

Определение ресурса лопатки газовой турбины с учетом разрушения

В. А. Баженов, А. И. Гулярь, С. О. Пискунов, А. А. Шкрыль

Научно-исследовательский институт строительной механики, Киев, Украина

Выполнено численное исследование континуального разрушения в условиях ползучести и моделирование развития трещины под воздействием циклической нагрузки в лопатке газовой турбины на основе полуаналитического метода конечных элементов. Определены основной (до начала разрушения) и дополнительный (связан с процессом разрушения) ресурсы эксплуатации лопатки.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость, трещина, разрушение, метод конечных элементов.

Определение ресурса стационарной газовой турбины предусматривает вычисление ресурса ее составных деталей, в частности рабочих лопаток. Эксплуатация лопаток происходит в условиях высоких температур, вследствие чего деформирование материала сопровождается процессом ползучести и накоплением повреждений в материале. Основным ресурс лопатки t^* (ресурс безотказной работы) определяется моментом времени, когда в определенной точке лопатки образуется начальная зона континуального разрушения, которая на протяжении времени Δt_I^* продолжает развиваться до появления трещиноподобного дефекта. На следующем этапе на протяжении времени Δt_{II}^* трещина развивается до момента достижения критических размеров. Таким образом общий ресурс лопатки будет определяться суммой основного ресурса t^* , который характеризуется временем до образования начальной зоны континуального разрушения, и дополнительного ресурса $\Delta t_I^* + \Delta t_{II}^*$, обусловленного процессами развития зоны континуального разрушения до образования трещиноподобного дефекта и последующим развитием магистральной трещины. Величины основного t^* и дополнительного Δt_I^* ресурсов вычисляются с использованием соотношений континуальной механики разрушения. Определение величины дополнительного ресурса Δt_{II}^* требует привлечения соотношений дискретной механики разрушения (механики трещин). Проведенные для рассматриваемой лопатки исследования [1] показывают, что величина дополнительного ресурса до образования дефекта типа трещины составляет около 5% основного. Для определения общего ресурса лопатки представляется актуальным нахождение второй составляющей дополнительного ресурса.

Среди факторов, приводящих к разрушению лопатки, основным является циклическая нагрузка [2]. При действии циклической нагрузки процесс развития трещины чаще всего описывается формулой Париса [3]:

$$\frac{dl}{dN} = C(K_I(l))^b. \quad (1)$$

Вследствие сложности формы фронта трещины и существенно пространственного характера напряженно-деформированного состояния (НДС) в подавляющем большинстве случаев интегрирование уравнения (1) выполняется на основе численных методов. Численное решение задачи об определении ресурса тел с трещинами предусматривает дискретное представление процесса деформирования в виде совокупности шагов по времени или внешней нагрузке. На каждом шаге проводится определение НДС тела с трещиной, вычисление параметров механики разрушения и определение конфигурации фронта трещины.

Количество узлов ломаной, моделирующей фронт трещины при конечно-элементной дискретизации, определяется из условий сходимости численного решения задачи о НДС тела с трещиной и достижения необходимой точности определения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в точках фронта трещины. На каждом шаге задачи КИН вычисляются прямым методом. Методика нахождения КИН прямым методом в призматических телах по привершинной зоне с использованием полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ) описана ранее [4].

При выполнении численного интегрирования уравнения (1) в каждой точке фронта i ($i=1, \dots, k$) характерный размер трещины l_m^i на каждом шаге m определяется ее характерным размером на предыдущем шаге l_{m-1}^i с учетом приращения Δl_m^i на данном шаге:

$$l_m^i = l_{m-1}^i + \Delta l_m^i. \quad (2)$$

Приращения размеров трещины в точках фронта за ΔN циклов нагрузки определяются по величинам КИН и согласно (1) составляют

$$\Delta l_m^i = C(K_I(l^i))^b \Delta N_m. \quad (3)$$

По величинам Δl_m^i вычисляются новые координаты узлов фронта трещины, а также других узлов конечноэлементной (КЭ) модели и проводится изменение конфигурации сеточной области путем смещения узлов сетки на величину, связанную с приращением длины трещины на данном шаге. Таким образом изменяется лишь геометрия КЭ-модели, ее топология остается неизменной. При этом полагают, что на каждом шаге развитие трещины в точках фронта i_m происходит вдоль линии, ортогональной к отрезку, который соединяет $(i-1)_m$ и $(i+1)_m$ точки фронта (рис. 1) [5].

