

Моделирование циклического упругопластического деформирования металлов при произвольных траекториях нагружения

И. А. Волков, Ю. Г. Коротких, И. С. Тарасов

Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

Развита математическая модель, описывающая процессы сложного пластического деформирования конструкционных материалов (металлы и их сплавы) при монотонных и циклических непропорциональных путях комбинированного термосилового нагружения. Для качественной и количественной оценки развитых определяющих соотношений проведено исследование влияния вида траектории деформирования на циклическое упругопластическое поведение металлов. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений качественно и количественно отражает основные эффекты циклического упругопластического деформирования металлов при произвольных траекториях деформирования.

Ключевые слова: циклическое упругопластическое деформирование, траектория нагружения, моделирование, математическая модель.

Обозначения

- e_{ij} – компоненты тензора полных деформаций
- \dot{e}_{ij} – компоненты тензора скоростей полных деформаций
- e'_{ij} – девиаторные компоненты полных деформаций
- e_{ij}^e, e_{ij}^p – компоненты тензоров упругих и пластических деформаций
- $\dot{e}_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^p$ – скорости компонент тензоров упругих и пластических деформаций
- $e'_{ij}{}^e$ – девиаторные компоненты упругих деформаций
- $\dot{e}'_{ij}{}^e$ – скорости девиаторных компонент упругих деформаций
- χ – полная длина траектории пластической деформации
- χ_m – длина траектории монотонного упрочнения
- $\dot{\chi}$ – скорость изменения длины траектории пластической деформации
- e – шаровая (гидростатическая) компонента тензора деформаций
- \dot{e} – скорость шаровой компоненты тензора деформаций
- e_n – интенсивность деформаций
- σ_{ij} – компоненты тензора напряжений
- σ'_{ij} – девиаторные компоненты тензора напряжений
- σ – шаровая (гидростатическая) компонента тензора напряжений
- ρ_{ij} – компоненты тензора микронапряжений (координаты центра поверхности текучести)
- $\dot{\rho}_{ij}$ – скорости компонент тензора микронапряжений (координат центра поверхности текучести)
- S_{ij} – компоненты тензора активных напряжений

$\sigma_{и}$	– интенсивность напряжений
ρ_{\max}	– максимальное значение интенсивности тензора микронапряжений
C_p	– текущее значение радиуса поверхности текучести
C_p^0	– начальное значение радиуса поверхности текучести
\dot{C}_p	– скорость изменения радиуса поверхности текучести
q_2, Q_2	– модули монотонного и циклического упрочнения при сложном нагружении (при изломе траектории на угол $\pi/2$) материала
q_1, Q_1	– модули монотонного и циклического упрочнения при пропорциональном нагружении материала
q_3, q_χ	– модули монотонного и изотропного упрочнения
θ	– угол излома траектории деформирования
δ_{ij}	– тензор Кронекера
Q_s	– стационарное циклическое значение радиуса поверхности текучести, соответствующее стационарному значению петли упругопластического циклического деформирования материала при текущих значениях T и ρ_{\max}
\dot{T}	– скорость изменения температуры
λ	– пластический множитель (коэффициент пропорциональности)
A	– параметр непропорциональности процессов деформирования
g_1, g_2, g_3	– модули кинематического упрочнения (функции температуры)
K	– модуль объемного расширения (функция температуры)
G	– модуль сдвига (функция температуры)
α	– коэффициент линейного расширения (функция температуры)
ψ_1, ψ_2	– весовые коэффициенты (константы)

Введение. В течение длительного времени исследования в области механики деформируемых сред в основном были направлены на разработку уравнений состояния, описывающих эффекты деформирования для различных процессов истории изменения механической нагрузки и температуры. Это обусловлено, с одной стороны, практической необходимостью оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций в условиях эксплуатации, с другой – появлением ЭВМ и мощных современных методов решения краевых задач механики сплошных сред, таких как, например, метод конечных элементов (МКЭ), позволяющих определять НДС конструктивных элементов и конструкций в целом практически для любых сложных функциональных зависимостей между тензорами напряжений и деформаций при произвольных сложных режимах термосилового нагружения.

