

Численное исследование нелинейной динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров

В. А. Ромащенко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

На основе двумерного алгоритма Уилкинса разработан метод численного исследования геометрически и физически нелинейного осесимметричного динамического напряженно-деформированного состояния многослойных толстостенных цилиндрических упругопластических оболочек с различной структурой спирального армирования. Проведено численное исследование особенностей нелинейного динамического поведения одно- и двухслойных цилиндров при различных схемах спирального армирования и амплитудах нагружения.

Ключевые слова: спиральная ортотропия, динамика, многослойный цилиндр, геометрическая и физическая нелинейность, пластичность.

Введение. Композитные материалы (КМ) все более широко применяются в технике, в частности в конструкциях, подверженных нестационарным нагрузкам. К таким конструкциям в первую очередь относятся сосуды, корпуса или защитные сооружения, предназначенные для удержания в своей полости значительных гидро- либо газодинамических нагрузок [1, 2]. Структура и технология создания КМ определяют их качественные различия в реакции на динамическую нагрузку. В приложениях широко используются многослойные оболочки вращения, изготовленные из композитных слоев, армированных по спирали под определенным углом α к образующей. Такие оболочки, как правило, локально ортотропны. Однако их главные оси анизотропии x' , φ' , r при этом не совпадают с осями глобальной цилиндрической системы координат x , φ , r , а повернуты относительно оси r на угол армирования.

Известны теоретические исследования подобных конструкций при статических условиях нагружения: в [3] численно-аналитическим методом изучено напряженно-деформированное состояние (НДС) двухслойного упругого полого цилиндра, подверженного действию давления на внешней поверхности. Слои цилиндра армированы волокнами, которые ориентированы под равными по величине и противоположными по знаку углами относительно продольной оси. Отмечено, что при исследовании НДС необходимо учитывать эффекты, обусловленные несовпадением главных направлений упругости с направлением координатных линий.

В [4] изложена методика вычисления собственных частот многослойных цилиндров со спиральной ортотропией для граничных условий типа Навье на торцах, в [5] на основе двумерного алгоритма Уилкинса разработан метод численного исследования динамики многослойных толстостенных упругих цилиндрических оболочек с различной структурой спирального армирования и изучены особенности динамического поведения двухслойного цилиндра при разных схемах спирального армирования.

Анализ литературных источников показывает, что большая часть работ посвящена исследованию подобных конструкций в упругой области при малых перемещениях и деформациях. В то же время при интенсивных динамических нагрузках задача исследования становится существенно нелинейной: как геометрически (появление конечных перемещений, поворотов и деформаций), так и физически (появление необратимых пластических деформаций). Ранее [6] подобные задачи с учетом обоих видов нелинейностей рассматривались для тел вращения с цилиндрической ортотропией. Нелинейные динамические задачи о влиянии структуры спирального армирования на НДС толстостенных многослойных полых упругопластических цилиндрических тел, насколько известно автору, не рассматривались.

Цель данной работы – обобщить методы [5, 6] на случай осесимметричного динамического нагружения толстостенных многослойных спирально ортотропных упругопластических цилиндров с учетом геометрической и физической нелинейностей, а также исследовать влияние различных схем армирования и видов нелинейностей на НДС толстостенных одно- и двухслойных цилиндрических оболочек, подверженных осесимметричному импульсному воздействию.

Математическая постановка краевой задачи и метод решения.

Сформулируем математически задачу исследования (начало координат всегда будем располагать в центре симметрии цилиндра). Уравнения движения в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии и произвольного (от -90 до $+90^\circ$) угла спирального армирования α , который полагается постоянным в пределах рассматриваемого слоя, имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = \rho \frac{du_r}{dt}; \\ \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau_{rx}}{r} = \rho \frac{du_x}{dt}; \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{2\tau_{r\varphi}}{r} = \rho \frac{du_\varphi}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность материала слоя; σ_r , σ_φ , σ_x , τ_{rx} , $\tau_{r\varphi}$, $\tau_{x\varphi}$ – компоненты тензора напряжений; t – время; u_r , u_φ , u_x – компоненты вектора скоростей перемещений.

Геометрические соотношения, выражающие тензор скоростей деформаций через вектор скоростей перемещений, запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}; & \dot{\epsilon}_\varphi &= \frac{u_r}{r}; & \dot{\epsilon}_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\ \dot{\gamma}_{rx} &= \frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r}; & \dot{\gamma}_{r\varphi} &= \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}; & \dot{\gamma}_{x\varphi} &= \frac{\partial u_\varphi}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2)$$

Соотношения (2) универсальны в том смысле, что они являются справедливыми как для малых, так и для конечных деформаций, перемещений и

поворотов. Таким образом, геометрические соотношения в форме (2) позволяют в полной мере учитывать геометрическую нелинейность краевой задачи [7].

