

УДК 517.2

## ДЛИНА ВХОДНОГО УЧАСТКА КАНАЛА С ЛИНЕЙНОЙ ЛЕГКОПРОНИЦАЕМОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Е. А. ГАЕВ\*, С. З. ШИХАЛИЕВ\*\*

\* Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

\*\* Институт проблем моделирования в энергетике НАН Украины, Киев

Получено 17.09.2002 ◊ Пересмотрено 04.03.2003

На основе численного решения двумерных стационарных уравнений Навье-Стокса, описывающих вход несжимаемой вязкой жидкости в плоский канал с симметричными "пористыми слоями" (проницаемой шероховатостью) у стенок, дан анализ ламинарных течений с числом Рейнольдса  $Re$  до 1000, представлена зависимость длины входного участка канала  $L_x$  от плотности пористых слоев и  $Re$ . Различное предельное поведение  $L_x$  при малых и больших  $Re$  свидетельствует о применимости приближения пограничного слоя лишь для больших  $Re$ .

На основі чисельного розв'язування двовимірних стаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса, які описують вхід нестисливої в'язкої рідини в плоский канал з симетричними "пористими шарами" (проникною шорсткістю) біля стінок, дано аналіз ламінарних течій з числом Рейнольдса  $Re$  до 1000, представлено залежність довжини вхідної ділянки каналу  $L_x$  від щільності пористих шарів і  $Re$ . Різна поведінка  $L_x$  при малих та великих  $Re$  свідчить, що наближення пограничного шару може бути застосовано лише для великих  $Re$ .

Analysis of viscous incompressible flow entering a channel with symmetrical near-wall porous layers (penetrable roughnesses) has been provided based on numerical solution of two-dimensional stationary Navier-Stokes equations with the Reynolds number  $Re$  up to 1000. Dependence of the initial region length upon porous layer density and  $Re$  has been given. Its different behaviour for small and large  $Re$  means that boundary layer approximation is valid for only large  $Re$ .

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в инженерных и экологических приложениях появляется все больше работ, посвященных обтеканию протяженных "пористых структур": городской застройки [1, 2] или лесного массива [3, 4], брызгальных систем охлаждения [5] – атмосферным потоком; придонных зарослей – речным потоком [6–8] и т.п. Аналогичные задачи представляют интерес и для технической гидравлики. Одна из возможных здесь задач, изучение которой начато нами в [9] – вход жидкости и дальнейшее ее течение в трубе или напорном канале с пористыми слоями у стенок (рис. 1 из [9]) – и служит предметом дальнейшего, более углубленного рассмотрения в данной статье.

Задачу о входе вязкой несжимаемой жидкости в напорный канал с пористыми слоями у стенок в нашей недавней работе [9] удалось рассчитать для чисел Рейнольдса  $Re \leq 10$ . В данной работе получены и анализируются результаты численных расчетов для значительно больших чисел Рейнольдса  $Re \leq 1000$ . Анализ подтверждает сделанные ранее выводы о картине течения, но, с другой стороны, позволяет уточнить основные закономерности течения в широком диапазоне чисел  $Re$ . В частности, удалось более подробно проанализировать характер зависимости длины входно-

го участка  $L_x$  от числа Рейнольдса. Результаты могут представлять интерес для гидравлики трубопроводных систем с попутной очисткой воды пористыми фильтрами и гидродинамической теории смазки [10].

Пусть плоский канал полубесконечной длины имеет высоту  $H$ , а пористые слои высоты  $h$  у его стенок одинаковы по плотности, [9]. Вследствие некоторой постоянной разности давлений между входом и удаленным выходом из канала имеет место стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости, распределение скорости которого на входе в канал полагают равномерным и равным некоторому значению  $U_0$ . Физически очевидно, что поле скоростей течения будет существенно перестраиваться на некоторой длине канала, называемой *длиной входного участка*  $L_x$ , после чего установится какое-то одномерное распределение скорости  $U^{(s)}(z)$  и постоянный продольный градиент давления  $\frac{\partial p}{\partial x}$  [11, 13, 14].

