разных фракций грунта, описанных во втором разделе, и выяснения их согласованности. В первую очередь было проанализировано влияние подвижности второй фракции на проницаемость аккумуляющей зоны. Для этого величина K_{sc} сравнивалась с предельными относительными проницаемостями K_{max} , K_{min} , которые вычислялись по следующим формулам:

$$K_{max} = \frac{\lambda(1 - \beta N_c)^4}{(\beta + \gamma - \beta \gamma N_c)^2}, \quad (23)$$

$$K_{min} = \frac{\lambda(1 - \beta N_c)^4}{\gamma^4 D^2 N_c^2 + (\beta + \gamma - \beta \gamma N_c)^2}. \quad (24)$$

Здесь K_{max} характеризует проницаемость аккумуляющей зоны при синхронном движении грунтовых вод и частиц второй фракции. В этом случае твердая фаза оказывает минимальное со-

противление потоку грунтовых вод, а проницаемость указанной зоны максимальна. Другой крайний случай имеет место, если считать суффозионные частицы здесь неподвижными. Тогда проницаемость аккумуляющей зоны будет наименьшей, а относительная величина K_{min} ограничит возможные значения K_{sc} снизу. Результаты расчетов относительной проницаемости K_{sc} и мажорант K_{max} , K_{min} для значений $\beta = 0.1$ и 0.4 , $\gamma = 0.2$, $D = 3$ на момент $t = 1$, а также для $\beta = 0.2$ на моменты $t = 0.3, 0.5$ и 1 представлены на рис. 8, 9 соответственно.

Проще всего сделать оценку максимальной погрешности при определении проницаемости деформируемого грунта, которая обусловлена некорректным с физической точки зрения учетом поведения мобильных частиц. Значения такой погрешности P вычислялись по формуле

$$P = \left(\frac{K_{max}}{K_{min}} - 1 \right) \cdot 100\%$$

и при выбранных параметре β , моментах времени варьировались в широких пределах - от 25 до 380%, а в среднем превышали 100%. Уже отсюда можно заключить, что для надежного нахождения текущей проницаемости грунта (при его деформировании) необходимо принимать во внимание подвижность суффозионных частиц. Фактическая величина $K_{sc}(r)$ располагается между $K_{max}(r)$ и $K_{min}(r)$, причем заметно ближе к K_{min} (в случае $\beta = 0.2$ и $t = 2$ K_{sc} практически совпадает с K_{min}). Кроме того, на внешней границе аккумуляющей зоны $K_{sc} = K_{min}$ по определению, так как здесь $u = 1$. Также из рис. 8, 9 видно, что с увеличением β требования к точности выбора текущей проницаемости можно снижать, а с увеличением времени они должны повышаться. Но, пожалуй, наиболее существенный в практическом отношении вывод можно сделать на основании рис. 10, иллюстрирующего типичную динамику проницаемости аккумуляющей зоны k ($\beta = \gamma = 0.2$, $D = 5$). Установлено, что прогрессирующее перераспределение неструктурных частиц в зоне деформаций в конце концов обуславливает резкое понижение k (в данном примере к моменту $t = 1.5$ k уменьшилось примерно в 10 - 50 раз). Хотя опять-таки в реальных условиях вследствие раннего формирования кольматационного слоя подобное падение проницаемости может и не произойти.

Специального разъяснения требует поведение K_{sc} на начальном этапе деформаций ($t < 0.3$). Как следует из выражений для $K_{sc}(r, t)$ (13), (21), исходное распределение $K_{sc}(r, 0)$ не равно тожде-

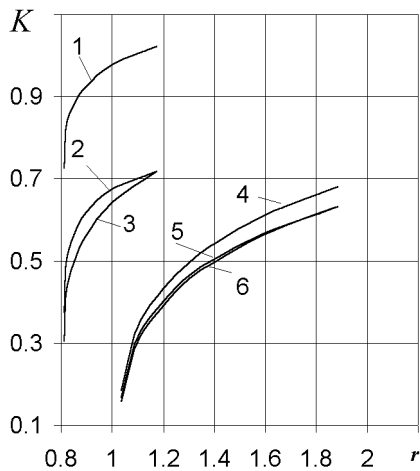


Рис. 8. Профили $K_{sc}(r)$, $K_{max}(r)$, $K_{min}(r)$ в аккумуляющей зоне при $t = 0.5$:
 $1-3 - \beta = 0.1$; $4-6 - \beta = 0.4$;
 1, 4 - K_{max} ; 2, 5 - K_{sc} ; 3, 6 - K_{min}

