

УДК 532.546:626.8629

ВНЕШНЯЯ СУФФОЗИЯ В НЕСВЯЗНЫХ ГРУНТАХ ПРИ РАДИАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В. Л. ПОЛЯКОВ, В. Б. СИДОР

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 03.09.2004

Сформулирована радиальная задача внешней суффозии в несвязном грунте, инициированной действием стока переменной интенсивности $Q(t)$. Получено строгое решение указанной задачи при $Q = \text{const}$. Выполнен обстоятельный анализ суффозионного процесса, изменения проницаемости грунта. Для условий установившейся фильтрации в грунте после окончания деформаций рассчитаны распределение и потери напора в области движения. Определено дополнительное фильтрационное сопротивление, обусловленное мобилизацией и выносом суффозионных частиц.

Сформульована радіальна задача зовнішньої суфозії в нез'язному ґрунті, яка ініційована дією стоку змінної інтенсивності $Q(t)$. Отриманий точний розв'язок вказаної задачі при $Q = \text{const}$. Виконаний детальний аналіз суфозійного процесу, зміни проникності ґрунту. Для умов установившоїся фільтрації в ґрунті після завершення деформацій розраховані розподіл і втрати напору в області руху. Визначений додатковий фільтраційний опір, який обумовлений мобілізацією і виносом суфозійних часток.

A radial problem is posed on piping within cohesiveless soil which is initiated by the action of a sink of intensity $Q(t)$. An exact solution to the problem is obtained at $Q = \text{const}$. A detailed analysis is carried out of particulate mobilization and transport, soil permeability dynamics. Head distribution and losses are calculated in the motion domain for the conditions of steady groundwater flow in a soil deformed. An additional hydrodynamic resistance is determined which is caused by nonstructural particles removal.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрационные деформации – гидродинамическое по своей природе явление, способное оказать существенное влияние на работу водорегулирующих устройств в несвязных грунтах. Такой основной вывод следует из обстоятельных исследований водного режима разнородных песчаных грунтов на фоне разного типа дренажей, выполнявшихся экспериментальными [1–4] и теоретическими [5–7] методами. Важные результаты, полученные в этом направлении в последние годы, стали возможными благодаря разработке новой математической модели, которая обнаруживает большое сходство в поведении влекомых наносов в свободных водных потоках и взвешенного вещества в грунтах [8, 9]. Отмеченные результаты дают разностороннюю характеристику механической суффозии, инициированной действием трубчатого дренажа [10, 11] и интенсивным инфильтрационным питанием [12]. Как правило, фильтрационные деформации локализуются вблизи порождающего их устройства, которое в силу своих размеров и формы обуславливает в примыкающей к нему части пористой среды радиальную симметрию физико-механических процессов. Действие такого гидротехнического приспособления с математической точки зрения удобно моделировать с помощью элементарного стока с исчезаю-

ще малым (точечным) или очень малым, но конечным радиусом. Поэтому ниже формулируется нестационарная задача механической суффозии с использованием сферической системы координат, причем искомые величины (действительная скорость поровой жидкости, концентрация и расход подвижных частиц) будут функциями только от одной координаты – радиуса (центр системы координат совмещается с центром устройства). В качестве физического объекта исследований здесь выбрана внешняя суффозия, обычно реализуемая при работе водозаборных скважин, осушительных дренажей и пр. С одной стороны, она в состоянии заметно улучшить водно-физические условия в грунте, а с другой стороны, создает опасность быстрого заиления водопроводящих и водоотводящих сетей и их элементов. Решение вышеупомянутой задачи найдено в аналитической форме и благодаря своей точности представляет надежный инструмент для изучения закономерностей развития водного режима дренируемых несвязных грунтов. Определяющее значение для перестроения данного режима под действием суффозионного процесса имеют изменения фильтрационных свойств среды, которые обычно выражаются в незначительном увеличении пористости и, что особенно важно для динамики грунтовых вод, весьма значительном увеличении проницаемости грунта. А так как подобные изменения наблюдаются в непосредственной близости от при-

емного устройства, то они отражаются на фильтрационной картине во всей области движения и их правильный прогноз приобретает особое значение.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВНЕШНЕЙ СУФФОЗИИ

Для теоретических исследований выбран модельный грунт со сравнительно простым механическим составом, а именно, сложенный из более крупных структурообразующих частиц и мелких неструктурных частиц одного сорта (их фракция может быть охарактеризована единичными эквивалентным диаметром d_c и критической скоростью u_k). Основу математической модели внешней суффозии составляют уравнения неразрывности и массопереноса, которые при радиальной фильтрации имеют вид

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_w u), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_c}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 n_c (u - u_k)]. \quad (2)$$