В настоящее время приобретает актуальность проблема расчетной оценки совместных процессов деформирования и разрушения. Ее решение позволит определить, где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые возникнут макроскопические трещины и как они будут развиваться в дальнейшем. Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, точность рас-

четных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько данные уравнения состояния адекватно описывают кинетику НДС в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряженного состояния, история его изменения и другие, существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Заметим, что в данное время развитие уравнений состояния и, в частности, уравнений термовязкопластичности должно определяться потребностями механики разрушения и обеспечивать описание основных эффектов, существенно влияющих на скорости процессов накопления повреждений.

Цель исследований в рассматриваемой области – не столько уточнение различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько стремление разобраться в основных закономерностях процессов, определяющих и инициирующих разрушение.

Исследование закономерностей вязкоупругопластического деформирования конструкционных материалов имеет принципиальное значение и для развития фундаментальных основ теории пластичности. Несмотря на значительное количество работ по исследованию закономерностей упругопластического деформирования материалов при сложном нагружении, большинство экспериментов выполнено для монотонных процессов по многозвенным ломаным и плоским криволинейным траекториям деформирования постоянной кривизны [1–6]. Экспериментов для сложных траекторий, включая плоские и пространственные траектории переменной кривизны и кручения, и на сложное циклическое деформирование материалов выполнено в настоящее время значительно меньше [5–11]. В то же время для проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходимо проведение расчетов по развитым модельным представлениям и сопоставление численных результатов с экспериментальными данными, полученными на широком классе сложных траекторий деформирования произвольной кривизны и кручения при монотонных и циклических режимах нагружения. Результаты таких исследований могут также использоваться при конкретизации скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения термовязкопластичности.

В настоящее время выполнено большое количество экспериментальных исследований по циклическому одноосному деформированию конструкционных материалов, свидетельствующих об их сложном циклическом поведении. Например, при жестком деформировании с постоянной амплитудой деформации, как правило, вначале наблюдается переходная стадия циклического упрочнения или разупрочнения материала, после которой для некоторых сталей отмечается стабилизация петли гистерезиса. При изменении амплитуды вновь возникает переходная стадия, а затем стабилизация петли происходит относительно ее нового значения [9, 12–16]. Экспериментальные исследования показывают, что процессы непропорционального циклического деформирования нельзя описать, пользуясь экспериментальными результатами при одноосных или пропорциональных нагружениях [9, 10, 14–19], поскольку по своей природе они существенно отличаются.

В работе [9] приведены результаты экспериментов по циклическому нагружению тонкостенных трубчатых образцов из стали 316 (растяжение–сжатие и знакопеременное кручение) по квадратной и круговой траекториям. Показано, что циклическое упрочнение образцов для этих траекторий превышает упрочнение при одноосном растяжении–сжатии уже на 20-м цикле при той же амплитуде эквивалентных деформаций, равной 0,1%.

Анализ экспериментальных результатов показывает:

экспериментальные значения модуля вектора напряжений достигают максимума в точках излома траектории деформаций, причем величина этих максимумов возрастает с числом циклов;

периодическое изменение модуля вектора напряжений на каждой стороне квадратной траектории является следствием совместного влияния уменьшения модуля вектора деформаций и нестационарного процесса, вызванного резким изменением направления вектора скорости деформаций в точках излома траекторий деформаций.

Аналогичные экспериментальные исследования [5, 10, 14] свидетельствуют, что материал, почти не упрочняющийся при пропорциональном деформировании, заметно упрочняется при непропорциональном вследствие развития микроскопических механизмов преобразования структуры материала.

Ниже сформулирована математическая модель термопластичности, описывающая основные эффекты сложного пластического деформирования металлов при монотонных и циклических непропорциональных путях термостатического нагружения, и представлены результаты численного моделирования процессов сложного пластического деформирования образцов из стали 40X16H9Г2С при циклическом пропорциональном и непропорциональном нагружении. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными. Проведение таких расчетов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературных источниках экспериментальными данными позволяет оценить степень адекватности и границы применимости (степень физической достоверности) развитых определяющих соотношений. Результаты таких исследований могут быть также использованы при определении (конкретизации) материальных параметров, скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения вязкопластичности.