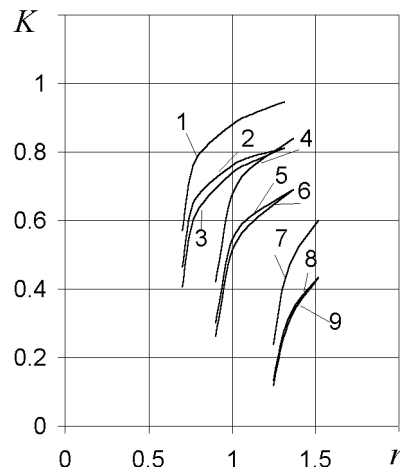


Рис. 9. Профили $K_{sc}(r)$, $K_{max}(r)$, $K_{min}(r)$ в аккумуляющей зоне:
 $1-3 - t = 0.3$; $4-6 - t = 0.5$; $7-9 - t = 1$;
 1, 4, 7 - K_{max} ; 2, 5, 8 - K_{sc} ; 3, 6, 9 - K_{min}

ственно 1. Более того, $K_{sc}(r, 0) > 1$ при $r_o \leq r < r_{ao} = 1/(1 - \beta)$ и только при $r = r_{ao}$ $K_{sc}(r, 0) = 1$. Получить начальный профиль $K_{sc}(r, 0)$ можно, подставив в выражения (13), (21) величину $u(r, 0) = 1/r + \beta$. Тогда в случае, например, формулы (13),

$$K_{sc}(r, 0) = \frac{(1 + \gamma D)^2 (1 + \beta r + \gamma r)^2}{(1 + \gamma)^2 (1 + \beta r + \gamma D r)^2}$$

Избыточная проницаемость аккумуляющей зоны (по сравнению с недеформированным грунтом) при малых значениях t объясняется пренебрежением силами инерции в используемом уравнении движения грунтовых вод (строго говоря, оно правомочно только для условий динамического равновесия). Очевидно, что физический смысл будут иметь только значения $K_{sc} < 1$, которые достигаются в рассчитанных примерах при $t = 0.2 \dots 0.3$.

Существенным образом отражается на величине K_{sc} и значение β , о чем можно судить по рис. 11. В примере с $\gamma = 0.2$, $D = 3$ и для $t = 0.5$ получено, что с ростом β от 0,05 до 0,4 проницаемость K_{sc} вблизи внутренней границы ($r = r_b$) уменьшается примерно в 2,5 раза, но мало меняется около внешней границы ($r = r_a$). Критическое сечение (с наименьшим значением k) смещается от r_a до r_b , что говорит о более быстрой трансформации профилей $K_{sc}(r)$ в грунтах с высоким содержанием суффозионных частиц. Более точное представление о влиянии на K_{sc} механических свойств грунта дают данные расчетов по формуле (21) при характерных значениях $\gamma = 0.1, 0.2$ и $D = 3, 10$ для $t = 0.5$, которые приведены на рис.

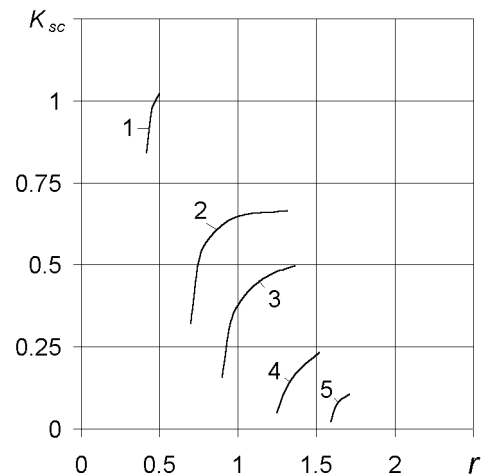


Рис. 10. Профили относительной проницаемости аккумуляющей зоны $K_{sc}(r)$:
 $1 - t = 0.1$; $2 - t = 0.3$; $3 - t = 0.5$;
 $4 - t = 1$; $5 - t = 1.5$