Физические уравнения в упругой области с учетом произвольного угла спирального армирования слоя α представим в векторной форме:

$$\frac{d}{dt} \{ \sigma_x; \sigma_\varphi; \sigma_r; \tau_{x\varphi}; \tau_{\varphi r}; \tau_{rx} \} = C \{ \dot{\epsilon}_x; \dot{\epsilon}_\varphi; \dot{\epsilon}_r; \dot{\gamma}_{x\varphi}; \dot{\gamma}_{\varphi r}; \dot{\gamma}_{rx} \}, \quad (3)$$

где квадратная матрица C размерности 6×6 симметрична ($C_{ij} = C_{ji}$) и имеет следующие ненулевые компоненты [8]:

$$C_{12} = B_{x\varphi} + (A_x + A_\varphi - 2B_{x\varphi} - 4G_{x\varphi}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha;$$

$$C_{44} = G_{x\varphi} \cos^2 2\alpha + (A_x + A_\varphi - 2B_{x\varphi}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha; \quad C_{33} = A_r;$$

$$\{C_{11}; C_{22}\} = \{A_x; A_\varphi\} \cos^4 \alpha + \{A_\varphi; A_x\} \sin^4 \alpha + \{1; 1\} (0,5B_{x\varphi} + G_{x\varphi}) \sin^2 2\alpha;$$

$$\begin{aligned} \{C_{13}; C_{23}; C_{55}; C_{66}\} &= \{B_{rx}; B_{\varphi r}; G_{\varphi r}; G_{rx}\} \cos^2 \alpha + \\ &+ \{B_{\varphi r}; B_{rx}; G_{rx}; G_{\varphi r}\} \sin^2 \alpha; \end{aligned}$$

$$\{C_{34}; C_{56}\} = \{B_{\varphi r} - B_{rx}; G_{\varphi r} - G_{rx}\} \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\begin{aligned} \{C_{14}; C_{24}\} &= [\{A_\varphi; -A_x\} \sin^2 \alpha + \{-A_x; A_\varphi\} \cos^2 \alpha + \\ &+ \{1; -1\} (B_{x\varphi} + 2G_{x\varphi}) \cos 2\alpha] \sin \alpha \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$A_x = E_x(1 - v_{\varphi r} v_{r\varphi}) / D_0; \quad B_{x\varphi} = E_\varphi(v_{x\varphi} + v_{xr} v_{r\varphi}) / D_0;$$

$$D_0 = 1 - 2v_{x\varphi} v_{\varphi r} v_{rx} - v_{x\varphi} v_{\varphi x} - v_{\varphi r} v_{r\varphi} - v_{rx} v_{xr},$$

выражения для A_φ , A_r , $B_{\varphi r}$, B_{rx} получаются путем циклической перестановки индексов x , φ , r ; E_i , v_{ij} , G_{ij} ($i, j = x, \varphi, r$; $i \neq j$) – технические характеристики упругости ортотропного материала в главных осях анизотропии при угле армирования $\alpha = 0$, т.е. в случае цилиндрически ортотропного тела (E_i – модули упругости; G_{ij} – модули сдвига; v_{ij} – коэффициенты Пуассона в соответствующих направлениях и плоскостях). При этом выполняются равенства [8]

$$E_i v_{ji} = E_j v_{ij}, \quad i \neq j, \quad (4)$$

и для реальных материалов имеем $D_0 > 0$.

Предполагалось, что рассматриваемые композитные материалы могут проявлять также пластические свойства. Пластическое деформирование КМ

будем описывать теорией течения ортотропного материала без упрочнения Мизеса–Хилла [9, 10]. Согласно этой теории в главных осях анизотропии x' , φ' , r критерий пластичности имеет вид

$$2f = H(\sigma_{x'} - \sigma_{\varphi'})^2 + F(\sigma_{\varphi'} - \sigma_r)^2 + D(\sigma_r - \sigma_{x'})^2 + N\tau_{x'\varphi'}^2 + L\tau_{\varphi'r}^2 + M\tau_{rx'}^2 \leq 2, \quad (5)$$

где

$$\begin{cases} H = \sigma_{rx'}^{-2} + \sigma_{\varphi'r}^{-2} - \sigma_{r\varphi'}^{-2}; \\ F = \sigma_{\varphi'r}^{-2} + \sigma_{rx'}^{-2} - \sigma_{r\varphi'}^{-2}; \\ D = \sigma_{r\varphi'}^{-2} + \sigma_{rx'}^{-2} - \sigma_{\varphi'r}^{-2}; \\ N = 2\tau_{x'\varphi'}^{-2}; \quad L = 2\tau_{\varphi'r}^{-2}; \quad M = 2\tau_{rx'}^{-2}; \end{cases} \quad (6)$$

σ_{ti} , τ_{tij} – пределы текучести ортотропного материала в соответствующих главных направлениях анизотропии.