Очевидно, что такая задача обобщает известную задачу о входе жидкости в полубесконечный напорный канал с гладкими стенками, впервые рассмотренную Шиллером и Шлихтингом [12, 13]. В частности, Шлихтинг оценил длину входного участка как

$$\bar{L}_x = L_x/H = aRe. \quad (1)$$

Числовое значение коэффициента в соотношении (1)  $a = 0,04$  получено им в предположении, что профиль скорости "приблизился" к параболическому, однако точность этого приближения  $\varepsilon$  не указана. Зубков в недавней работе [15] приводит значения  $a = 0,03$  для  $\varepsilon = 2\%$  и  $a = 0,045$  для  $\varepsilon = 1\%$ . Длина входного участка  $L_x$  имеет существенное значение в приложениях, например – для аэродинамики технологических аппаратов [16]. Поэтому ее определению посвящены и другие работы, например [10, 15]. Отметим, что в гидродинамической теории смазки известна и модификация задачи о входе жидкости в канал, одна из стенок которого движется [10]. Накопленный опыт позволяет корректно рассмотреть и данную задачу — более сложную, зависящую уже не от одного лишь числа Рейнольдса  $Re$ , но и от высоты и плотности пористых слоев.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

При небольшой, порядка 10 – 15%, объемной плотности препятствий, составляющих пористый слой, влияние пористой вставки моделируют посредством распределенной массовой силы, зависящей от вектора локальной скорости [3, 4, 14, 19] и направленной противоположно:

$$\vec{f} = \begin{cases} -c' \rho n |V|^k \vec{V}, & z \in [0, h] \cup [H - h, H], \\ 0, & z \in (h, H - h), \end{cases} \quad (2)$$

где  $n$  – счетная концентрация препятствий  $1/\text{м}^3$ . Показатель степени  $k$  принимают обычно в пределах  $1 \leq k \leq 2$  и коэффициент  $c'$  введен для "подгонки" размерности в зависимости от  $k$ . При квадратичной зависимости силы от скорости,  $k = 1$ , коэффициент пропорциональности есть  $\frac{1}{2} c_x S$ ,  $\text{м}^2$ , где  $S$  – площадь миделевого сечения индивидуального препятствия. При линейной зависимости,  $k = 0$  и ламинарном режиме обтекания препятствий в виде сфер можно считать  $c' = 6\pi\nu r$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$  [11], где  $r$  – радиус единичной сферы. Пористый слой по отношению к свободному наружному течению целесообразно интерпретировать как некоторую *легкопроницаемую шероховатость ЛПШ* [14]. Теоретические расчеты такой шероховатости используют, как правило, приближение пограничного слоя [3, 4]. В работе итальянских исследователей [19] хотя и сделан вывод о малости членов, которыми в приближении пограничного слоя пренебрегают, допустимость соответствующих упро-

щений все же остается вопросом открытым. Поэтому в настоящей работе рассматривается постановка задачи без таких упрощающих допущений, в полных уравнениях Навье-Стокса с разрывной массовой силой (2).

Задача исследуется в безразмерных переменных

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{H}, & \bar{z} &= \frac{z}{H}, & \bar{U} &= \frac{U}{U_0}, & \bar{V} &= \frac{V}{U_0}, \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho U_0^2}, & \bar{\tau} &= \frac{\tau}{\rho U_0^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $U_0$  – заданное значение продольной скорости на входе;  $\tau$  рассматривается как трение. Тогда уравнения Навье-Стокса движения жидкости запишутся в следующем виде (черту как знак обезразмеривания опускаем):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) - \\ &- \begin{cases} AU, & z \in [0, h] \cup [1 - h, 1], \\ 0, & z \in (h, 1 - h), \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) - \\ &- \begin{cases} A\bar{V}, & z \in [0, h] \cup [1 - h, 1], \\ 0, & z \in (h, 1 - h), \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0.$$

