

## Самовозбуждение крутильных колебаний колонн глубокого бурения

В. И. Гуляев, С. Н. Худолий, О. В. Глушакова

Национальный транспортный университет, Киев, Украина

*Поставлена задача о самовозбуждении упругих волновых крутильных колебаний вращающейся бурильной колонны в результате фрикционного взаимодействия ее долота со скальной породой на дне глубокой скважины. С использованием решения Даламбера волнового уравнения построена математическая модель волнового торсионного маятника в форме нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом. Путем компьютерного моделирования установлены особенности возникновения крутильных автоколебаний бурильных колонн.*

**Ключевые слова:** бурильная колонна, долото, крутильные автоколебания, мягкое самовозбуждение.

**Введение.** Наиболее распространенным способом создания нефтяных и газовых скважин является роторное бурение, при котором разрушение породы на дне скважины осуществляется долотом, подвешенным к нижнему концу бурильной колонны (БК), вращающейся в результате приложения к ее верхнему концу крутящего момента. В процессе бурения она подвергается воздействию ряда силовых факторов, среди которых наиболее существенными оказываются неравномерная по длине сила натяжения БК, крутящий момент, вызванные движением внутреннего потока промывочной жидкости центробежные и кориолисовы силы инерции, силы фрикционного взаимодействия колонны со стенкой скважины и др. Перечисленные факторы инициируют возникновение в колонне продольных, торсионных и изгибных колебаний и способствуют ее изгибному выпучиванию. В результате этого возможны прихваты трубы БК, обрушение стенок скважины и общая потеря устойчивости системы [1–5]. Одно из динамических явлений, способствующих возникновению нештатной ситуации в процессе бурения, – самовозбуждение крутильных колебаний вращающейся БК. Поскольку БК представляет собой торсионный маятник, в нижней части которого вследствие диссипативного взаимодействия между долотом и разрушаемой породой происходит отток энергии от приводного механизма в окружающую среду, при нарушении условий этого оттока колонна может переходить из режима стационарного равновесного вращения в режим крутильных автоколебаний. Ниже для исследования этого явления используется волновая модель торсионного маятника, позволяющая учитывать эффекты распространения с конечной скоростью вдоль БК деформаций кручения.

**Особенности процессов самовозбуждения крутильных колебаний в протяженных бурильных колоннах.** Эффекты автоколебаний принципиально отличаются от остальных видов колебательных процессов в диссипативных системах тем, что для их возбуждения не требуется периодическое воздействие извне [6, 7]. Если переход механической системы из некоторого начального состояния в режим автоколебаний происходит без дополнитель-

ного толчка – это мягкое самовозбуждение. Если колебания начинают самопроизвольно нарастать только с некоторой предельной амплитуды – это самовозбуждение называется жестким. Периодическим автоколебаниям в фазовом пространстве соответствует замкнутая траектория, к которой стремятся все соседние траектории, получившая название устойчивого предельного цикла, или аттрактора [8].

Применительно к явлениям, сопутствующим вращению БК, исследование возможности генерирования их крутильных автоколебаний позволяет ответить на три важных вопроса: 1) при каких значениях параметров системы и условиях ее функционирования возможно генерирование крутильных автоколебаний; 2) какой тип режима самовозбуждения колебаний (мягкий или жесткий) имеет место; 3) как можно устранить возможные режимы крутильных автоколебаний.

Для БК в сравнительно неглубоких скважинах ответы на эти вопросы могут быть получены с помощью упрощенной математической модели, построенной на основании рассмотрения соответствующего вращающегося торсионного маятника, к маховику-долоту которого приложены нелинейные силы трения его фрикционного взаимодействия с разрушаемой породой. Будем полагать, что маховик и все элементы колонны совершают крутильные колебания с одинаковой фазой, что позволяет всю упругую систему заменить одним осциллятором с одной степенью свободы [9–13]. Такие модели вполне применимы для БК, используемых в угольной промышленности при проходке неглубоких скважин диаметром до 5 м, поскольку периоды крутильных колебаний их долот велики, а время прохождения крутильной волны длины колонны мало.

Однако если длина БК не мала, применение модели торсионного осцилляционного маятника для анализа ее динамики не оправданно, так как колебания ее элементов перестают быть синфазными, и их моделирование следует проводить на основе волновой теории. О необходимости применения такой теории указывается в работах [10, 12, 13], хотя и в них предпринятая попытка решения базируется на аппроксимации падающей и отраженной волн кручения монохроматической гармоникой.