Зависимости приращений пластических деформаций от напряжений запишем следующим образом:

$$\begin{cases} d\varepsilon_{x'}^p = d\lambda[H(\sigma_{x'} - \sigma_{\varphi'}) + D(\sigma_{x'} - \sigma_r)]; \\ d\varepsilon_{\varphi'}^p = d\lambda[F(\sigma_{\varphi'} - \sigma_r) + H(\sigma_{\varphi'} - \sigma_{x'})]; \\ d\varepsilon_r^p = d\lambda[D(\sigma_r - \sigma_{x'}) + F(\sigma_r - \sigma_{\varphi'})]; \\ d\gamma_{x'\varphi'}^p = d\lambda N\tau_{x'\varphi'}; \quad d\gamma_{\varphi'r}^p = d\lambda L\tau_{\varphi'r}; \\ d\gamma_{rx'}^p = d\lambda M\tau_{rx'}, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$d\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}(HF + DH + FD)} \left\{ H(Fd\varepsilon_{x'}^p - Dd\varepsilon_{\varphi'}^p)^2 + F(Dd\varepsilon_{\varphi'}^p - Hd\varepsilon_r^p)^2 + D(Hd\varepsilon_r^p - Fd\varepsilon_{x'}^p)^2 + (HF + DH + FD)^2 \left[\frac{(d\gamma_{x'\varphi'}^p)^2}{N} + \frac{(d\gamma_{\varphi'r}^p)^2}{L} + \frac{(d\gamma_{rx'}^p)^2}{M} \right] \right\}^{1/2}. \quad (8)$$

В изотропном материале следует полагать

$$H = F = D = \frac{N}{6} = \frac{L}{6} = \frac{M}{6} = \frac{1}{\sigma_T^2}. \quad (9)$$

Полные деформации в рамках теории [9] можно представить в виде суммы упругих и пластических составляющих, при этом упругие составляющие определяются физическими уравнениями (3), пластические – соотношениями (5)–(8).

Система уравнений (1)–(8) замыкается начальными, граничными и контактными условиями. Начальные условия полагались нулевыми, граничные – силовыми или кинематическими, контакт между слоями – идеальным. Несмотря на наличие всех компонент перемещений, напряжений и деформаций, краевая задача (1)–(8) будет осесимметричной в том смысле, что ни одна из ее переменных не зависит от угловой координаты φ [3, 5].

Исходя из приведенных уравнений разработан пакет прикладных программ (ППП) для осесимметричного двухмерного динамического численного расчета геометрически и физически нелинейного НДС многослойных толстостенных упругопластических цилиндров при произвольном угле армирования каждого слоя. Метод базируется на явной по времени интегрирующей по пространству конечноразностной схеме Уилкинса, при этом за основу взята методика [5], доработанная на случай конечных, в том числе и пластических, деформаций согласно подходу [6].

Разработанный ППП для упругих краевых задач достаточно тщательно тестировался ранее [5]. Ввиду отсутствия в литературных источниках данных по пластическому деформированию подобных спирально анизотропных конструктивных элементов тестирование блока расчета пластического течения в модифицированном ППП производилось традиционными методами численного эксперимента и показало достаточно хорошую точность алгоритма.

Таким образом, достоверность предложенной расчетной методики обосновывается использованием традиционных математических формулировок краевых задач механики сплошной среды [7–10] и хорошо апробированных и оттестированных численных алгоритмов [5–7]. Методика применяется достаточно широко: в [5–7] показано, что в рамках используемой математической модели конечноразностная схема Уилкинса позволяет проводить расчеты с достаточной точностью как при малых деформациях, так и при больших – порядка 100% и более. Поскольку реальные композиты и выполненные из них конструкции теряют несущую способность при значительно меньших деформациях, методику можно использовать для любых нагрузок, вплоть до разрушающих.

Численные результаты: учет геометрической нелинейности. Чтобы выделить влияние только фактора геометрической нелинейности в “чистом” виде, рассмотрим упругий КМ, подчиняющийся закону Гука даже в случае конечных деформаций и напряжений.

Исследуем однослойный цилиндр конечной длины с такими размерами: длина $L = 0,4$ м; внутренний радиус $R_1 = 0,1$ м; наружный радиус $R_2 = 0,12$ м, нагружаемый изнутри осесимметричным импульсом давления по закону [5]:

$$\sigma_{r|_{r=R_1}} = -\sigma_0 R_1^3 l^{-3} H(la^{-1} - t), \quad (10)$$

где $a = 6310$ м/с; $l = \sqrt{x^2 + R_1^2}$.

Амплитуда нагружения варьировалась:

- 1) $\sigma_0 = 1$ МПа – линейная постановка;
- 2) $\sigma_0 = 1500$ МПа – геометрически нелинейная постановка.

Торцы и наружная поверхность цилиндра свободны от нагрузок. Материал – ортотропный графитоэпоксид Т300/5208 со следующими упругими характеристиками [11, 12]: $E_x = 1,325 \cdot 10^5$ МПа; $E_\varphi = E_r = 1,08 \cdot 10^4$ МПа; $G_{\varphi r} = 3400$ МПа; $G_{x\varphi} = G_{rx} = 5700$ МПа; $\nu_{x\varphi} = 0,24$; $\nu_{\varphi r} = 0,49$; $\nu_{rx} = 0,02$; $\rho = 1540$ кг/м³. Угол армирования полагали $\alpha = \pi/3$.