Эффективность решения задачи о моделировании роста трещины определяется эффективностью КЭ-аппроксимации трещины в пределах ПМКЭ и алгоритмов вычисления параметров механики разрушения [5], а также эффективностью алгоритмов решения систем уравнений ПМКЭ и интегрирования уравнений развития трещины (1).

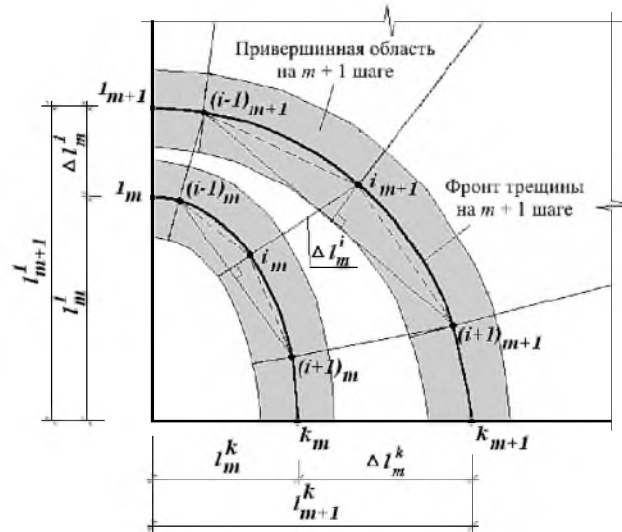


Рис. 1. Моделирование развития трещины.

Кроме того, при применении ПМКЭ решение даже линейной задачи осуществляется на основе итерационного процесса, который реализуется на каждом из шагов решения задачи о моделировании роста трещины. Таким образом, вопрос о повышении эффективности алгоритмов решения систем уравнений ПМКЭ приобретает особое значение, поскольку необходимость моделирования роста трещины приводит к многократному решению систем уравнений большой размерности.

В свою очередь, эффективность алгоритма решения систем уравнений может быть повышена за счет применения метода начальных приближений, рационального выбора способа моделирования продвижения фронта трещины и связанного с ним перестроения КЭ-сетки как в окрестности вершины трещины, так и в пределах всей дискретной КЭ-модели.

При использовании ПМКЭ на каждом из M шагов решения задачи решение системы уравнений выполняется по алгоритму, который представляет собой комбинацию метода блочных итераций и шагового интегрирования по параметру нагрузки:

$$\{U\}_\lambda^j = \{U\}_\lambda^{j-1} + \omega [K]_{\lambda\lambda}^{-1} (\{Q\}_\lambda - \{R\}_\lambda^{j-1}), \quad (4)$$

где $\{U\}_\lambda^{j-1}$, $\{U\}_\lambda^j$ – векторы коэффициентов разложения узловых перемещений на итерациях $j-1$ и j соответственно; ω – параметр релаксации; $\{Q\}_\lambda$ – вектор внешних нагрузок; $\{R\}_\lambda^{j-1}$ – вектор узловых реакций, определенный на итерации $j-1$; $[K]_{\lambda\lambda}$ – матрица жесткости, вычисляемая на m -м шаге.

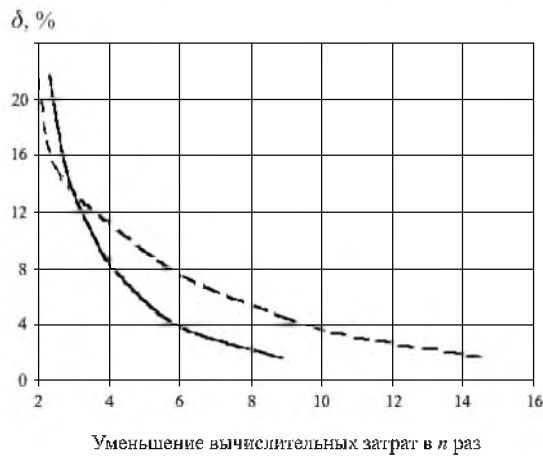
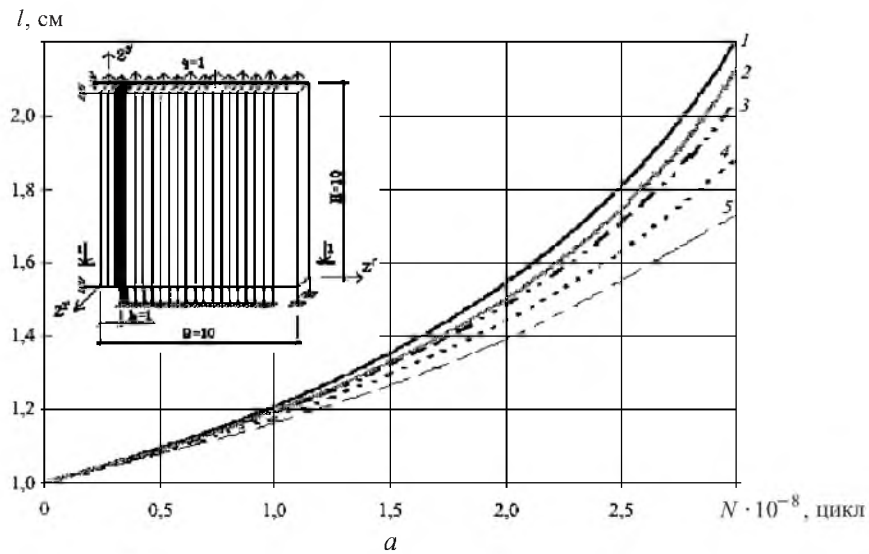
Формула (4) описывает итерационный цикл, внутри которого организован цикл по удерживаемым членам разложения λ ($\lambda = 0, \dots, L$).