В реальных условиях, в общем случае, это упрощение не выполняется, так как время прохождения крутильной волны длины БК не кратно периоду колебаний нижнего маховика, вследствие чего его движение может приобрести сложную форму. Усложнению формы движения маховика в значительной мере может способствовать эффект залипания его колебаний, свойственный системам с сухим трением. Суть этого эффекта состоит в кратковременных остановках движения маховика в промежутки времени, в которые сумма всех моментов активных сил и сил инерции оказывается меньше некоторого порогового момента сил трения, который нужно преодолеть, чтобы маховик начал поворачиваться.

Важным фактором, усложняющим исследование данной динамической особенности и формулировку задачи, является также эффект влияния на маховик сформированных в результате его упругого взаимодействия с БК крутильных волн, достигших ее верхнего конца, отраженных от него и с задержкой, равной времени их пробега, вернувшихся к нижнему концу. Влияние этого эффекта еще не изучено.

В данной работе на основании учета нелинейного фрикционного взаимодействия долота с разрушаемой породой поставлена задача исследования самовозбуждения периодических волновых крутильных колебаний в вертикальной колонне глубокого бурения и влияния эффекта запаздывания приходящей волны кручения на динамический процесс. Рассмотрены случаи небольших и больших значений моментов инерции долот, моделирующих процессы бурения нефтегазовых скважин и шахтных стволов.

**Волновая модель крутильных колебаний длинных бурильных колонн.** Полагаем, что БК длиной  $L$  подвешена за верхний конец и вращается в точке подвеса с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 1). На ее нижнем конце закреплено долото, которое фрикционно взаимодействует со стенкой скважины на дне. Свяжем с центром долота начало неподвижной системы координат  $OXYZ$  и системы  $Oxyz$ , вращающейся со скоростью  $\omega$  (рис. 1). Динамика вращения долота обладает спецификой, свойственной волноводным системам. Поскольку для таких систем возмущение, приложенное к одному концу, другого конца достигнет через конечный промежуток времени, необходимо учитывать запаздывание этих воздействий, и динамику крутильных колебаний БК изучать с помощью волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – угол упругого закручивания элемента БК;  $t$  – время;  $\beta$  – скорость распространения крутильных волн.

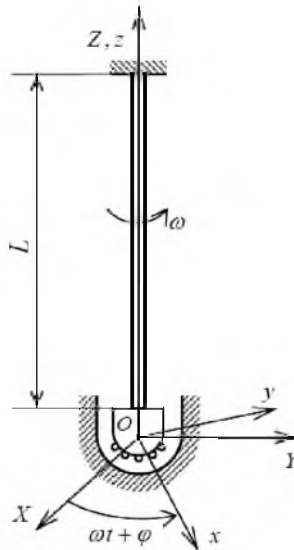


Рис. 1. Схема бурильной колонны.

Волновое уравнение имеет решение Даламбера:

$$\varphi(z, t) = f(z - \beta t) + g(z + \beta t), \quad (2)$$

где  $f(z - \beta t)$ ,  $g(z + \beta t)$  – произвольные непрерывные, не обязательно дифференцируемые функции, первая из которых определяет волну, распространяющуюся в положительном направлении оси  $Oz$ , вторая – в противоположном направлении. Поскольку волны являются недиспергирующими, они перемещаются, не изменяя своего профиля, что существенно упрощает решение задачи.

Действительно, в этом случае указанные функции при  $t > 0$  определяются только начальными

$$f(z - 0) = f_0(z); \quad g(z + 0) = g_0(z) \quad (3)$$

и граничными условиями

$$F[f(0 - \beta t), g(0 + \beta t)] = 0; \quad f(L - \beta t) + g(L + \beta t) = 0, \quad (4)$$

где  $F$  – нелинейный дифференциальный оператор, описывающий движение долота.

Первое условие системы (4) формируется с помощью уравнения баланса моментов сил инерции  $M^{ин}$ , сил трения  $M^{тр}$  и сил упругости  $M^{упр}$

$$M^{ин} + M^{тр} + M^{упр} = 0, \quad (5)$$

вытекающего из принципа Даламбера, записанного для долота, условно отделенного от трубы БК.

Входящий в уравнение (5) момент сил инерции  $M^{ин}$ , действующих на долото, подсчитывается по формуле

$$M^{ин} = -J\ddot{\varphi}, \quad (6)$$

где  $J$  – момент инерции долота относительно оси  $Oz$ ;  $\ddot{\varphi}$  – угловое ускорение долота относительно вращающейся системы координат  $Oxyz$ .