12. При увеличении отношения диаметров частиц разных фракций D с 3 до 10 наблюдается закономерное уменьшение величины K_{sc} в 1.25 – 2 раза. Рост доли неструктурных частиц интенсифицирует накопление указанных частиц и способствует заметному снижению K_{sc} , в частности, при удвоении γ K_{sc} становится меньше на 15 – 100%. Данные расчетов большого количества примеров были, кроме того, обобщены с целью лучшего понимания зависимости проницаемости K_{sc} от β в полном диапазоне $[0, 0.4]$ при выбранных выше значениях γ и D . В результате этого построены кривые $K_{sc}(\beta)$ при $r = r_b$ и $t = 0.5$ (рис. 13), которые позво-

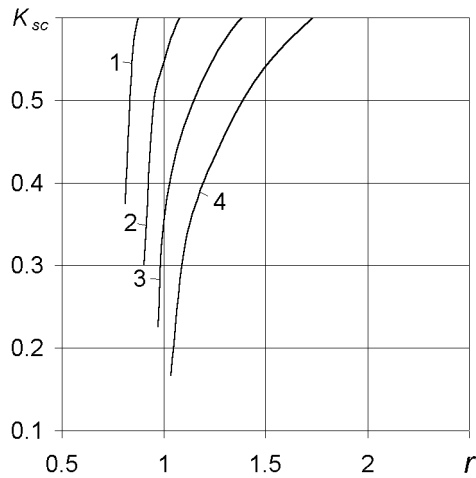


Рис. 11. Профили $K_{sc}(r)$:
 1 – $\beta = 0.1$; 2 – $\beta = 0.2$; 3 – $\beta = 0.3$;
 4 – $\beta = 0.4$

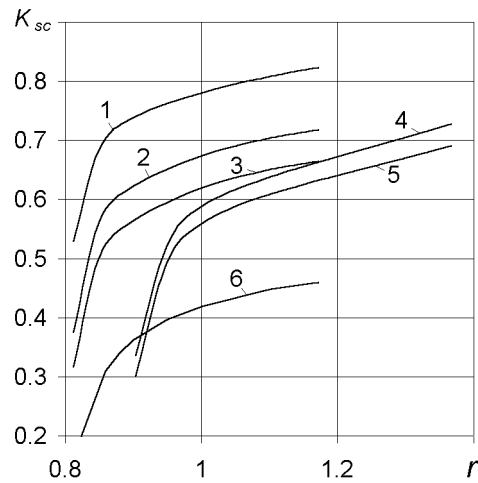


Рис. 12. Профили относительной проницаемости в аккумуляющей зоне при $t = 0.5$:
 1–3, 6 – $\beta = 0.1$; 4, 5 – $\beta = 0.2$; 1, 3, 4 – $\gamma = 0.1$;
 2, 5, 6 – $\gamma = 0.2$; 1, 2, 4, 5 – $D = 3$; 3, 6 – $D = 10$

ляют сделать вывод о значимом влиянии указанных параметров, главным образом при $\beta \leq 0.2$. Попутно оценивалось влияние механических параметров β , γ , D на относительную проницаемость суффозионной зоны K_{se} . Выяснилось, что величина K_{se} в наибольшей степени зависит от β – при его увеличении от 0.05 до 0.4 K_{se} уменьшается в среднем в 2.5 раза. В то же время при $\beta = 0.05$ и изменении γ с 0.1 до 0.2 K_{se} выросла почти на 80%, а при больших β почти не менялась. О существенном влиянии соотношения диаметров частиц обеих фракций на относительную проницаемость наглядно свидетельствует рис. 14. На нем приведены кривые изменения K_{sc} на внутренней границе ($r = r_b$) от $\lg D$ для значений $\beta = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$ и $\gamma = 0.1, 0.2$. В наибольшей степени такое влияние проявляется в диапазоне D 3...10. Именно поэтому в рассчитанных примерах в качестве характерных значений выбирались $D = 3$ и 10. При очень больших соотношениях D ($D > 20$), что свойственно, например, золоотвалам [15], проницаемость грунта почти не зависит от этого параметра.