Аналогично работе [9], здесь  $\bar{h} = h/H$ , принят линейный закон силы  $k = 0$  и число Рейнольдса определено как  $Re = U_0 H/\nu$ . Коэффициент  $A = \frac{c' n H}{U_0}$  имеет смысл безразмерной плотности ЛПШ (обратно-пропорционален пористости слоев). Граничные условия, формализующие сказанное об ожидаемом поведении течения, запишем в виде

$$\begin{aligned} x = 0 : & \quad U = 1, \quad V = 0, \quad p = \bar{p}_0 = 0; \\ x = x_L : & \quad \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\beta; \\ z = 0 : & \quad U = V = 0; \\ z = 1 : & \quad U = V = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Получившаяся задача (4) - (5) отличается от известной [12, 13] наличием силового члена (2) в правых частях. Аналогичная задача с силой, пропорциональной  $U$ -компоненте скорости, возникает и в теории канальных МГД-течений [20]. Дополнительное своеобразие данной задачи заключается в

разрывности силы (2), ее отсутствию в центральной части канала.

Удаление  $x = x_L$ , на котором ставятся условия на выходе из расчетной области, должно быть заведомо больше длины входного участка,  $x_L \gg L_x$ . Дальнейшее течение при  $x > L_x$  стабилизировано по продольной координате  $x$ , поэтому краевая задача (4)-(5) становится одномерной:

$$\frac{1}{\text{Re}} U^{(s)''} + \beta = \begin{cases} AU^{(s)}, & z \in [0, h] \cup [1-h, 1], \\ 0, & z \in (h, 1-h), \end{cases} \quad (6)$$

$$z = 0: U^{(s)} = 0; \quad z = \frac{1}{2}: U^{(s)'} = 0.$$

Эта краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения (6) может быть решена аналитически (для этого, собственно, и введено предположение о линейности ЛПШ  $k = 0$ ). Решение приведено в [9, 14]. Полученные формулы обобщают известный профиль скорости Пуазейля [11, 13], обращаясь в него при  $A = 0$  или  $h = 0$  (т. е. при отсутствии ЛПШ, при гладкой стенке канала). Распределения скорости одномерного стабилизированного течения подробно рассматривались в [9], нестационарные распределения при периодически пульсирующем градиенте давления изучались в [14, 21]. Подсчитав по формулам расход жидкости через сечение канала, получили связь между безразмерным градиентом давления  $\beta$  (равным половине коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$ ) и параметрами задачи  $\text{Re}$ ,  $A$  и  $h$ , [9]. Эта связь, обобщающая известную формулу гидравлического сопротивления канала при ламинарном режиме течения [11], дополняет и замыкает математическую модель (4) - (5).

Теперь обратимся к численному решению этой краевой задачи в частных производных. Как и ранее для малых чисел Рейнольдса [9], расчеты проведены методом установления в сочетании с методом искусственной сжимаемости [17, 18]. Однако теперь обеспечивать сходимость и точность алгоритма оказалось сложнее. Равномерные шаги по пространственным координатам  $\Delta x$  и  $\Delta y$ , а также шаг по фиктивному времени  $\Delta t$  задавались такими, чтобы обеспечить устойчивость и требуемую точность алгоритма. Для достижения последней при умеренных  $A$  и  $\text{Re}$  оказывалась достаточной сетка, содержащая вдоль и поперек канала соответственно 80 и 40 ячеек. При  $A < 1000/\text{Re}$  количество ячеек пространственной сетки доходило до 160 на 80, а при  $A \cdot \text{Re} > 1000$  – до  $320 \times 160$

ячеек. Соответственно, счет одного варианта на ПЭВМ Pentium III 667/128 занимал от 10 - 20 минут до нескольких часов процессорного времени. При больших значениях произведения  $A \cdot \text{Re}$  возникали новые расчетные трудности, преодолению которых предполагается посвятить дальнейшие исследования.

Результат расчета признавался удовлетворительным, если относительная погрешность по расходу жидкости, усредненная по длине канала, не превышала 0,001%. Однако и такое решение не всегда оказывалось достоверным. Окончательным и надежным критерием достоверности может служить сближение эюры продольной скорости течения на входном участке по мере роста  $x$  с аналитически найденным выражением (6) на участке стабилизации. Уменьшение шагов по пространственным координатам  $\Delta x$  и  $\Delta y$  такой результат гарантирует.