Момент  $M^{тр}$  определяется условиями силового взаимодействия долота с разрушаемой породой и угловой скоростью  $\omega + \dot{\varphi}$  их относительного вращательного движения. Обычно [12, 13] этот момент задается в виде зависимости  $M^{тр}(\omega + \dot{\varphi})$  – рис. 2, которая может быть описана с использованием аппроксимирующей функции

$$M^{тр} = \frac{a_1(\omega + \dot{\varphi}) + a_3(\omega + \dot{\varphi})^3 + a_5(\omega + \dot{\varphi})^5 + a_7(\omega + \dot{\varphi})^7 + a_9(\omega + \dot{\varphi})^9}{1 + a_2(\omega + \dot{\varphi})^2}, \quad (7)$$

где коэффициенты  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 9$ ) определяются из экспериментов.

Момент  $M^{упр}$  вычисляется с помощью равенства

$$M^{упр} = GI_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (8)$$

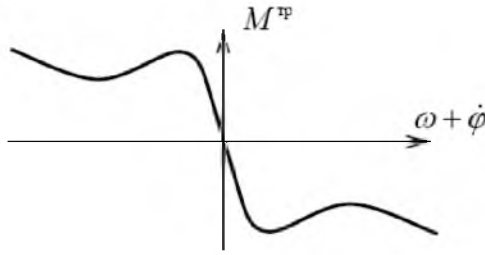


Рис. 2. Типичная диаграмма момента резания (трения).

где  $G$  – модуль упругости при сдвиге;  $I_z$  – момент инерции площади поперечного сечения трубы БК.

Угловая деформация  $\partial\varphi/\partial z$  подсчитывается так:

$$\left. \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial}{\partial z} [f(z - \beta t) + g(z + \beta t)]_{z=0}.$$

На основании второго равенства системы (4) имеем

$$g(L + \beta t) = -f(L - \beta t).$$

Тогда

$$\varphi = f(z - \beta t) - f(2L - z - \beta t) = f(u) - f(w), \quad (9)$$

где  $u = z - \beta t$ ;  $w = 2L - z - \beta t$ .

При  $z = 0$  получим

$$\varphi(0, t) = f(-\beta t) - f(2L - \beta t) = f(-\beta t) - f[-\beta(t - 2L/\beta)].$$

Таким образом в точке  $z = 0$  присоединения долота к БК угол закручивания последней  $\varphi(0, t)$  определяется текущим значением функции  $f(-\beta t)$  и ее “прошлым” значением  $f(2L - \beta t)$ , которое имело место в данной точке в момент времени, сдвинутый в “прошлое” на величину  $T = 2L/\beta$ . Это означает, что угол  $\varphi(0, t)$  является функцией не только текущего значения аргумента  $t$ , но и аргумента  $(t - 2L/\beta)$  с запаздыванием времени.

Из равенства (9) следует

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial z} &= \frac{\partial f(u)}{\partial z} - \frac{\partial f(w)}{\partial z} = \frac{\partial f(u)}{\partial u} + \frac{\partial f(w)}{\partial w}; \\ \frac{\partial\varphi}{\partial t} &= \frac{\partial f(u)}{\partial t} - \frac{\partial f(w)}{\partial t} = -\beta \frac{\partial f(u)}{\partial u} + \beta \frac{\partial f(w)}{\partial w}. \end{aligned}$$

В результате сравнения этих соотношений получим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\frac{\partial f(z - \beta t)}{\beta \partial t} - \frac{\partial f(2L - z - \beta t)}{\beta \partial t}.$$

Тогда запишем

$$\begin{aligned}
 M^{\text{упр}} &= -GI_z \left[ \frac{\partial f(z - \beta t)}{\beta \partial t} + \frac{\partial f(2L - z - \beta t)}{\beta \partial t} \right]_{z=0} = \\
 &= -\frac{GI_z}{\beta} \left[ \frac{\partial f(-\beta t)}{\beta \partial t} + \frac{\partial f[-\beta(t - 2L/\beta)]}{\beta \partial t} \right]_{z=0}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Подставляя (6)–(8) в (5) и учитывая (3), получаем нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с запаздывающим аргументом:

$$\begin{aligned}
 J\{\ddot{f}(-\beta t) - \ddot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\} - \frac{a_1\{\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\}}{1 + a_2\{\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\}^2} + \dots \\
 \dots + \frac{a_9\{\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\}^9}{1 + a_2\{\omega + \dot{f}(-\beta t) - \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\}^2} + \\
 + \frac{GI_z}{\beta} \{\dot{f}(-\beta t) + \dot{f}[-\beta(t - 2L/\beta)]\} = 0. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Данное уравнение полностью эквивалентно системе волнового уравнения с частными производными (1) и краевых уравнений (4), вытекающих из условий крутильных колебаний долота при  $z = 0$  и взаимодействия между собой падающей и отраженной волн в жесткой (но вращающейся) заделке при  $z = L$ . Можно заметить, что уравнение (11) не содержит функцию  $f(t)$ , а зависит только от ее первой и второй производной. Это позволяет понизить порядок уравнения на единицу, однако на практике методика построения полного решения данного уравнения не упрощается ввиду его существенной нелинейности. В таком случае удобнее применить метод Рунге-Кутты. Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 q_1(t) &= f(-\beta t); & q_2(t) &= \dot{f}(-\beta t); \\
 p_1(t) &= f[-\beta(t) - 2L/\beta]; & p_2(t) &= \dot{f}[-\beta(t) - 2L/\beta].
 \end{aligned} \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), получим

$$\begin{aligned}
 \dot{q}_1 &= q_2; \\
 \dot{q}_2 &= \frac{a_1(\omega + q_2 - p_2) + \dots + a_9(\omega + q_2 - p_2)^9}{J[1 + a_2(\omega + q_2 - p_2)^2]} - \frac{GI_z}{J\beta} (q_2 + p_2) + \dot{p}_2, \quad (13)
 \end{aligned}$$

где переменные  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$  являются искомыми; функции  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $\dot{p}_2(t)$  известны, они равны соответственно функциям  $q_1(t - 2L/\beta)$ ,  $q_2(t - 2L/\beta)$ ,  $\dot{q}_2(t - 2L/\beta)$ , подсчитанным ранее в момент времени  $t - 2L/\beta$ .

Система (13) интегрируется численно при постоянной угловой скорости  $\omega$  и заданных начальных условиях  $q_1(0) = q_1^{(0)}$ ,  $q_2(0) = q_2^{(0)}$ . Если моделируется процесс начала бурения, когда вращающаяся БК опускается и долото вступает в контакт с породой на дне скважины, можно положить  $q_1^{(0)} = 0$ ,  $q_2^{(0)} = 0$ ,  $p_1(-2L/\beta) = 0$ ,  $p_2(-2L/\beta) = 0$ ,  $\dot{p}_2(-2L/\beta) = 0$ , и только по истечении времени  $t = 2L/\beta$  переменным  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $\dot{p}_2(t)$  придавать их найденные значения. Полученные решения позволяют установить режимы бурения, при которых реализуется самовозбуждение крутильных колебаний долота и колонны глубокого бурения, построить формы этих колебаний и подобрать условия бурения, исключая автоколебания системы.

Поставленная задача относится к случаю стационарного вращения, когда  $\omega = \text{const}$ . Однако ее формулировка легко может быть распространена и на нестационарные состояния вращения БК, связанные с режимами разгона или торможения.

**Самовозбуждение волновых крутильных колебаний БК.** В зависимости от выбранного режима бурения в процессе работы БК может находиться в состоянии стационарного вращения или самовозбужденных крутильных колебаний, что определяется решениями системы (12). Последние зависят в первую очередь от вида функции  $M^{\text{TP}}(\omega + \dot{\varphi})$ , угловой скорости  $\omega$ , длины  $L$  БК, а также инерционных и жесткостных свойств системы.

Анализ динамики бурильной колонны с помощью модели волнового торсионного маятника позволяет не только подтвердить общие закономерности рождения предельных циклов в автоколебательных системах, но и установить квантованный во времени характер этих колебаний, связанный с волновыми крутильными движениями тела колонны.

Вначале был рассмотрен случай малого значения момента инерции долота  $J = 3,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , типичного для нефтяных и газовых скважин. При этом значения остальных определяющих параметров составляли:  $L = 1000 \text{ м}$ ;  $G = 8,076 \times 10^{10} \text{ Па}$ ;  $\beta = 3218 \text{ м/с}$ ;  $I_z = 3,12 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ . Выбранная функция  $M^{\text{TP}}(\omega + \dot{\varphi})$  соответствует значениям коэффициентов  $a_1 = 2400 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ,  $a_2 = 225 \text{ с}^2$ ,  $a_3 = 15000 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^3$ ,  $a_5 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^5$ ,  $a_7 = 4 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^7$ ,  $a_9 = -130 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^9$ .