Исследовали изменение во времени:

- а) безразмерных напряжений σ_φ/σ_0 на внутренней поверхности цилиндра в центральном сечении ($x = 0$; $r = R_1$) – рис. 1;
- б) безразмерных радиальных перемещений $w_r G_{\varphi r}/\sigma_0 R_1$ в той же точке;
- в) безразмерных осевых перемещений $w_x G_{\varphi r}/\sigma_0 R_1$ торца вблизи внутренней поверхности ($x = L/2$; $r = R_1$);
- г) безразмерного угла закручивания $\beta G_{\varphi r}/\sigma_0$ правого торца цилиндра ($x = L/2$) относительно левого ($x = -L/2$) вблизи внутренней поверхности ($r = R_1$).

Из рис. 1 и анализа остальных выходных данных в пп. б)–г) (графические иллюстрации опущены) видно, что качественно все кривые для задач в линейной постановке подобны соответствующим кривым в нелинейной постановке. Большие пиковые значения при этом по всем переменным наблюдаются в случае нелинейного расчета. Крутильные и продольные колебания оболочки связаны с одной продольной формой колебаний и происходят с одинаковой частотой. Радиальные колебания соответствуют другой форме колебаний и происходят с гораздо большей частотой.

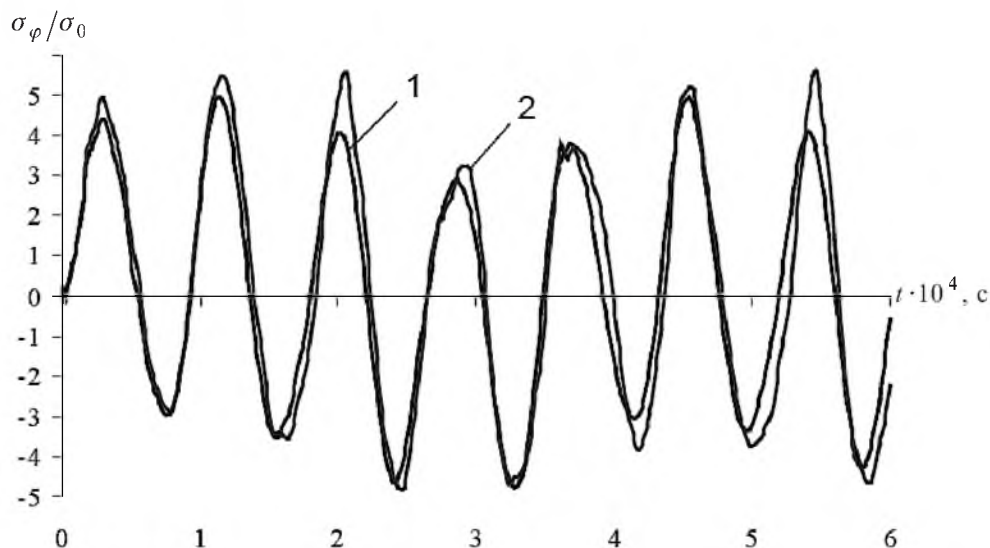


Рис. 1. Окружные напряжения в однослойном цилиндре: 1 – линейная постановка ($\sigma_0 = 1$ МПа, максимальные деформации не превышали 0,008%); 2 – геометрически нелинейная постановка ($\sigma_0 = 1500$ МПа, максимальные деформации могли достигать 15%).

Известно, что наиболее существенно результаты расчета с учетом геометрической нелинейности будут отличаться от таковых в линейной постановке при реализации в конструкции больших деформаций и больших поворотов одновременно [6, 7, 13]. В рассматриваемой конструкции – короткой цилиндрической оболочке под действием осесимметричного внутреннего давления – больших поворотов даже при интенсивной нагрузке ожидать не приходится. По крайней мере, повороты всегда будут менее значительны по сравнению с соответствующими деформациями. Следовательно, эффекты, связанные с учетом геометрической нелинейности, в таких конструкциях относительно умеренны: качественно динамическую волновую картину они сильно не изменяют, а количественно дают большие амплитудные значения силовых и кинематических параметров по сравнению с линейным подходом.