Реализация первого подхода, базирующегося на модифицированной формуле Козени-Кармана, дала очень близкие результаты для всего расчетного периода. На рис. 15 изображены профили $K_{sc}(r)$, рассчитанные по обобщенной формуле (13) при $\beta = \gamma = 0.2$, $D = 3$ и 10 на моменты времени $t = 0.1, 0.3, 0.5, 1$. Сравнительный анализ рис. 10 и 15 свидетельствует о близости упомянутых профилей при всех значениях t . Достаточно сказать, что относительная разница в

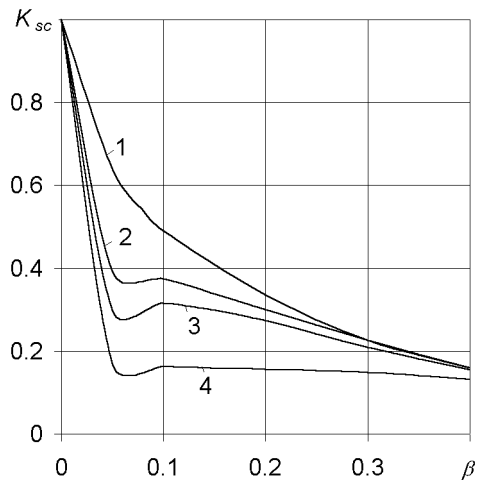


Рис. 13. Зависимость $K_{sc}(\beta)$ при $r = r_b$:
 1 – $\gamma = 0.1$; $D = 3$; 2 – $\gamma = 0.2$; $D = 3$;
 3 – $\gamma = 0.1$; $D = 10$; 4 – $\gamma = 0.2$; $D = 10$

соответствующих значениях K_{sc} была преимущественно в пределах от 10 до 30%. Эта разница не зависела от времени при том, что проницаемость грунта в аккумуляющей зоне уменьшилась в несколько десятков раз. Здесь полезно напомнить, что точность измерений коэффициента фильтрации (проницаемости) на практике, как правило, меньше. Это дает основание считать оба подхода к определению проницаемости деформируемого грунта равноценными, хотя по физическим соображениям предпочтительнее выглядит все-таки второй подход. Наконец, высокая степень согласованности результатов косвенно подтверждает фи-

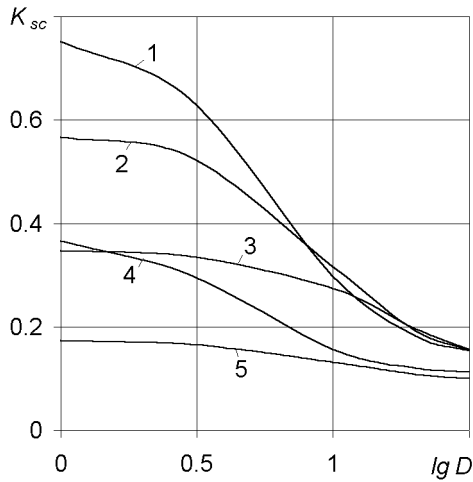


Рис. 14. Графики изменения K_{sc} при $r = r_b$ от соотношения диаметров D :
 1-3 - $\gamma = 0.1$; 4, 5 - $\gamma = 0.2$; 1 - $\beta = 0.05$;
 2 - $\beta = 0.1$; 3, 4 - $\beta = 0.2$; 5 - $\beta = 0.4$

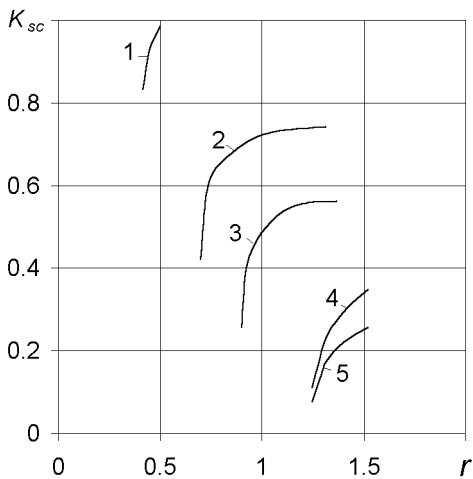


Рис. 15. Профили $K_{sc}(r)$ на основе обобщенной формулы Козени-Карман:
 1 - $t = 0.1$; 2 - $t = 0.3$; 3 - $t = 0.5$;
 4, 5 - $t = 1$; 4 - $D = 3$; 5 - $D = 10$

зическую обоснованность предложенных подходов и формул (13), (21).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В суффозионном грунте действие сосредоточенного источника с расходом, обеспечивающим скорость течения грунтовых вод больше критической, обуславливает перераспределение неструктурных частиц в области деформаций с образованием суффозионной и аккумулирующей зон. Ин-