Интегрирование системы (13) с начальными условиями  $q_1(0) = 0$ ,  $q_2(0) = 0$  при различных значениях  $\omega$  выполняли методом Рунге-Кутты с шагом по времени  $\Delta t = 6,474 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . Вычисления показывают, что вне диапазона  $0,713 \leq \omega \leq 3,775 \text{ рад/с}$  система из начального положения  $q_1(0) = 0$ ,  $q_2(0) = 0$  стремится в каждом отдельном случае к квазистатическому равновесному состоянию  $q_1(t) = \varphi_{\text{ст}}$ ,  $q_2(t) = 0$ , и самовозбуждение крутильных колебаний отсутствует. Однако в диапазоне  $0,713 \leq \omega \leq 3,775 \text{ рад/с}$  при значении  $\omega_1 = 0,713 \text{ рад/с}$  происходит бифуркация рождения предельного цикла (бифуркация Хопфа [8]) и наряду со стационарным решением (теперь уже неустойчивым) появляются предельные циклы, устойчивость которых подтверждает

ся непосредственным компьютерным моделированием движения. Формирование бифуркационного предельного цикла при  $\omega_1 = 0,713$  рад/с из состояния  $q_1(0) = 0, q_2(0) = 0$  показано на рис. 3, 4. Как свидетельствует график установления периодической функции  $\varphi(t)$  угла упругого поворота долота (рис. 3), автоколебания быстро устанавливаются и приобретают релаксационный характер. Это свойство особенно заметно на графике функции  $\dot{\varphi}(t)$ , являющейся почти кусочно-постоянной (рис. 4).

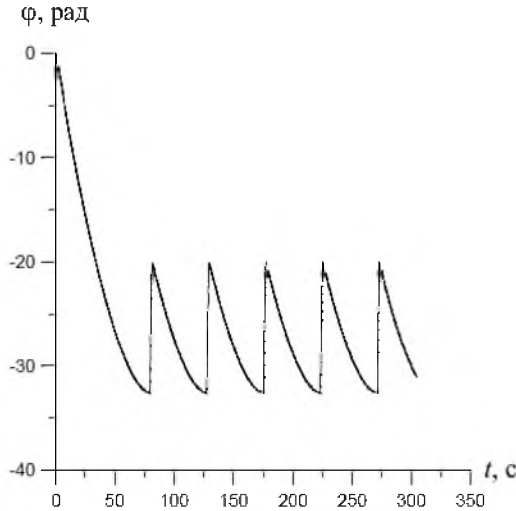


Рис. 3. График крутильных колебаний долота с небольшим моментом инерции.

При выходе параметра  $\omega$  из рассматриваемого диапазона за значение  $\omega_2 = 3,775$  рад/с реализуется бифуркация утраты цикла. При  $\omega > \omega_2$  система опять стремится к устойчивому стационарному равновесному состоянию, не зависящему от начального возмущения, и предельные циклы не возникают. Сопоставление результатов решения при  $\omega = \omega_1$  и  $\omega = \omega_2$  позволяет заключить, что процессы самовозбуждения колебаний в этих случаях качественно отличаются мало и происходят приблизительно с одинаковым размахом  $D \approx 12,6$  рад, хотя и с разными периодами:  $T_1 \approx 47,5$  с и  $T_2 \approx 8,18$  с соответственно. Однако общим для колебаний является то, что их характер квантованный во времени, аналогичный динамическим процессам, наблюдаемым в квантовой механике. В ней вводится гипотеза о существовании фундаментальной (минимальной) длины  $l$  как одной из универсальных физических постоянных и осуществляется переход от непрерывных значений координат и времени к их дискретным (квантованным) величинам. Предполагается, что изменение состояния ансамбля элементарных частиц происходит в моменты их столкновения, а в промежутки времени (временные кванты) между этими столкновениями, кратные величине  $l/c$  ( $c$  – скорость света), состояния системы неизменны. Этим фактором обусловлен дискретный во времени характер протекания динамических процессов в микромире.

Аналогичную природу имеет дискретный характер изменения скорости  $\dot{\varphi}(t)$  вращения долота (маховика) и в волновом торсионном маятнике (рис. 4,а).