## 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Результаты численных расчетов входа жидкости в канал при  $\text{Re} = 1000$  представлены на рис. 1 и 2. Первый из них представляет трансформацию вдоль канала продольной скорости двух течений — для случая гладких стенок ( $A = 0$  либо  $h = 0$ , рис. 1,а) и случая ЛПШ плотности  $A = 1$  и высоты  $h = 0,3$  у стенок (рис. 1,б). Результаты, аналогичные первому расчету, ранее публиковались другими авторами [22, 23] и приведены здесь для сопоставления. Они показывают, что равномерный в начальном сечении профиль скорости с продвижением потока вдоль канала с гладкими стенками постепенно трансформируется в параболический, отвечающий стабилизированному ламинарному течению в бесконечно длинном канале [11, 13]. При этом у стенок канала образуются постепенно расширяющиеся пограничные слои. На длине канала порядка 40, согласно (1), пограничные слои смыкаются, трансформация профиля завершается и он приобретает окончательную (предельную) форму в виде параболы (штриховая линия). Максимум продольной скорости имеет место в центре канала; он постепенно увеличивается, достигая значения 1.5, если выражен в безразмерных координатах (3).

На рис. 2 даны распределения трения поперек течения  $\tau(x, z) = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial z}$  в случаях канала с гладкими стенками (рис. 2,а) и канала с ЛПШ (рис. 2,б) (ввиду симметрии показана лишь нижняя половина течения). При наличии ЛПШ течение имеет гораздо более сложный характер. На транс-

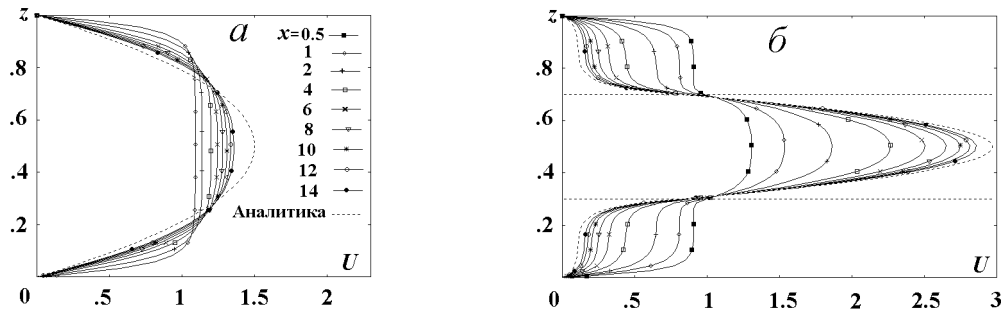


Рис. 1. Перестройка распределений продольной скорости на входном участке плоского канала в случаях гладких стенок (а) и при наличии у стенок ЛПШ плотности  $A = 1$  и высоты  $h = 0,3$  (б) при режиме течения  $Re = 1000$ . Показаны сечения  $x = 0,5, x = 1, x = 2, \dots, x = 14$ . Штриховые профили — предельные распределения скорости согласно [9]

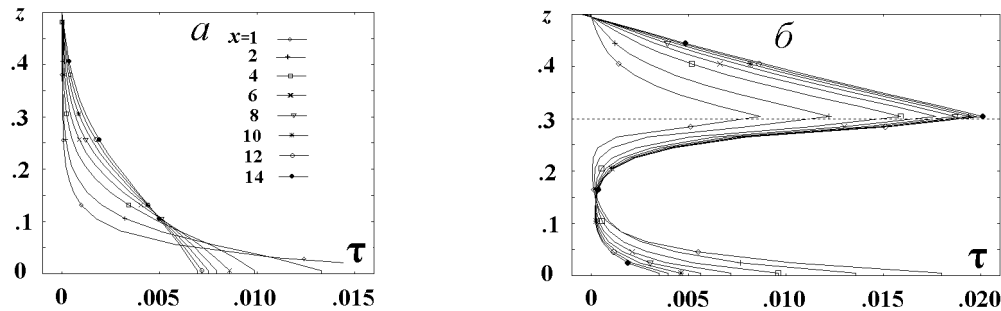


Рис. 2. Перестройка вдоль нижней половины канала распределений трения в случаях гладких стенок (а) и при наличии у стенок ЛПШ плотности  $A = 1$  и высоты  $h = 0,3$  (б). Режим течения  $Re = 1000$  (уровень ЛПШ показан пунктиром)