Определяющие соотношения. Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях [20]:

тензоры деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} включают упругие деформации e_{ij}^e , \dot{e}_{ij}^e , не зависящие от истории нагружения и определяемые конечным состоянием процесса, и пластические – e_{ij}^p , \dot{e}_{ij}^p , зависящие от истории процесса нагружения, т.е. обратимые и необратимые составляющие;

начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса. Эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением ее центра ρ_{ij}^* ;

справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;

объем тела изменяется упруго;
 рассматриваются начально-изотропные среды. Учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} и их приращения разложим на шаровые σ , $\Delta\sigma$, e , Δe и девиаторные σ'_{ij} , $\Delta\sigma'_{ij}$, e'_{ij} , $\Delta e'_{ij}$ составляющие:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \sigma\delta_{ij}, \quad \Delta\sigma_{ij} = \Delta\sigma'_{ij} + \Delta\sigma\delta_{ij}, \quad \sigma = \frac{\sigma_{kk}}{3};$$

$$e_{ij} = e'_{ij} + e\delta_{ij}, \quad \Delta e_{ij} = \Delta e'_{ij} + \Delta e\delta_{ij}, \quad e = \frac{e_{kk}}{3},$$

где δ_{ij} – тензор Кронекера.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{cases} \sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)]; \\ \sigma_{ij} = 2Ge'_{ij}; \\ \Delta\sigma = 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma; \\ \Delta\sigma'_{ij} = 2G\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij}, \end{cases} \quad (1)$$

где T – температура; T_0 – начальная температура; $K(T)$ – модуль объемного сжатия; $G(T)$ – модуль сдвига; $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической “памяти”. Уравнение поверхности “памяти”, позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, таково:

$$F_p = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где ρ_{\max} – максимальный за историю нагружения модуль ρ_{ij} .

Примем, что структура эволюционного уравнения для радиуса поверхности текучести имеет вид [20]

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}; \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt;$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A) q_1}{A \psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A) Q_1}{A \psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i=1, 2; \quad (5)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}_{ij}}{(\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p)^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}};$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, & F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \geq 0 \\ 0, & F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} < 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho), \quad (6)$$

где q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения; Q_1 и Q_2 – модули циклического изотропного упрочнения; a – постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации петли гистерезиса при циклическом упруго-пластическом деформировании материала; Q_s – стационарное циклическое значение радиуса поверхности текучести при текущих значениях ρ_{\max} и T ; C_p^0 – начальное значение радиуса поверхности текучести.

В уравнении (4) первый член описывает изотропное упрочнение материала в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй – циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), третий – изменение радиуса поверхности текучести с изменением температуры.

Модуль изотропного упрочнения q_χ учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке траектории, т.е. угла θ между вектором приращения девиатора деформаций, имеющим направляющие косинусы n_{ij}^e , и нормалью к поверхности текучести в точке, определяемой направляющими косинусами n_{ij}^s . При пропорциональном нагружении с углом $\theta = 0$ имеем $A = 0$ и $q_\chi = q_1$, где q_1 – модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении образца). При непропорциональном нагружении с углом $\theta = \pi/2$ получим $A = 1$ и $q_\chi = q_2$, где q_2 – модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести (“нейтральное” нагружение) [20, 21].

Аналогично в (5) для циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении имеем $\theta = 0$ и $Q_s = Q_1$, при циклическом непропорциональном нагружении – $\theta = \pi/2$ и $Q_s = Q_2$. Тарировочные (весовые) коэффициенты ψ_1 и ψ_2 – параметры, позволяющие корректировать влияние модулей q_1, q_2, Q_1 и Q_2 на изотропное упрочнение материала, $0 \leq \psi_1 \leq 1, 0 \leq \psi_2 \leq 1$.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянной амплитудой деформаций и $T = \text{const}$ ($\rho_{\max} = \text{const}, Q_s = \text{const}$) радиус поверхности текучести C_p стремится к $Q_s = \text{const}$, параметры петли гисте-

резиса также стремятся к своему стационарному значению, определяемому Q_s , зависящим от текущих значений T и ρ_{\max} .

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе Ильюшина. Суть ее состоит в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Эволюция внутренней переменной ρ_{ij} , описывающей анизотропию упрочнения пластического деформирования, принимается в виде [20]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (7)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ – модули анизотропного упрочнения.