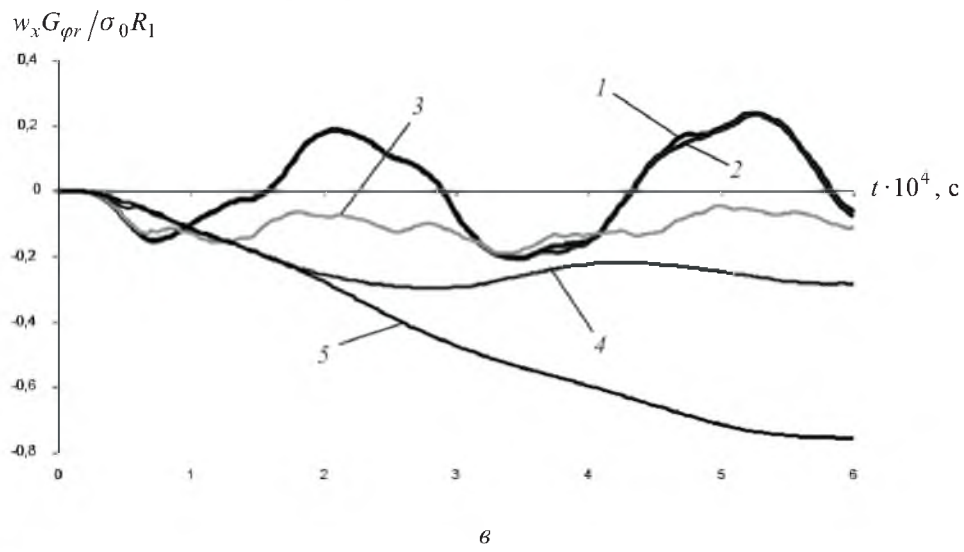
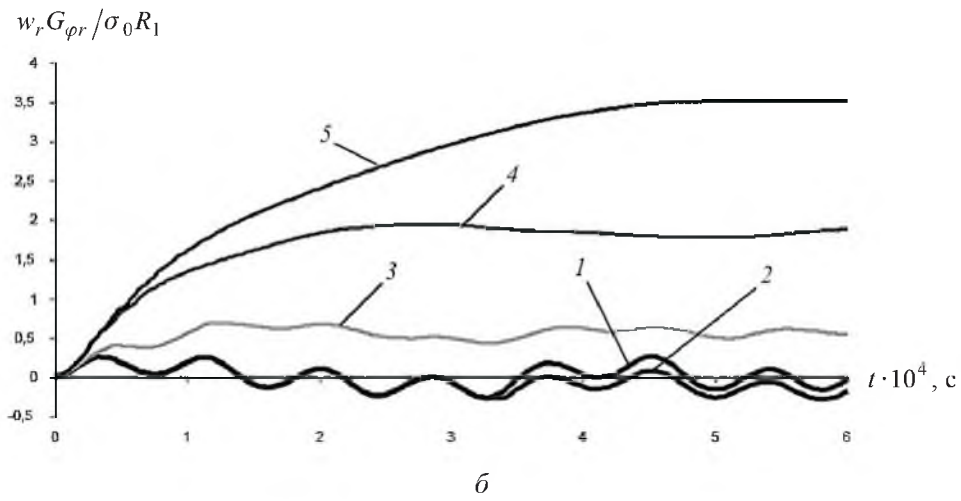
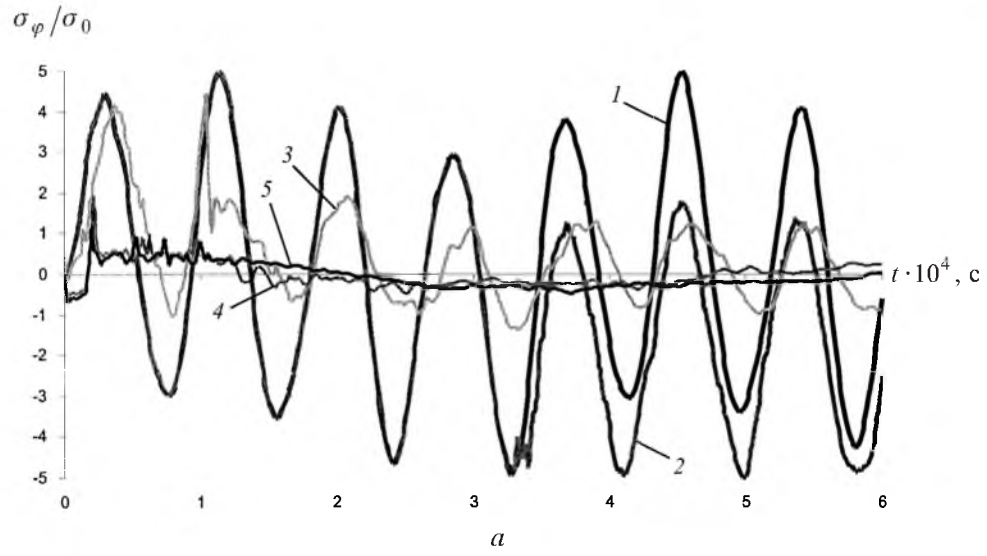
Поэтому даже для таких относительно несложных конструкций и схем нагружения рекомендовать линейные подходы расчета в случае больших нагрузок проблематично – результаты могут не идти в запас прочности, а занижать максимальные величины напряжений и деформаций.