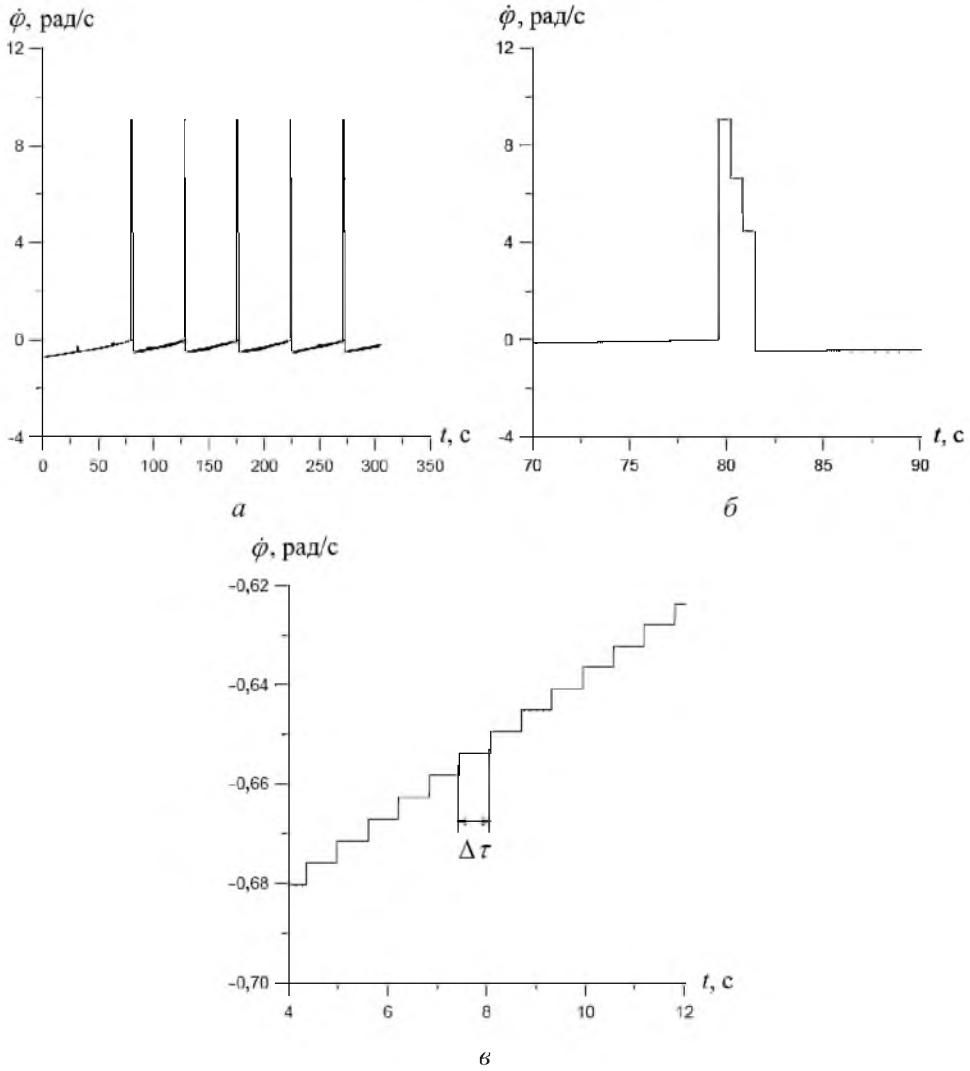


Рис. 4. Диаграмма изменения угловой скорости долота с небольшим моментом инерции.

Только в данном случае характерной длиной является длина колонны  $L$ , а квант времени  $\Delta \tau$  равен времени прохождения волной кручения пути от долота до верха колонны и обратно

$$\Delta \tau = 2L/\beta \quad (14)$$

и в течение этого временного кванта скорость упругого поворота долота не изменяется. Отметим, что вместо скорости света  $c$  в равенстве (14) используется скорость  $\beta$  распространения волны кручения в трубе колонны. Для большей убедительности на рис. 4,б,в показаны фрагменты рис. 4,а в увеличенном масштабе. Рис. 4,б отражает ступенчатый характер всплеска функции  $\dot{\phi}(t)$  на отрезке  $70 \leq t \leq 90$  с, рис. 4,в – квантованность времени на пологом участке этой кривой. Во всех случаях величина кванта (14) оказалась равной  $\Delta \tau \approx 0,621$  с.

Следует подчеркнуть, что дискретный характер изменения скорости  $\dot{\varphi}$  упругого поворота долота проявляется в данной модели, несмотря на то что коэффициенты в системе (13) и нелинейности в равенстве (7) являются непрерывными, гладкими и дифференцируемыми. По-видимому, это связано с тем, что система самонастраивается на генерирование в торсионном волноводе слабых ударных волн, т.е. волн с разрывами первых производных, которые порциями (квантами) распространяются вверх от долота, отражаются от верхнего конца БК и, возвращаясь, бьют по долоту, вызывая его квантованное движение, и т.д.