Условие сходимости итерационного процесса на шаге имеет следующий вид:

$$\left\| \sum_{\lambda=0}^L \{\Delta u\}_{\lambda}^j \right\| \leq \varepsilon \left\| \sum_{\lambda=0}^L \{u\}_{\lambda}^j \right\|, \quad (5)$$

где $\{\Delta u\}_{\lambda}^j$ и $\{u\}_{\lambda}^j$ – соответственно приращение и накопленные значения амплитудных перемещений на итерации j ; ε – принятый параметр точности решения системы нелинейных уравнений, $\varepsilon = 10^{-4} \dots 10^{-9}$.

Для апробации предложенной методики и исследования ее эффективности рассматривали задачу о развитии центральной трещины под действием циклической нагрузки в квадратной пластине (рис. 2,а). Характеристики материала пластины: $b = 4$; $C = 1,63 \cdot 10^{-10}$.



б

Рис. 2. График роста трещины в пластине – а (1 – эталонное решение; 2 – 3 шага; 3 – 6 шагов; 4 – 15 шагов; 5 – 30 шагов) и эффект от применения средств уменьшения вычислительных затрат – б (сплошная линия – по методу начальных приближений; штриховая – уменьшение вычисления матрицы жесткости).

Эталонное решение было получено путем непосредственного интегрирования уравнения (1) по формуле (3) при $\alpha = 0$. Значения КИН вычисляли по формуле $K_I = z\sqrt{\pi l}$, где $z = z(l)$ – уточняющие коэффициенты, определяемые на каждом шаге интегрирования для соответствующей длины трещины [6]. Зависимость длины трещины от количества циклов нагрузки при разном количестве шагов решения задачи на основе ПМКЭ по сравнению с эталонным решением приведена на рис. 2,а.

Полученные результаты показывают, что для моделирования развития трещины с точностью в пределах 2% процесс нагружения необходимо разбивать не менее чем на 60 шагов. При определении ресурса реальных объектов эта величина может возрастать на порядок и более. Для дискретных моделей с количеством неизвестных 100000 и более моделирование процесса разрушения приводит к большим объемам вычислений. Уменьшить их позволяют подходы, которые учитывают эволюционный характер изменения НДС объектов при развитии трещин от действия циклической нагрузки. Поскольку приращение трещины за один шаг решения задачи является малым, изменение НДС на двух последовательных шагах также незначительное. Поэтому можно экстраполировать напряженное состояние следующего шага, принимая его равным предыдущему. Кроме того, несущественными будут также изменения коэффициентов матриц жесткости. Следовательно, их вычисление не обязательно выполнять на каждом шаге. Таким образом, при решении системы уравнений ПМКЭ на каждом шаге можно использовать значения параметров НДС и коэффициентов матриц жесткости, полученных на предыдущих шагах.

Применение этих двух приемов позволяет более чем на порядок уменьшить вычислительные затраты (рис. 2,б). Кроме того, количество шагов задачи можно уменьшить вдвое при $\alpha = 0,5$.

Достоверность разработанного алгоритма подтверждена решением задачи о развитии эллиптической трещины в бесконечном теле (рис. 3,а). Характеристики материала следующие: $b = 4$; $C = 1,63 \cdot 10^{-10}$. Полученный в виде круга (рис. 3,б) контур развившейся трещины совпадает с отмеченной Г. П. Черепановым устойчивой формой распространения эллиптической трещины.