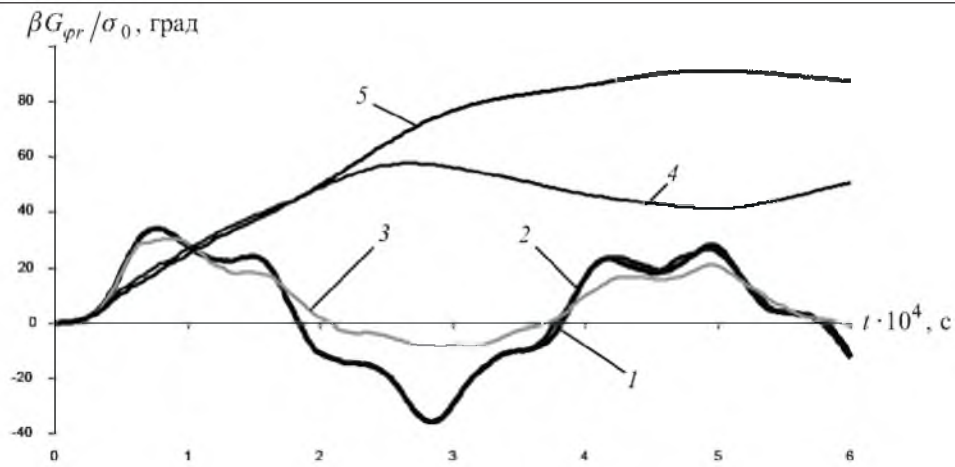
Численные результаты: учет пластического деформирования. *Однослойный цилиндр.* Рассмотрим ту же оболочку и схему нагружения, что и выше, полагая КМ при этом упругопластическим. В [11] приведены пределы прочности для графитоэпоксида Т300/5208. Учитывая, что большинство КМ имеют сравнительно малые пластические участки на соответствующих диаграммах деформирования, для данного графитоэпоксида принимаем [11] следующие пределы текучести: $\sigma_{тх} = 1500$ МПа; $\sigma_{т\varphi} = \sigma_{тr} = 40$ МПа; $\tau_{т\varphi r} = 65$ МПа; $\tau_{тrx} = \tau_{т\varphi} = 85$ МПа. Результаты численных расчетов представлены на рис. 2 и 3.

При этом на рис. 2,а–г приведены графики для тех же физических величин, что и в предыдущем анализе. Рис. 2,д иллюстрирует изменение во времени безразмерного радиального перемещения вблизи торца у внутренней поверхности цилиндра ($r = R_1$; $x = L/2$). При $\sigma_0 = 20$ МПа (на рис. 2 кривые 1) цилиндр деформировался упруго, при $\sigma_0 \geq 50$ МПа – упруго-пластически, при этом деформации при $\sigma_0 = 400$ МПа могли достигать 50% и более.

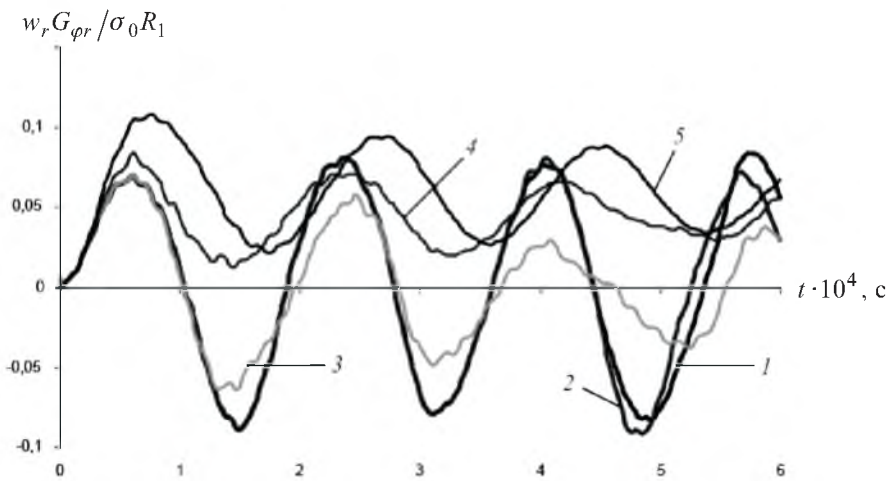
Характерно, что при относительно малой нагрузке ($\sigma_0 = 50$ МПа) оболочка начала деформироваться пластически не сразу, а в результате эффекта “раскачки” [5, 14]: до момента времени $t_0 \approx 3,3 \cdot 10^{-4}$ с (для сравнения – время действия импульса нагрузки около $1,65 \cdot 10^{-5}$ с, т.е. в 20 раз меньше) цилиндр работал полностью в упругой области (кривые 1 и 2 совпадают), при $t \geq t_0$ в оболочке из-за раскачки начинают появляться локальные пластические зоны, о чем свидетельствует расхождение кривых 1 и 2 (рис. 2).

При $\sigma_0 \geq 100$ МПа характерно появление остаточных прогибов, удлинения и угла закручивания оболочки. В случае больших нагрузок эти величины более-менее выходят на квазистационарные значения, кроме радиального перемещения торца, где даже при $\sigma_0 = 400$ МПа наблюдаются выраженные упругие колебания вокруг положения остаточного прогиба (на рис. 2,д кривая 5).