Для описания эволюции поверхности “памяти” необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{\max} :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \dot{T}, \quad (8)$$

где второй член описывает затухание “памяти” о предыдущем циклическом деформировании материала. Соотношения (6) и (8) позволяют автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного с помощью операторов $H(F_\rho)$ и $\Gamma(F_\rho)$.

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (9)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести в конце этапа нагружения через конец вектора дивергента напряжений.

Материальные параметры q_1 , q_3 , g_1 , g_2 и g_3 определяются по данным испытаний цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний на одноосное растяжение–сжатие [20].

Для нахождения Q_1 проводятся испытания на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций. Параметр a в (4) определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей при стремлении C_p к установившемуся состоянию.

Чтобы определить q_2 в (5), необходимо проводить эксперименты на сложное нагружение; растяжение до некоторого значения e_{11}^{p*} и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11} - \sigma_{12}$. Для определения Q_2 в (5) следует проводить эксперименты на двухблочное

циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций в каждом блоке. В первом блоке реализуется симметричное циклическое нагружение (растяжение–сжатие) до стабилизации петли гистерезиса, во втором – последующее циклическое симметричное нагружение образца (кручением) до стабилизации петли гистерезиса.

Основные характеристики процесса упругопластического деформирования материала (параметры состояния), которые в общем случае описываются тензорами σ_{ij} , e_{ij} , e_{ij}^p , ρ_{ij} и скалярами χ , C_p и T , могут определяться двумя способами [22, 23]. Суть первого состоит в интегрировании определяющих соотношений по времени с использованием любого из методов решения задачи Коши [22]. Это достаточно точный метод нахождения решений дифференциальных уравнений, однако при решении краевых задач, например, с помощью МКЭ возникают сложности из-за значительного увеличения времени моделирования процесса.

Второй способ [23] при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма нахождения λ сводится к записи уравнений термопластичности в приращениях, зависящих от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования (например, излома траектории) или же задаваться постоянным в течение всего расчетного времени при условии устойчивости вычислений. Такой подход [22] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в данной работе.

Сравнение численных результатов с экспериментальными данными.

Для более полного экспериментального обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходима постановка экспериментов с использованием максимального диапазона изменения кривизны траектории в пределах одного опыта. Особый интерес представляют эксперименты по изучению процессов циклического деформирования материалов и связанных с этим закономерностей изменения их скалярных и векторных свойств. Таким образом, постановка экспериментов по сложному циклическому нагружению материалов и численный анализ этих процессов весьма актуальны.

В [5] изложены результаты экспериментальных исследований процессов циклического деформирования ряда конструкционных сталей по различным замкнутым многозвенным ломаными траекториям (пропорциональное и непропорциональное деформирование), полученные в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СН-ЭВМ*. Эксперименты выполнены по схеме жесткого нагружения (рис. 1) при нормальной температуре $T = 20^\circ\text{C}$ на тонкостенных круговых цилиндрических оболочках, имеющих толщину стенки $h = 1$ мм, радиус срединной поверхности $R = 15$ мм и длину рабочей части $l = 6R = 90$ мм. Материал образцов – сталь 40X16H9Г2С.

* Под руководством проф. В. Г. Зубчанинова.