формацию профилей оказывает влияние не только трение о стенки, но и силовое тормозящее воздействие со стороны ЛПШ (ее верхняя граница отмечена пунктиром) – об этом свидетельствуют ”ступеньки” на внутренних (внутри ЛПШ) частях профилей. Трение  $\tau$  резко возрастает не только у стенок, но и вблизи верхнего уровня ЛПШ  $z = h$ . Зоны течения с  $\tau = 0$ , т. е. с равномерным профилем скорости  $U$ , здесь намного уже, чем при отсутствии ЛПШ. Трение на стенке  $\tau_0 = \tau(x, 0)$  убывает с ростом  $x$  до некоторого постоянного значения  $\tau_0^{(s)}$ , а трение на уровне ЛПШ  $\tau_h = \tau(x, h)$  возрастает до некоторого  $\tau_h^{(s)}$ . Вследствие дополнительного торможения потока препятствиями, возникающие в нем поперечные скорости достигают бóльших значений, чем в канале с гладкими стенками [9]. Из рис. 1 и 2, видно, что течение постепенно стабилизируется, профили продольной скорости принимают некоторую предельную форму  $U^{(s)}(z)$ . С приближением к стабилизации профиль  $\tau(z)$  становится прямолинейным в централь-

ной части канала.

Проверкой численного решения служило сопоставление расчетного профиля  $U(x, z)$  с профилем стабилизированного течения  $U^{(s)}(z)$ , получаемого аналитически [9]. Расчетный и контрольный профили практически совпадали при больших  $x$ . По окончании расчета определялись две важные интегральные величины. В каждом сечении для профиля продольной скорости характерно наличие максимума, который обозначим  $U_{max} = U(x, \frac{1}{2})$ ; он достигается на оси канала  $z = \frac{1}{2}$ . Величина  $U_{max}(x)$  вдоль канала возрастает, стремясь к некоторому пределу. Предельное значение максимума скорости обозначим  $U_{max}^{(s)} = U(L_x, \frac{1}{2})$ . Таким образом, предел продольной скорости на оси можно определить как по численному решению, так и по аналитическому [9]. Сопоставление двух решений представлено на рис. 3 в зависимости от безразмерной плотности ЛПШ  $A$  и числа Рейнольдса. Соответствие аналитических решений (сплошные

кривые) и численных результатов (значки на них) очень точное.

Принималось, что конец входного участка  $x = L_x$  имеет место там, где два последовательных профиля различаются менее чем на  $\varepsilon$ . Длина входного участка характеризует завершенность процессов смешения в канале. Исследовано два значения критерия –  $\varepsilon = 0,03$  и  $\varepsilon = 0,01$ ; по второму критерию значение  $L_x$  получаем на 35 - 45% больше. В данной работе для анализа зависимости  $L_x$  от плотности ЛПШ и числа Рейнольдса использован критерий " $\varepsilon = 3\%$ ". Интересно, что зависимость  $L_x = L_x(A)$  при  $Re < 20$  имеет монотонно возрастающий характер, а при  $Re > 200$  – монотонно убывающий. В промежуточной области  $20 < Re < 200$  возможно как возрастание, так и убывание с  $A$ . Учитывая формулу (1), различные длины входного участка удобно сопоставлять в виде функций  $L_x/Re = f(A; Re)$ , приведенных на рис. 4. Проведем анализ выявленных закономерностей.