Рассматриваемая лопатка является пространственным телом сложной формы, характерные размеры которого по высоте значительно превышают размеры поперечного сечения. Лопатка закручена относительно вертикальной оси, имеет переменную по высоте площадь поперечного сечения и находится под влиянием центробежной нагрузки. На основе результатов, полученных трехмерным МКЭ (3D-МКЭ), было определено опасное сечение радиусом R_0 , в котором можно ожидать возникновения трещины. В окрестности этого сечения был выделен фрагмент размером $0,94R_0 < R < 1,06R_0$ (рис. 4,а), в пределах которого распределение напряжений наиболее неравномерное.

Распределение напряжений при упругом деформировании, полученное на основе дискретизации указанного фрагмента лопатки неоднородными призматическими конечными элементами с переменной площадью поперечного сечения и использования разработанных приемов учета закручивания лопатки, идентично результатам, полученным на основе 3D-МКЭ [1].

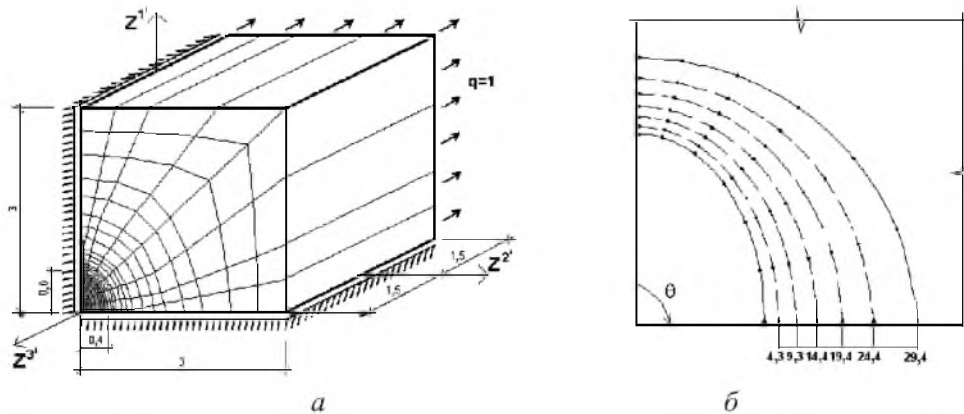


Рис. 3. Бесконечное тело с эллиптической трещиной: *а* – КЭ-модель; *б* – после $N \cdot 10^8$ цикл нагружения.

Для определения дополнительного ресурса лопатки под действием циклической нагрузки начальный трещиноподобный дефект рассматривали как полуэллиптическую трещину с размерами: $a = 0,3$ мм, $c = 0,5$ мм (рис. 4,б). Расположение начальной трещины в поперечном сечении определено ранее [1] на основе результатов решения задачи континуального разрушения. Сходимость распределения КИН вдоль начального фронта трещины в зависимости от параметров дискретной модели достигается путем аппроксимации трещины 12 конечными элементами (рис. 4,б).

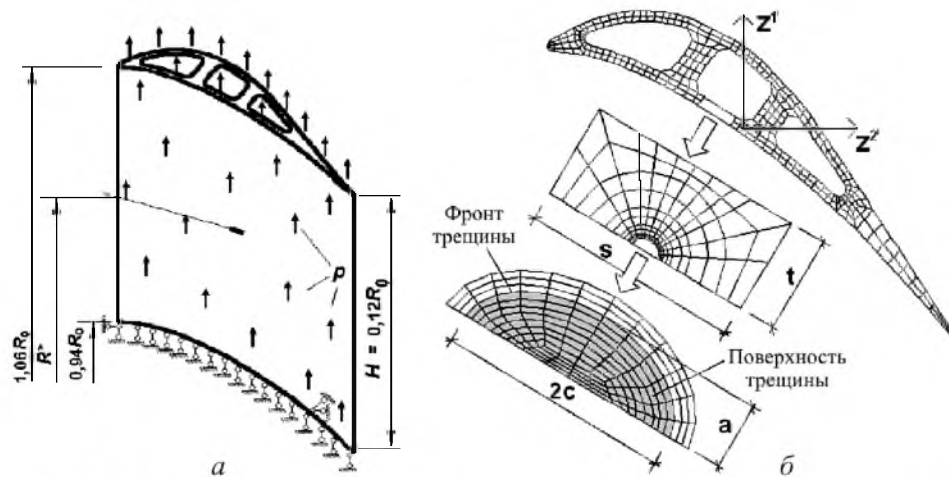


Рис. 4. Расчетная модель лопатки (*а*) и дискретная модель лопатки в плане (*б*).