σ_{ii} , МПа

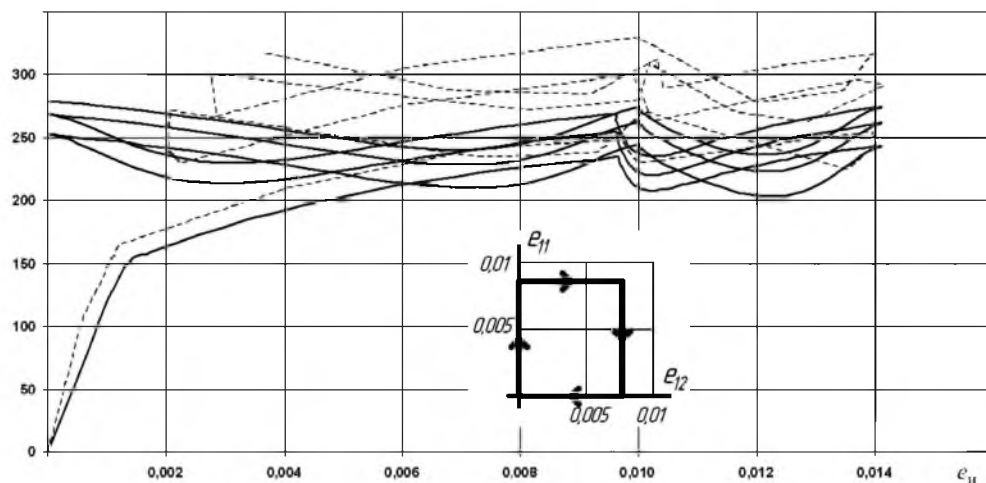


Рис. 1. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) диаграммы деформирования. Траектория “квадрат” (непропорциональное деформирование).

Расчет и анализ процессов деформирования лабораторных образцов проводился с использованием уравнений модели термопластичности (1)–(9), а также физико-механических характеристик ($K = 116789$ МПа, $G = 60220$ МПа, $E = 154162$ МПа, $\alpha = 0,0000166$ град⁻¹, $C_p^0 = 150$ МПа, $g_1 = 25500$ МПа, $g_2 = 300$ МПа, $a = 15$) и материальных параметров определяющих соотношений для стали 40Х16Н9Г2С при $T = 20^\circ\text{C}$.

Значения модуля монотонного упрочнения q_1 (МПа):

χ	0	0,003	0,004	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,012	0,015	0,018	0,021	0,023	0,300	0,400
q_1	-3000	-500	200	600	700	800	900	950	1000	1000	1000	1000	985	750	0

Значения модуля монотонного упрочнения $Q_1(\rho_{\max})$ (МПа):

ρ_{\max}	0	32,09	50,00	54,50	66,38	73,60	81,40	96,10	100,00	104,50	112,80	147,00	150,00
Q_1	195,1	204,7	210,1	211,5	215,0	217,2	220,5	226,7	228,4	230,3	272,6	300,0	300,0

При численном моделировании экспериментальных процессов с использованием развитой модели термопластичности задавались экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформаций $e_{ij}(t)$), а траектории напряжений были получены в результате интегрирования определяющих соотношений термопластичности по заданной истории изменения e_{ij} (“жесткое нагружение”).

Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

Одним из вариантов упрочнения материалов является циклическое деформирование по замкнутым многозвенным ломаным траекториям. При этом

достигаемая степень упрочнения материала, как показывают эксперименты [5], зависит не только от параметров процесса деформирования, но и от свойств материала. На рис. 1 представлена диаграмма сложного деформирования материала (зависимость интенсивности тензора напряжений σ_{II} от интенсивности тензора деформаций e_{II}), на рис. 2 – траектория напряжений, соответствующая реализованной в пространстве деформаций четырехзвенной замкнутой ломаной траектории деформирования. Осуществлено три полных цикла нагружения. Штриховыми линиями отмечены опытные данные [5], сплошными – численные результаты, полученные с помощью развитых определяющих соотношений. Видно качественное и количественное их совпадение.

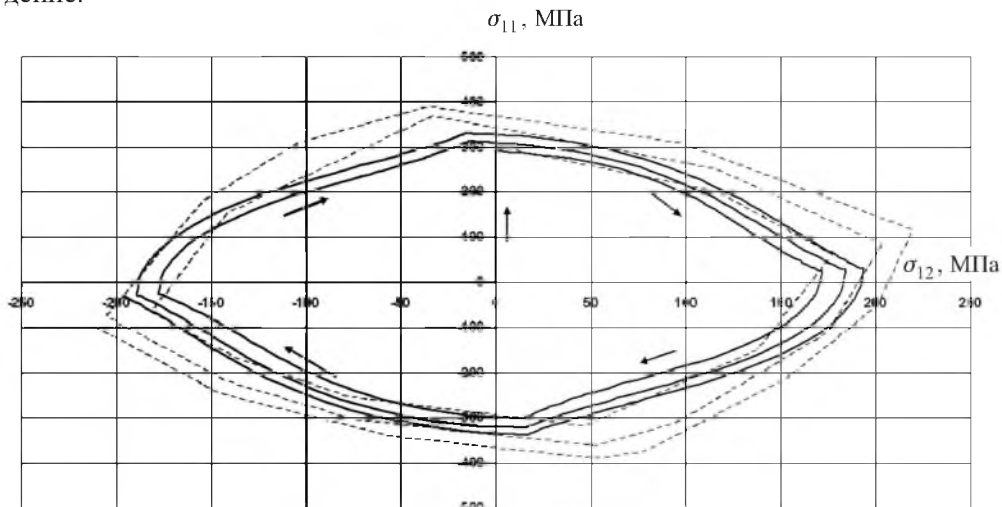


Рис. 2. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) траектории напряжений. Траектория “квадрат” (непропорциональное деформирование).