### 3. ПОВЕДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РЕШЕНИЯ ПРИ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПРОНИЦАЕМОСТИ ЛПШ

Максимально достижимая продольная скорость на оси канала и длина входного участка канала являются, как было показано, функциями плотности ЛПШ, а также числа Рейнольдса и высоты ЛПШ, т. е.

$$\bar{U}_{max}^{(s)} = \varphi(A; Re, h), \quad \bar{L}_x = f(A; Re, h).$$

Рассмотрим поведение этих функций при  $A \rightarrow 0$  и  $A \rightarrow \infty$ . При этом потребуются различать размерные и безразмерные (с чертой или "шляпкой" над символом) величины.

Рис. 3 показывает, что  $\lim_{A \rightarrow 0} U_{max}^{(s)} = 1.5$  для любого  $Re$  и  $h$ , и это находится в согласии с известным свойством ламинарных течений в канале с гладкими стенками [11, 13]. Сложнее обстоит дело в пределе  $A \rightarrow \infty$ .

По физическому смыслу этот случай означает, что ЛПШ становится непроницаемой, так что весь входной расход жидкости  $Q = U_0 H$  станет проходить лишь через часть сечения канала  $h \leq z \leq H - h$ , свободную от ЛПШ. (В безразмерных переменных, расход  $\bar{Q} = \frac{Q}{U_0 H} = \bar{U}_0 \bar{H} = 1$  протекает через сечение шириной  $1 - 2\bar{h}$ ). Это дает более высокую среднерасходную скорость в "суженом" канале:

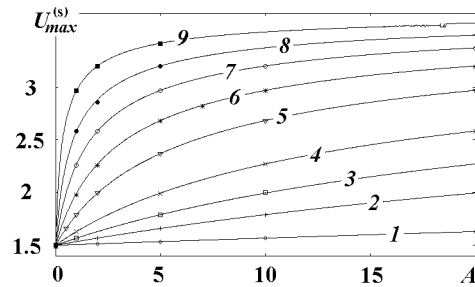


Рис. 3. Изменение предельных максимальных значений скорости на оси  $U_{max}^{(s)}$  в зависимости от плотности ЛПШ  $A$  высотой  $h = 0,3$  и числа  $Re$  в соответствии с аналитической формулой (линии) и численным расчетом (значки): 1 –  $Re = 1$ ; 2 – 2; 3 – 10; 4 – 20; 5 – 50; 6 – 100; 7 – 200; 8 – 400; и 9 – 1000

$$U'_0 = \frac{U_0}{1 - 2\bar{h}}. \quad (7)$$

Целесообразно ввести новые безразмерные переменные по образцу (3), но с масштабом скорости (7) и масштабом ширины  $H' = H - 2h$ , которые будем помечать дужкой сверху. Естественно полагать, что в этих переменных также  $\bar{U}_{max}^{(s)} = 1.5$ . Возвращаясь к исходным безразмерным переменным (3), получаем

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \bar{U}_{max}^{(s)} = \frac{U_{max}^{(s)}}{U_0} = \frac{U'_0}{U_0} \bar{U}_{max}^{(s)} = \frac{1.5}{1 - 2\bar{h}}. \quad (8)$$

Предельное значение  $\bar{U}_{max}$ , согласно такой теории, не зависит от числа Рейнольдса. Это кажется противоречащим результатам рис. 3, где каждая из кривых, представляется, имеет свою горизонтальную асимптоту. Проверить вывод (8) численными расчетами (значки на рис. 3) не всегда возможно из-за трудностей счета при больших  $Re \cdot A$ . Однако вследствие хорошего соответствия численных результатов аналитическим, при исследовании случая  $A \rightarrow \infty$  можно воспользоваться соответствующей формулой из [9], подставляя  $z = 0.5$ . Такие расчеты для больших  $A$  показывают, что все кривые рис. 3 действительно имеют общую горизонтальную асимптоту (8), т. е.  $U = 3.75$  при  $h = 0.3$ .