тенсивность процессов переноса таких частиц и их накопления в аккумулирующей зоне определяется физико-механическими условиями в фильтрационном потоке, режимом работы регулирующего устройства (дренажа). В отсутствии выноса мобильных частиц из грунта их концентрация на периферии области деформаций быстро нарастает. Объем аккумулирующей зоны со временем увеличивается, а ее протяженность сокращается. Формально при $t \rightarrow \infty$ твердая фаза в ней должна полностью вытеснить жидкость, постепенно заполнив все поровое пространство, но на бесконечно большом расстоянии от дрены ($r_b \rightarrow \infty$). На практике подобное не происходит в связи с тем, что серьезное ухудшение фильтрационных условий и вызванное этим снижение расхода источника в конце концов приводит к осаждению подвижных частиц и формированию коагуляционного слоя, обладающего уже устойчивой структурой. Сосредоточение большого количества частиц в удаленной части области деформаций является причиной уменьшения проницаемости грунта здесь в десятки и даже сотни раз.

Для достоверного расчета текущих значений проницаемости (коэффициента фильтрации) необходимо детально учитывать не только механические свойства грунта, но и кинематику фильтрационного течения. Поэтому величину проницаемости грунта в ходе его деформирования установить существенно проще теоретическим путем, опираясь на основополагающие представления теорий фильтрации и взвесенесущих потоков. Проницаемость каждой фракции следует оценивать отдельно с учетом ее структурных или динамических особенностей. Тогда общая (эффективная) проницаемость твердой фазы определяется на основе обобщенного уравнения движения грунтовых вод. В случае несвязных грунтов рекомендуется использовать или формулы, построенные на базе эмпирических моделей стесненного осаждения частиц в жидкой среде, или модифицированную формулу Козени-Кармана, которые дают почти идентичные результаты. Нахождение текущей проницаемости грунта без аккуратного учета особенностей взаимодействия твердой и жидкой фаз при движении фракций суффозионных частиц чревато ошибками, которые измеряются сотнями процентов. В заметно большей степени на проницаемость деформируемого грунта влияет содержание структурообразующих и неструктурных частиц, а в меньшей – их относительные размеры (соотношение) диаметров.

1. Дмитрієв Д.А. Вплив суфозійних деформацій у ґрунті на коефіцієнт фільтрації // Вісник РДТУ.– 1999.– Вип.2, - 4.1.– С. 132–135.
2. Мурашко А. И., Сапожников Е.Г. Защита дренажа от заиления.– Минск: Ураджай, 1978.– 168 с.
3. Никаньшин Д.П., Никифоров А.И. Моделирование переноса частиц различного размера двухфазным фильтрационным потоком // ИФЖ.– 2000.– 73, N 3.– С. 497–500.
4. Олейник А.Я., Тугай А.М. Моделирование процессов кольматажа и суффозии в прифилтровой зоне скважины // Доп. НАН України.– 2001.– N 9.– С. 190–194.
5. Lennoz-Gratin Ch. Effect of envelopes on flow pattern near drain pipe // J. Irrig. and Drain. Engrg., ASCE.– 1989.– 115, 4.– P. 626–641.
6. Miller D.W., Willardson L.S. Head loss at soil-drain envelope interfaces // J. Irrig. and Drain. Engrg., ASCE.– 1983.– 109, 2.– P. 211–220.
7. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4, N 4.– С. 60–73.
8. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР(1917-1967).– М.: Наука, 1969.– 545 с.
9. Алексеев В.С., Коммунар Г.М. Кольматаж фильтров и прифилтровых зон водозаборных скважин // Водн. ресурсы.– 1974.– N 5.– С. 170–174.
10. Пивовар Н.Г., Бугай Н.Г., Фридрихсон В.А. и др. Дренаж с волокнистыми фильтрами для защиты территорий от подтопления.– К.: НАНУ. Институт гидромеханики, 2000.– 332 с.
11. Хлапук М.М. Математичне моделювання процесу фільтрації в середовищах, де відбувається механічна суфозія // Гидромеліорація та гідротехнічне будівництво.– 1998.– Вип.23.– С. 92–98.
12. Поляков В.Л. К вопросу о фильтрационных деформациях в несвязных грунтах // Доп.НАН України.– 2001.– 00, N 00.– С. 00–00.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.– М.: Наука, 1973.– 831 с.
14. Романьков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии.– Л.: Химия, 1982.– 288 с.
15. Пивовар Н.Г., Бугай Н.Г., Хлапук А.Н., Ткач В.В. Применение золошлаковых отходов ГРЭС при строительстве дренажа // Мелиорация и водное хозяйство // К.: Урожай.– 1987.– Вип.66.– С. 56–59.