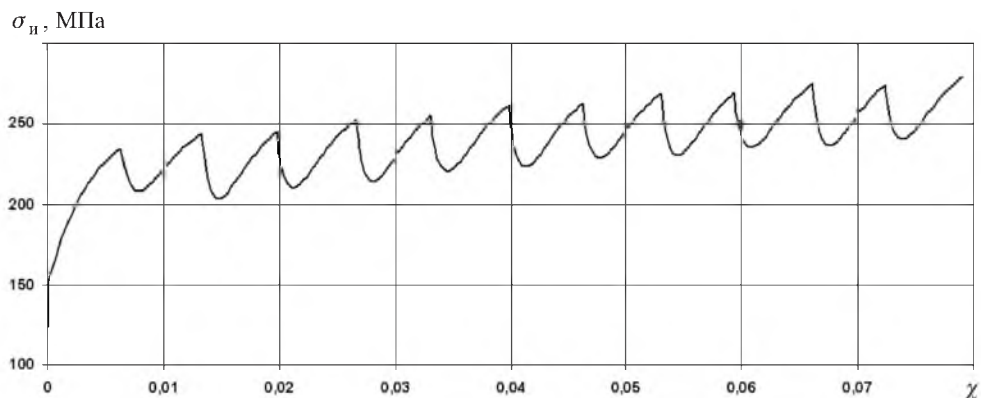


Рис. 3. Зависимость интенсивности напряжений от длины траектории деформирования. Траектория “квадрат” (непропорциональное деформирование).

Из рис. 1 следует, что в конце третьего цикла стабилизации параметров напряженного состояния не произошло. При этом в начале второго звена третьего цикла увеличение модуля вектора напряжений составило 34% по сравнению с таковым в начале второго участка первого этапа нагружения.

На рис. 3 представлена зависимость σ_{II} от длины траектории пластического деформирования материала χ . При пропорциональном деформировании данного материала с углом наклона 45° в плоскости $e_{11} - e_{12}$ (рис. 4–6) при аналогичном максимальном модуле вектора деформаций упрочнение после трех циклов составило 12%. Причем, как видно из рис. 4–6, во втором и третьем примерах стабилизация параметров напряженного состояния происходит практически в конце второго цикла нагружения.

σ_{II} , МПа

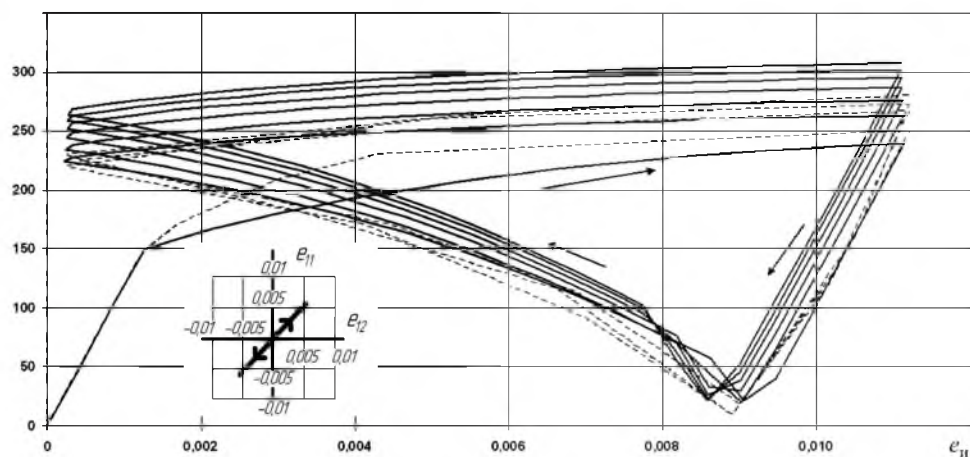


Рис. 4. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) диаграммы деформирования. Лучевая траектория деформирования (пропорциональное деформирование).