Рассмотрим теперь предельное поведение функции  $f_1(A; Re, h) = \frac{L_x}{Re}$ . Формула Шлихтинга (1) в случае  $A \rightarrow 0$  дает  $f_1(A; Re, h) \rightarrow a$ . Результаты рис. 4, однако, согласуются с таким выводом лишь для  $Re > 20$ . Налицо несоответствие точного численного расчета и приближенной формулы Шлихтинга для малых чисел Рейнольдса.

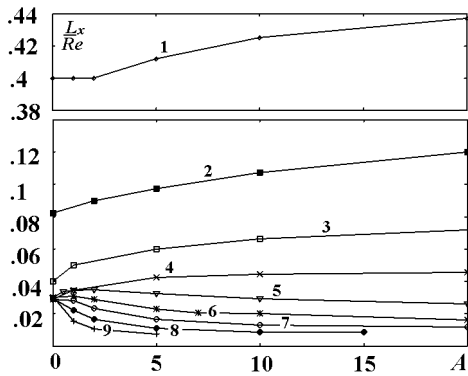


Рис. 4. Длина входного участка канала с ЛППШ высотой  $h = 0,3$  в зависимости от плотности ЛППШ  $A$  и числа  $Re$  в соответствии с численным расчетом (значки): 1 –  $Re = 1$ ; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 20; 5 – 50; 6 – 100; 7 – 200; 8 – 400 и 9 – 1000

Теперь для длины входного участка  $L_x = f(A; Re, h)$  в случае  $A \rightarrow \infty$  проведем те же рассуждения, что и ранее для  $U_{max}^{(s)} = \varphi(A; Re, h)$ . Положим, что для ЛППШ, ставшей непроницаемой ( $A \rightarrow \infty$ ), справедлива формула Шлихтинга (3), записанная в безразмерных координатах с дужкой, т. е.  $\bar{L}_x = a\bar{Re}$ . Возвращаясь к переменным (3), получаем:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{L_x}{H} = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{L_x}{H'} \frac{H'}{H} = a\bar{Re} (1 - 2\bar{h}) = a \frac{U_0'(H - 2h)}{\nu} (1 - 2\bar{h}),$$

т. е. окончательно, с учетом выражения (8)

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \bar{L}_x = aRe(1 - 2\bar{h}). \quad (9)$$

Следовательно, функция  $f_1(\infty; Re, h)$  должна бы иметь вид  $a(1 - 2\bar{h})$  и при  $h = 0,3$  принимать значение 0,012. Кривые рис. 4 действительно приближаются к указанному значению, но лишь те, которые отвечают  $Re > 50$ . Проверить результат (9) более точно не представляется возможным из-за трудностей численного расчета при больших  $Re$  и  $A$ . В то же время, кривые для  $Re = 20, 10, 5$  и особенно для  $Re = 1$  ведут себя совершенно иначе.

Возникает вопрос: почему "предельные рассуждения" хорошо подтверждают аналитические формулы [9] для осевой скорости, но для длины входного участка  $L_x$  согласуются с формулой Шлихтинга лишь при больших  $Re$ ? Отвечая на этот парадокс, следует обратить внимание, что формулы [9] получены из полных уравнений Навье-Стокса, лишь упрощенных для одномерного

случая. Формула же Шлихтинга (1) выведена из соображений пограничного слоя. Следовательно, в определенном диапазоне  $Re$  приближение пограничного слоя не адекватно точной постановке задачи. Однако, как можно видеть, уже при  $Re > 50$  подход Шлихтинга себя оправдывает.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, численный алгоритм по описанному методу позволяет провести расчет без каких-либо упрощений задачи до значительных, достигающих практических величин чисел Рейнольдса. Новая задача о входе вязкой жидкости в плоский канал с ЛППШ (пористыми слоями) у стенок исследована более подробно. Полученная зависимость длины начального участка такого канала от плотности ЛППШ и числа Рейнольдса при предельных значениях плотности согласуется с известной формулой Шлихтинга (1) лишь при больших  $Re$ . При малых же  $Re$  поведение длины начального участка оказывается совершенно иным, что следует объяснить непригодностью в этом случае использованного Шлихтингом приближения пограничного слоя. При больших  $Re$  длину входного участка канала  $L_x$  рекомендуется определять по кривым рис. 4.