Обнаруженные закономерности квантованных автоколебаний волнового торсионного маятника отчетливо заметны в выбранных масштабах диаграмм на рис. 4. Однако если учесть, что при интегрировании системы (13) каждый квант  $\Delta t$  разбивался на 96000 шагов, то в более мелком масштабе все функции оказываются непрерывными, имеющими, однако, участки быстрого и медленного изменения.

Попытки интегрирования системы (13) с начальными условиями, отличающимися от выбранных, никак не повлияли на формы предельных циклов. Это свидетельствует о том, что самовозбуждение колебаний является мягким.

Из построенных решений следует, что в БК в результате самовозбуждения могут возникать крутильные колебания долота, при которых функция угловой скорости является кусочно-постоянной. Это значит, что в местах разрыва функции в рамках принятой математической модели угловые ускорения и действующие на долото крутящие моменты приобретают импульсные значения. Поэтому такие режимы автоколебаний долота представляют существенную опасность для динамической прочности системы и их нельзя считать допустимыми.

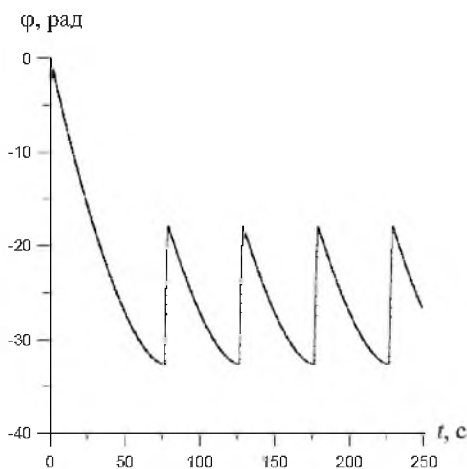


Рис. 5. График крутильных колебаний долота с большим моментом инерции.

Интересно проследить, как величина момента инерции  $J$  долота влияет на процесс самовозбуждения колебаний. С этой целью выполнено моделирование вращения БК при  $J = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Результаты расчетов свидетельствуют, что с увеличением  $J$  качественных изменений в характере возбуж-

дения автоколебательных процессов и виде функции  $\varphi(t)$ ,  $\dot{\varphi}(t)$  не произошло. Бифуркационные значения  $\omega$  практически не изменились и составили  $\omega_1 \approx 0,725$  рад/с,  $\omega_2 \approx 3,85$  рад/с. На рис. 5 показан график  $\varphi(t)$  при  $\omega = \omega_1$ . Видно, что он аналогичен кривой  $\varphi(t)$  на рис. 3, при этом размах колебаний увеличился до  $D \approx 15$  рад, а период колебаний – до  $T \approx 50$  с.

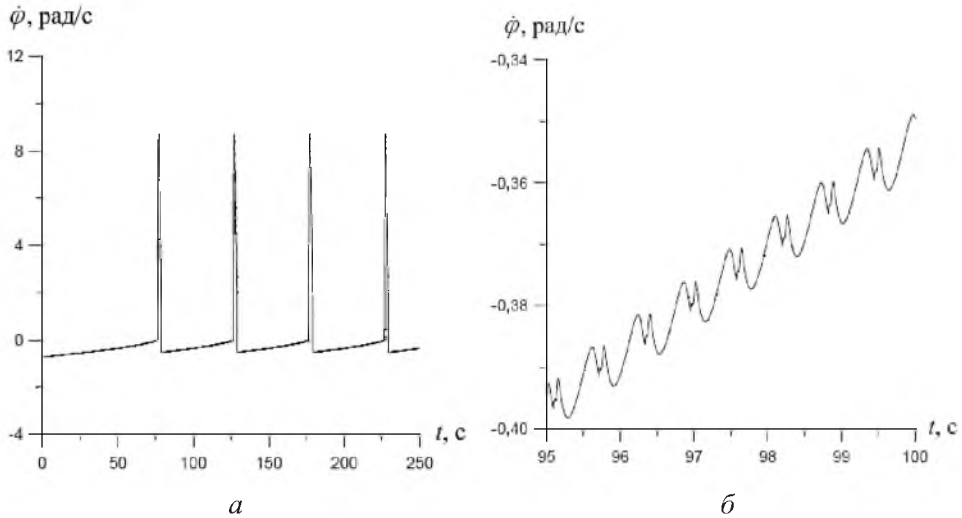


Рис. 6. Диаграммы изменения угловой скорости долота с большим моментом инерции.