σ_{11} , МПа

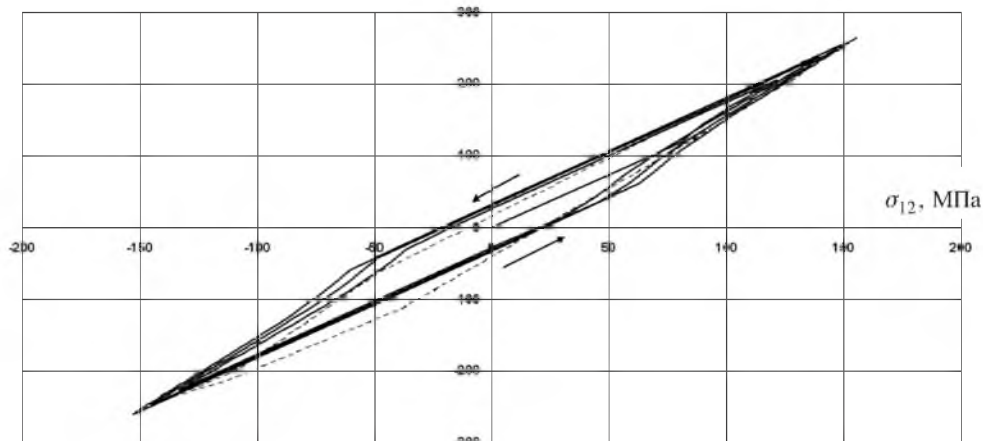


Рис. 5. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) траектории напряжений. Лучевая траектория деформирования (пропорциональное деформирование).

Таким образом, деформирование по плоским замкнутым траекториям непропорционального нагружения можно рекомендовать в качестве эффективного варианта упрочнения для конструкционных материалов.

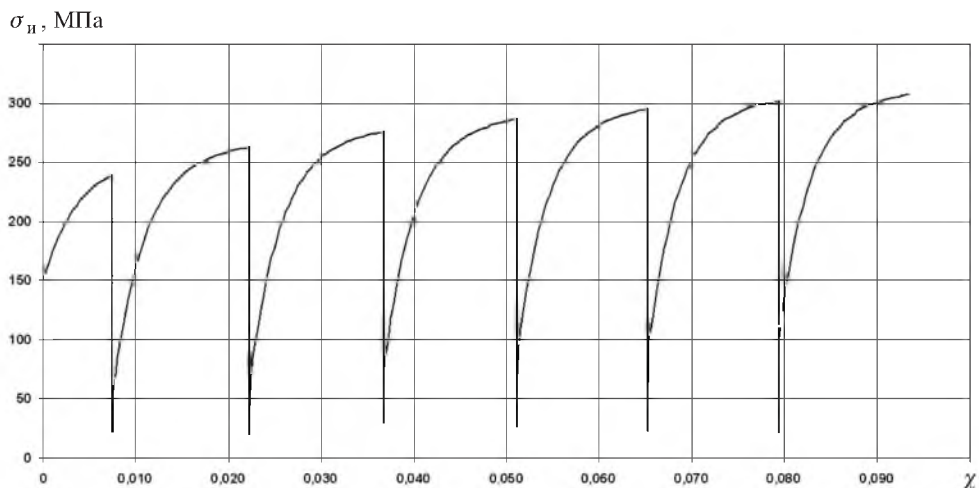


Рис. 6. Зависимость интенсивности напряжений от длины траектории деформирования. Лучевая траектория деформирования (пропорциональное деформирование).

Заключение. Представлен вариант математической модели для расчета параметров процессов сложного пластического деформирования конструкционных материалов при монотонном и циклическом комбинированном термосиловом нагружении. Данная модель позволяет учитывать упрочнение материала при монотонном и циклическом непропорциональном деформировании материала.

Проведена оценка адекватности определяющих соотношений термопластичности путем сопоставления численных результатов с экспериментальными для траекторий непропорционального деформирования, которая подтвердила корректность моделирования процессов циклического упругопластического деформирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-00266-а).