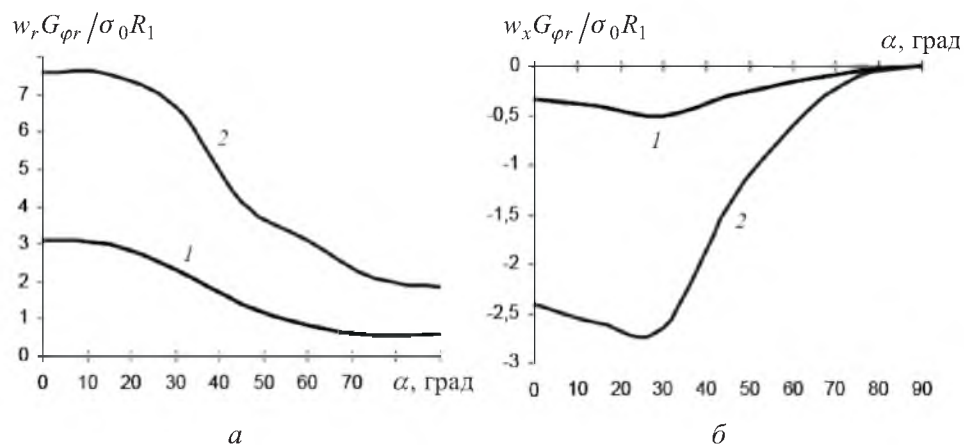


z



d

Рис. 2. Влияние физической нелинейности на НДС однослойного цилиндра: 1 – $\sigma_0 = 20$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 50$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 100$ МПа; 4 – $\sigma_0 = 300$ МПа; 5 – $\sigma_0 = 400$ МПа.



a

б

Рис. 3. Зависимость остаточных перемещений от α при симметричном армировании.

Исследовали также зависимость следующих остаточных безразмерных величин от амплитуды нагружения σ_0 :

радиального прогиба в центральной внутренней точке $w_r G_{\varphi r} / \sigma_0 R_1$;

удлинения $w_x G_{\varphi r} / \sigma_0 R_1$;

угла закручивания $\beta G_{\varphi r} / \sigma_0$;

средней толщиной деформации центрального сечения $\varepsilon_r G_{\varphi r} / \sigma_0$.

При этом удлинения и угол закручивания вычисляли вдоль внутренней поверхности цилиндра. Как показывает анализ, на всех соответствующих графиках $f(\sigma_0)$, которые здесь опущены, участки $\sigma_0 \in [100; 300]$ МПа близки к линейным. Это свидетельствует о том, что при таком уровне нагрузки вышеуказанные остаточные величины в естественной размерности можно достаточно точно прогнозировать квадратичной зависимостью типа $k\sigma_0^2$. При $\sigma_0 > 300$ МПа наблюдается катастрофическая текучесть: по мере увеличения амплитуды нагрузки остаточные деформации начинают расти быстрее, чем по квадратичной зависимости.

Изучали также зависимость тех же остаточных величин от угла армирования α при докритической ($\sigma_0 = 200$ МПа) и закритической ($\sigma_0 = 400$ МПа) нагрузках. Наблюдается существенно нелинейная зависимость остаточных деформаций как от α , так и от σ_0 , причем для остаточной радиальной деформации ε_r с увеличением σ_0 зависимость $\varepsilon_r(\alpha)$ изменяется не только количественно, но и качественно. В некоторой степени это относится и к остаточному прогибу центрального сечения цилиндра.

Максимальные остаточные прогибы оболочки отмечаются при осевом армировании ($\alpha = 0$), удлинения – при $\alpha \approx 30^\circ$, углы закручивания – при $\alpha \approx 45^\circ$. Интересно, что при окружном армировании ($\alpha = 90^\circ$) остаточные удлинения практически отсутствовали, несмотря на то что продольная жесткость цилиндра при таком армировании минимальна.

Двухслойный цилиндр. Геометрические габариты и схема нагружения цилиндра не изменялись. Оболочка полагалась двухслойной: слои одинаковой толщины выполнены из того же КМ. Угол армирования внутреннего слоя отличается от угла армирования наружного слоя. Рассматривали две схемы армирования:

симметричное – во внутреннем слое угол армирования $(+\alpha)$, в наружном – $(-\alpha)$;

ортогональное – во внутреннем слое угол армирования α , в наружном – $(\alpha \pm 90^\circ)$.

Исследовали зависимость тех же остаточных величин, что и для однослойного цилиндра, от угла α . Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4, при этом кривые 1 соответствуют докритической нагрузке (200 МПа), кривые 2 – закритической (400 МПа). Также наблюдается сильная нелинейная зависимость остаточных деформаций оболочки от амплитуды нагрузки, угла и схемы армирования. Остаточное закручивание при симметричном армировании оказалось на порядок меньше такового при соответствующем ортогональном армировании. При симметричном армировании остаточный прогиб центрального сечения наибольший. Благодаря ортогональному армированию он уменьшался в два-три раза в зависимости от амплитуды импульса. Такая схема армирования обеспечивала

также меньший уровень остаточных удлинений цилиндра при $\alpha \in [0; 45^\circ]$. При $\alpha > 45^\circ$ и большой нагрузке ($\sigma_0 = 400$ МПа) меньший уровень остаточных удлинений получен при использовании симметричной схемы. Обе схемы армирования обеспечивали примерно одинаковый уровень остаточных радиальных деформаций, качественная картина $\varepsilon_r(\alpha)$ при этом существенно зависела как от σ_0 , так и от схемы армирования, вплоть до замены минимума максимумом на соответствующих графиках (здесь опущены) в окрестности значения $\alpha \approx 75^\circ$.