Для описания развития трещины использовали следующие константы формулы Париса: $C = 2,2 \cdot 10^{-10}$ (м/цикл); $b = 5,6$. Величина ΔK составляет 5% K_{\max} .

Сходимость результатов моделирования роста трещины по величине числа циклов нагрузки ΔN на шаге исследовали с помощью конечно-элементной сетки (рис. 4,б). Зависимость характерного размера трещины в

направлении малой полуоси эллипса от числа циклов нагрузки N для разных ΔN показана на рис. 5,а. Как видно, сходимость достигается при использовании шага по нагрузке $\Delta N = 0,5 \cdot 10^7$ цикл. Дальнейшее уменьшение ΔN приводит к уточнению ресурса менее чем на 1%.

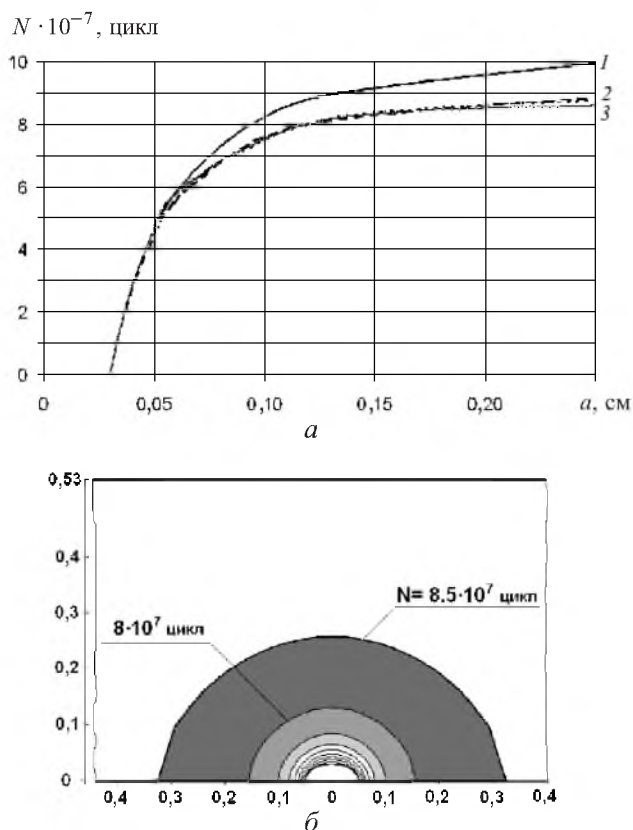


Рис. 5. Сходимость результатов моделирования развития трещины по числу циклов на шаге (a) и изменение (в см) конфигурации фронта трещины (b): 1 – $\Delta N = 1 \cdot 10^7$ цикл; 2 – $\Delta N = 0,5 \cdot 10^7$ цикл; 3 – $\Delta N = 0,25 \cdot 10^7$ цикл.

Для исследования сходимости решения задачи по сеточным моделям решали задачу с использованием сеток, содержащих 24 и 48 конечных элементов вдоль фронта трещины, при одинаковом шаге по числу циклов. Оказалось, что для моделирования роста трещины при числе циклов нагрузки, меньшем $8 \cdot 10^7$, достаточно сетки, содержащей 12 конечных элементов вдоль фронта трещины. Для моделирования дальнейшего роста трещины требуется сетка, содержащая 24 конечных элемента вдоль фронта трещины.

Развитие трещины происходит ускоренно, причем в диапазоне $N = 8,0 \cdot 10^8 \dots 8,5 \cdot 10^8$ цикл характерные размеры трещины в направлении ее полуосей увеличиваются почти вдвое, а в течение всего процесса нагружения – почти на порядок. После $8,5 \cdot 10^8$ цикл нагружения трещина распространяется более чем на половину толщины стенки лопатки (рис. 5,б).

Дальнейшее развитие трещины на оставшуюся часть толщины стенки происходит менее чем за $0,125 \cdot 10^8$ цикл.

Полученные результаты показывают, что величина дополнительного ресурса $\Delta t_{II}^* = 8 \cdot 10^7$, что составляет 12% основного ресурса эксплуатации, определяемого временем возникновения начального макроскопического дефекта.