Резюме

Розвинуто математичну модель, яка описує процеси складного пластичного деформування конструкційних матеріалів (метали та їх сплави) при монотонних і циклічних непропорціональних шляхах комбінованого термосилового навантаження. Для якісної і кількісної оцінки розвинутих визначальних співвідношень проведено дослідження впливу виду траєкторії деформування на циклічну пружно-пластичну поведінку металів. Показано, що розвинутий варіант визначальних співвідношень якісно і кількісно відтворює основні ефекти циклічного пружно-пластичного деформування металів за довільних траєкторій деформування.

1. Дегтярев В. П. Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1967. – 131 с.

2. Жуков А. М. Некоторые особенности поведения металлов при упруго-пластическом деформировании // Вопросы теории пластичности. – М.: АН СССР, 1961. – С. 30 – 57.
3. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Кульчицкий Н. М., Хакимов А. Ф. Экспериментальное исследование процессов деформирования стали по двухзвенным траекториям // Пробл. прочности, 1988. – № 3. – С. 7 – 10.
4. Ohasi Y. and Tanaka E. Plastic behavior of mild steel along orthogonal trilinear strain trajectory in threedementional vector space of strain deviator // Trans. ASME. – 1981. – **103**, No. 4. – P. 287 – 292.
5. Зубчанинов В. Г., Охлопков Н. Л., Гаранников В. В. Экспериментальная пластичность. Кн. 1. Процессы сложного деформирования. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2003. – 172 с.
6. Зубчанинов В. Г., Охлопков Н. Л., Гаранников В. В. Экспериментальная пластичность. Кн. 2. Процессы сложного нагружения. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2004. – 184 с.
7. Заховайко А. А., Можаровский Н. С. О характеристиках прочности и пластичности при сложных путях нагружения // Пробл. прочности. – 1982. – № 1. – С. 90 – 93.
8. Гусенков А. П. Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 269 с.
9. Охаси И. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре // Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – **107**, № 2. – С. 6 – 15.
10. Охаси И. Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации // Там же. – 1985. – № 4. – С. 61 – 73.
11. Соси Д. Ф. Модели разрушения при многоосной усталости // Там же. – 1988. – № 9. – С. 9 – 21.
12. Исследование малоцикловой прочности при высоких температурах / Под ред. С. В. Серенсена. – М.: Наука, 1975. – 320 с.
13. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 225 с.
14. Лэмба Г. С. Пластичность при циклическом нагружении при непропорциональных траекториях // Теорет. основы инж. расчетов. – 1980. – **100**, № 1. – С. 108 – 126.
15. Макдауэлл. Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности // Там же. – 1985. – № 4. – С. 98 – 111.
16. Бернард-Коннолли М. Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Там же. – 1983. – № 3. – С. 47 – 53.
17. Benallal A., Calloch S., Laborderie C., and Marquis D. Hardening of metals under cyclic nonproportional loading in tension–torsional triaxial tension // Int. Seminar on Multiaxial Plasticity (1–4 Sept. 1992). – Cachon, France. – P. 1 – 7.

18. *Зубчанинов В. Г., Охлопков Н. Л.* Упрочнение конструкционных материалов по замкнутым плоским траекториям // Пробл. прочности. – 1997. – № 3. – С. 19 – 29.
19. *Tanaka E., Murakami S., and Ooka M.* Effect of plastic strain amplitudes on nonproportional cyclic plasticity // Acta Mech. – 1985. – **57**. – P. 167 – 182.
20. *Волков И. А., Коротких Ю. Г.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
21. *Benallal A. and Marquis D.* Constitutive equations for nonproportional cyclic elasto-viscoplasticity // J. Eng. Mater. Techn. – 1987. – **109**. – P. 326 – 337.
22. *Маковкин Г. А.* Сравнительный анализ параметров непропорциональности сложного упругопластического деформирования // Вест. Нижегород. ун-та им. Н. И. Лобачевского. Сер. Механика. – 1999. – Вып. 1. – С. 30 – 36.
23. *Коротких Ю. Г., Волков И. А., Гордлеева И. Ю.* Моделирование процессов упругопластического деформирования сталей при сложном нагружении. Устойчивость, ползучесть при сложном нагружении. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2000. – С. 60 – 65.

Поступила 09. 12. 2008