Несмотря на значительное увеличение  $J$ , общий характер функции  $\dot{\varphi}(t)$  не изменился (рис. 6,а). Однако локальное поведение долота под действием волнового импульса стало иным. На рис. 6,б в увеличенном масштабе показана кривая  $\dot{\varphi}(t)$  в диапазоне  $95 \leq t \leq 100$  с. Поскольку в данном случае система стала более инерционной, волновой импульс не может придавать долоту почти разрывную скорость (как это имеет место на рис. 4,б,в), и ее график приобретает вид осциллирующей кривой.

## Выводы

1. Поставлена задача о самовозбуждении крутильных колебаний колонн глубокого бурения.

2. Предложена описывающая эти эффекты математическая модель волнового крутильного маятника, приведенная к нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению с запаздывающим аргументом.

3. С помощью модели для БК длиной  $L = 1000$  м установлены следующие закономерности самовозбуждения крутильных колебаний:

1) существует диапазон изменения угловой скорости вращения колонны, внутри которого происходит самовозбуждение ее крутильных периодических колебаний. Вне этого диапазона колонна находится в состояниях устойчивого стационарного динамического равновесия. Его границы мало зависят от величины момента инерции долота и располагаются в окрестности значений  $\omega_1 \approx 0,7$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_2 \approx 3,8$  с<sup>-1</sup>;

2) процесс самовозбуждения колебаний и их формы не зависят от начальных условий, поэтому самовозбуждение является мягким;

3) при значении момента инерции долота  $J = 3,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  функция угловой скорости  $\dot{\varphi}(t)$  его упругих колебаний имеет квантованный характер, причем продолжительность кванта равна времени прохождения волной упругого кручения удвоенной длины БК. В случае  $J = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  в пределах исходного временного кванта функция  $\dot{\varphi}(t)$  получает дополнительную осцилляцию.

Работа выполнена при частичном финансировании по проекту № ДЗ/295-2008 Министерства образования и науки Украины.

## Резюме

Поставлено задачу про самозбудження пружних хвильових крутильних коливань бурильної колони, що обертається, в результаті фрикційної взаємодії її долота зі скельною породою на дні глибокої свердловини. Із використанням розв'язку Даламбера хвильового рівняння побудовано математичну модель хвильового торсіонного маятника у формі нелінійного звичайного диференціального рівняння із запізнілим аргументом. Шляхом комп'ютерного моделювання встановлено особливості виникнення крутильних автоколивань бурильних колон.

1. *Iyoho A. W., Meize R. A., Millheim K. K., and Crumrine M. J.* Lessons from integrated analysis of GOM drilling performance // SPE Drilling & Completion. – 2005. – March. – P. 6 – 16.
2. *Фостер Б.* “Сетевые графики”, улучшающие показатели бурения скважин с горизонтальным смещением забоя // Нефтегазовые технологии. – 2005. – № 3. – С. 19 – 24.
3. *Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Соловьев И. Л., Горбунович И. В.* Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения // Пробл. прочности. – 2006. – № 5. – С. 109 – 119.
4. *Гуляев В. И., Гайдайчук В. В., Соловьев И. Л., Гловач Л. В.* Компьютерное моделирование сил сопротивления, действующих на криволинейные бурильные колонны // Там же. – 2007. – № 5. – С. 55 – 67.
5. *Гуляев В. И., Горбунович И. В.* Устойчивость бурильных колонн в наклонно направленных скважинах // Там же. – 2008. – № 6. – С. 71 – 81.
6. *Ланда П. С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. – М.: Наука, 1980. – 364 с.
7. *Рабинович М. К., Трубецков Д. И.* Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
8. *Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн Н.* Теория и приложения бифуркации рождения цикла. – М.: Мир, 1985. – 280 с.
9. *Challamel N.* Rock destruction effect on the stability of a drilling structure // J. Sound Vibration. – 2000. – **233**, No. 2. – P. 235 – 254.

10. *Ford B. J.* The genesis of torsional drillstring vibrations // *SPE Drilling Eng.* – 1992. – 7. – P. 168 – 174.
11. *Jansen J. D. and Van den Steen L.* Active damping of self-excited torsional vibrations in oil well drillstrings // *J. Sound Vibration.* – 1995. – 179, No. 4. – P. 647 – 668.
12. *Tucker R. W. and Wang C.* On the effective control of torsional vibrations in drilling systems // *Ibid.* – 1999. – 224, No. 1. – P. 101 – 122.
13. *Tucker R. W. and Wang C.* An integrated model for drill-string dynamics // *Ibid.* – P. 123 – 165.

Поступила 18. 06. 2008