Учитывая трудоемкость решения задачи о моделировании роста трещины, для оценки величины ресурса тела с трещиной на практике используются упрощенные модели. В данном случае приближенная оценка ресурса лопатки с трещиной может быть выполнена по результатам решения задачи о росте трещины в пластине с краевой трещиной: начальная длина трещины равняется начальному размеру малой полуоси эллиптической трещины $a_0 = 0,3$ мм, ширина пластины – толщине стенки лопатки $t = 5,3$ мм. Данные решения этой задачи в двумерной постановке свидетельствуют, что величина ресурса более чем на порядок меньше, полученной в пространственной постановке. Анализ результатов выполнен на основе исследования изменения величины КИН в зависимости от длины трещины (рис. 6). Полученные в двумерной постановке величины КИН намного больше, чем $K_I(a)$ на малой и $K_I(c)$ на большой полуосях эллиптической трещины, вычисленные в пространственной постановке. Такое расхождение можно объяснить наличием перераспределения напряжений при росте эллиптической трещины и соответствующим уменьшением концентрации напряжений в окрестности фронта эллиптической трещины по сравнению с вершиной боковой трещины в пластине.

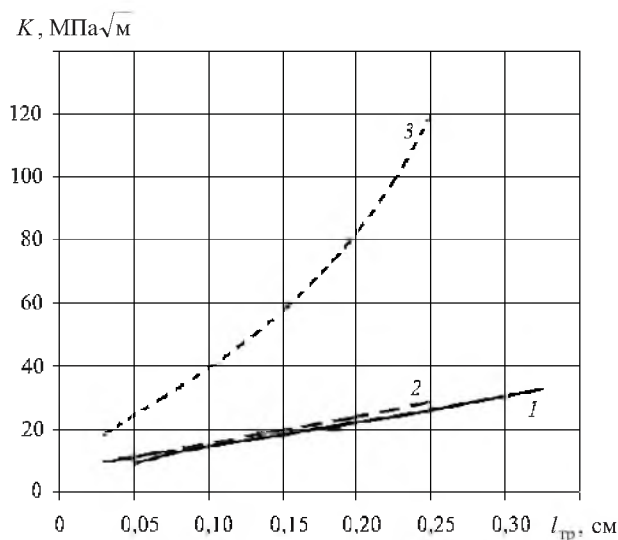


Рис. 6. Сравнение КИН в эллиптической трещине и в пластине с краевой трещиной: 1 – $K_I(c)$; 2 – $K_I(a)$; 3 – $K_I(2D)$.

Решение пространственных задач о развитии трещин на основе МКЭ приводит к необходимости использовать дискретные модели с количеством неизвестных порядка 300000, при этом количество шагов решения задачи

достигает сотен, а на каждом шаге выполняется решение соответствующих систем уравнений.

Такие объемы вычислений на современных программных комплексах приводят к значительным затратам времени, в то время как применение КЭ-базы ПМКЭ позволяет уменьшить их примерно на порядок, что свидетельствует об эффективности используемых итерационных алгоритмов.

Заключение. С помощью разработанных алгоритмов можно моделировать развитие трещины до размеров, которые почти на порядок превышают размер начальной трещины. Сочетание разработанных подходов с эффективными итерационными алгоритмами решения систем линейных уравнений ПМКЭ позволяет решать подобные задачи с вычислительными затратами, которые на порядок меньше таковых при использовании известных современных программных комплексов.

Резюме

Виконано числове дослідження континуального руйнування в умовах повзучості та моделювання розвитку тріщини під дією циклічного навантаження в лопатці газової турбіни на основі напіваналітичного методу скінченних елементів. Визначено основний (до початку руйнування) і додатковий (зв'язаний з процесом руйнування) ресурси експлуатації лопатки.

1. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С. Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл. – Київ: КНУБА, 2005. – 298 с.
2. Гецов Л. Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин. – М.: Недра, 1996. – 591 с.
3. Парис П., Эрдоган Ф. Критический анализ законов распространения трещины // Техническая механика. Сер. Д. – 1963. – № 4. – С. 60 – 68.
4. Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С., Шкрыль О. О. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в призматичних тілах з тріщинами // Опір матеріалів і теорія споруд. – Київ: КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 73 – 84.
5. Lee W. and Lee J. Successive 3D FE analysis technique for characterization of fatigue crack growth behavior in composite-repaired aluminum plate // Comp. Struct. – 2004. – 66. – P. 513 – 520.
6. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие в 4 т. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т. 2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – 620 с.

Поступила 25. 10. 2007