Следует также иметь в виду, что в работе речь шла о формально-математическом решении уравнений Навье-Стокса. Реальные течения при больших числах Рейнольдса могут проявлять и отличное поведение, связанное с переходом к турбулентности. Тем ни менее, считаем возможным применить данный численный алгоритм к исследованию еще более сложных задач о течении вязкой жидкости на начальном участке канала с ЛППШ.

1. Sorbjan Z., Uliasz M. Some numerical urban boundary-layer studies // Boundary-Layer Meteorology.- 1982.- **22**.- P. 481 – 502.
2. Britter R.E., Hanna S.R. Flow and dispersion in urban areas // Ann. Rev. Fluid Mech.- 2003.- **35**- pp. 469 – 496.
3. Дубов А.С., Быкова Л.П., Маруняч С.В. Турбулентность в растительном покрове. – Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 180 с.
4. Finnigan J. Turbulence in Plant Canopies // Ann. Review Fluid Mech.- 2000.- **v. 32**.- pp. 519 - 571.
5. Gayev Ye.A. Aerothermal theory of an Easily Penetrable Roughness. Particular application to the atmospheric flow in and over longscale Spray Cooling System // II Nuovo Cimento, C.- 1997.- **V. 20**.- pp. 331 – 342.
6. Никитин И.К. Сложные турбулентные течения и процессы тепло-массопереноса. – К.: Наук. думка, 1980. – 240 с.

7. *Беновицкий Э.Л., Шеренков И.А.* Влияние водной растительности на пропускную способность русел рек и каналов // Гидротехническое строительство, 1990. – N 11. – С. 15 - 16.
8. *Naot D., Nezu I., Nakagawa H.* Hydrodynamic behaviour of partly vegetated open channels // J. of Hydraulic Engineering. – 1996. – pp. 625 – 633.
9. *Гаев Е.А., Шихалиев С.З.* Численное исследование входа жидкости в канал с линейной легкопроницаемой шероховатостью // Прикладна гідромеханіка. – 2002. – Т. 4(76), N 4. – С. 32 - 39.
10. *Выскребцов В.Г., Корнейчук Л.Г.* Интегрируемые случаи уравнений течения вязкой жидкости. – М.: Компания Спутник+, 2001. – 66 с.
11. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
12. *Шиллер Л.* Движение жидкостей в трубах. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. – 230 с.
13. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1969. – 742 с.
14. *Гаев Е.А.* Модели легкопроницаемой шероховатости для задач гидромеханики и теплофизики. Дисс. докт. техн. наук. – К.: ИГМ НАН Украины, 2001. – 341 с.
15. *Зубков В.Г.* Математическое моделирование течений жидкости и газа. – М.: МГИУ, 2001. – 191 с.
16. *Идельчик И.Е.* Аэрогидродинамика технологических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1983. – 351 с.
17. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2-х т. – М.: Мир, 1991.
18. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
19. *Сабетта Ф., Пива Э., Джачинто М.Д.* Течения Навье-Стокса со взвешенными частицами: математическое моделирование и численные расчеты. – Теор. и прикладн. механика: Труды XIV междунар. конгресса IUTAM. – М.: Мир, 1979. – С. 656 – 683.
20. *Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.Л.* Магнитогидродинамические течения в каналах. – М.: Наука, 1970. – 672 с.
21. *Гаев Е.А.* Пульсирующее ламинарное течение в канале с легкопроницаемой шероховатостью у стенок // Прикладна гідромеханіка, – 1999.–Т. 1(73), N 3. – С. 1 – 10.
22. *Тэйлор Т.Д., Ндефо Э.* Расчет течений вязкой жидкости в канале при помощи метода расщепления. – Численные методы в механике жидкостей. – М.: Мир, 1973. – С. 218 - 229.
23. *Shikhaliev S.Z.* On one generalization of method of Markets and Cells // Engineering Simulation. – 1998. 15. P. 395 – 406.