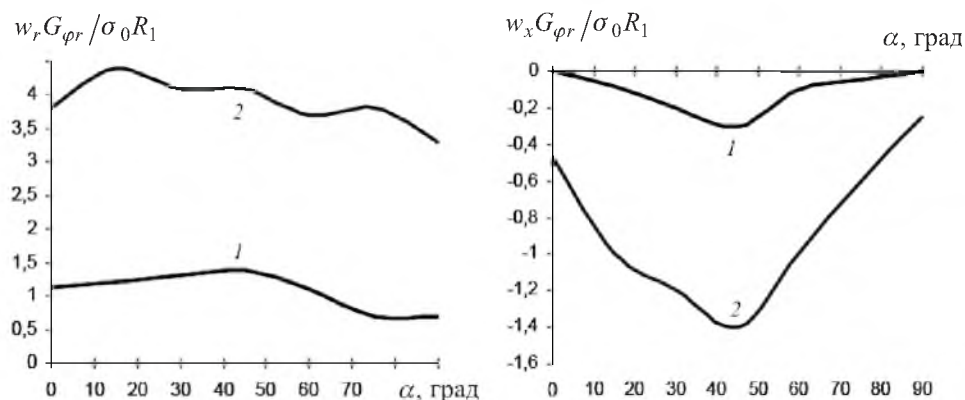


Рис. 4. Зависимость остаточных перемещений от α при ортогональном армировании.

Таким образом, учет пластического деформирования КМ значительно сильнее количественно и качественно изменяет динамическое и остаточное НДС цилиндра, чем учет сугубо геометрически нелинейных эффектов. Между НДС и амплитудой нагрузки, характеристиками упругости и текучести, углом и схемой армирования, а также другими факторами имеет место сложная зависимость. Это связано с тем, что учет физической нелинейности влияет на НДС как непосредственно (напряжения ограничены поверхностью текучести; поверхность текучести в существенно анизотропных КМ, как правило, отличается от сферической (изотропной)), так и опосредствованно (из-за больших пластических течений в конструкции реализуются одновременно большие деформации и большие повороты и таким образом геометрическая нелинейность начинает проявляться в полной мере).

Выводы

1. Разработан ППП геометрически и физически нелинейного расчета нестационарного осесимметричного НДС многослойных толстостенных упругопластических цилиндрических оболочек со спиральной ортотропией.
2. С помощью разработанного ППП исследованы: влияние геометрической и физической нелинейностей на НДС; особенности нелинейного динамического поведения одно- и двухслойного упругопластического цилиндра при различных схемах спирального армирования и амплитудах нагружения.

Резюме

На основі двовимірного алгоритму Уїлкінса розроблено метод числового дослідження геометрично та фізично нелінійного осесиметричного динамічного напружено-деформованого стану багат шарових товстостінних циліндричних пружно-пластичних оболонок із різною структурою спірального армування. Проведено числове дослідження особливостей нелінійної динамічної поведінки одно- та двошарових циліндрів за різних схем спірального армування та амплітуд навантаження.

1. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Динамическая прочность оболочек из ориентированных волокнистых композитов при взрывном нагружении (обзор) // Прикл. механика и техн. физика. – 1993. – № 1. – С. 126 – 133.
2. Ашкенази Е. К., Ганов Э. В. Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
3. Григоренко Я. М., Василенко А. Т., Панкратова Н. Д. Задачи теории упругости неоднородных тел. – Киев: Наук. думка, 1991. – 216 с.
4. Механика композитов: В 12 т. – Т. 9. Динамика элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1999. – 400 с.
5. Ромащенко В. А., Тарасовская С. А. Численное исследование динамики многослойных толстостенных спирально-ортоотропных цилиндров // Пробл. прочности. – 2004. – № 6. – С. 99 – 110.
6. Ромащенко В. А. Вязкоупругопластические волны в окрестности угловых точек анизотропных оболочек // Там же. – 1984. – № 10. – С. 89 – 92.
7. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212 – 263.
8. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
9. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
10. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 407 с.
11. Onkar A. K., Upadhyay C. S., and Yadav D. Probabilistic failure of laminated composite plates using the stochastic finite element method // Comp. Struct. – 2007. – 77. – P. 79 – 91.
12. Zhao G. P. and Cho C. D. Damage initiation and propagation in composite shells subjected to impact // Ibid. – 78. – P. 91 – 100.
13. Truesdell C. A First Course in Rational Continuum Mechanics. – Baltimore: The Johns Hopkins University, 1972. – 372 p.
14. Луговой П. З. Динамика тонкостенных конструкций при нестационарных нагрузках // Прикл. механика. – 2001. – 37, № 5. – С. 44 – 73.

Поступила 01. 02. 2008