Здесь n_w , n_c – части общего пространства среды, занятые порами и подвижными суффозионными частицами; u , u_k – действительная и критическая скорости жидкости в порах. Величины n_w , n_c связаны с долей структурных частиц m_s балансовым уравнением

$$n_w + n_c + m_s = 1. \quad (3)$$

Интенсивность стока, выполняющего функции водопонижения водозабора, считается известной и в общем случае может быть произвольной функцией от времени $Q(t)$. Расход двухфазного течения не изменяется вдоль области движения и контролируется величиной Q . В этом легко убедиться, сложив уравнения (1), (2) и получив, что в пределах области деформаций

$$Q = q_w + q_c = 4\pi r^2 [n_w u + n_c (u - u_k)]. \quad (4)$$

Расход жидкой компоненты общего течения будет

$$q_w = 4\pi r^2 (1 - m_s - n_c) u,$$

а твердой компоненты –

$$q_c = 4\pi r^2 n_c (u - u_k).$$

Из уравнения (4) вытекает важное соотношение между искомыми величинами u и n_c , которое представляется в двух формах:

$$u = \frac{Q}{4\pi(1 - m_s)r^2} + \frac{u_k}{1 - m_s} n_c, \quad (5)$$

$$n_c = \frac{1 - m_s}{u_k} - \frac{Q}{4\pi u_k r^2}. \quad (6)$$

Тогда в соответствии с соотношением (5) начальное условие для u принимает вид

$$t = 0, \quad u = \frac{Q_0}{4\pi(1 - m_s)r^2} + \frac{m_0 u_k}{1 - m_s}, \quad (7)$$

где $Q_0 = Q(0)$; m_0 – объемная концентрация суффозионных частиц в недеформированном грунте. При радиальном или осесимметричном притоке грунтовых вод к водоприемнику деформациям подвергается только небольшой участок среды, непосредственно примыкающий к нему. Очевидно, что в рассматриваемом случае область деформаций должна иметь сферическую форму, а значение радиуса ее внешней границы R_0 при постоянной или убывающей функции $Q(t)$ определяется первоначальной интенсивностью Q_0 . Находится R_0 из условия

$$u(R_0, t) = u_k$$

и будет

$$R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Q_0}{\pi u_k (1 - m_s - m_0)}}. \quad (8)$$

Подстановка выражения (6) для n_c в уравнение (1) после некоторых преобразований дает

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \left[2u - u_k - \frac{Q(t)}{4\pi(1 - m_s)r^2} \right] \frac{\partial u}{\partial r} = \quad (9)$$

$$= \frac{2}{r} (u^2 - u_k u) + \frac{1}{4\pi(1 - m_s)r^2} \frac{dQ}{dt}.$$

Аналитическое решение задачи (7), (9) удается получить только при $Q = Q_0 = \text{const}$. Для удобства вводятся безразмерные переменные $\bar{u} = u/u_k$, $\bar{t} = u_k t/R_i$, $\bar{r} = r/R_i$, R_i – некоторый линейный масштаб (конкретизируется ниже), благодаря чему указанная задача трансформируется следующим образом:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} - \left(2\bar{u} - 1 - \frac{1}{\bar{r}^2} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} = \frac{2}{\bar{r}} (\bar{u}^2 - \bar{u}),$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{u} = \frac{1}{\bar{r}^2} + \beta, \quad (10)$$

где $\beta = m_0/(1 - m_s)$. Решение задачи (10) строится с применением метода характеристик. Составляется характеристическая система

$$\frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} = -2\bar{u} + 1 + \frac{1}{\bar{r}^2}, \quad \frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} = \frac{2}{\bar{r}} (\bar{u}^2 - \bar{u}). \quad (11)$$

Путем деления первого уравнения на второе получается

$$\frac{d\bar{r}}{d\bar{u}} + \frac{2\bar{u} - 1}{2(\bar{u}^2 - \bar{u})} \bar{r} = \frac{1}{2\bar{r}(\bar{u}^2 - \bar{u})}. \quad (12)$$

Затем выполняется замена $y = \bar{r}^2$, так что из выражения (12) следует

$$\frac{dy}{d\bar{u}} + \frac{2\bar{u} - 1}{\bar{u}^2 - \bar{u}} y = \frac{1}{\bar{u}^2 - \bar{u}}. \quad (13)$$

Общее решение уравнения (13) будет

$$y = \bar{r}^2 = \frac{C + \bar{u}}{\bar{u}(\bar{u} - 1)}. \quad (14)$$

Пусть интегральная кривая, которая устанавливает связь между переменными \bar{t} , \bar{r} , \bar{u} , проходит через точку с координатами ξ , η , ζ . Тогда из выражения (14) легко найти

$$C = -\zeta + \eta^2(\zeta^2 - \zeta). \quad (15)$$

Учитывая это соотношение, из (14) вытекает, что

$$\bar{r}^2 = \frac{\bar{u} - \zeta + \eta^2(\zeta^2 - \zeta)}{\bar{u}^2 - \bar{u}}. \quad (16)$$

Выражение (16) для \bar{r} подставляется в другое характеристическое уравнение, что дает

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} = \frac{2(\bar{u}^2 - \bar{u})^{3/2}}{\sqrt{\bar{u} - \zeta + \eta^2(\zeta^2 - \zeta)}}. \quad (17)$$

В результате интегрирования (17) искомое соотношение между \bar{t} , \bar{r} , \bar{u} принимает вид

$$\bar{t} - \xi = Y(\bar{u}, \eta, \zeta), \quad (18)$$

$$Y(\bar{u}, \eta, \zeta) = \frac{1}{2} \int_{\zeta(\bar{u}, \bar{r})}^{\bar{u}} \frac{\sqrt{\lambda - \zeta + \eta^2(\zeta^2 - \zeta)}}{(\lambda^2 - \lambda)^{3/2}} d\lambda. \quad (19)$$

Так как согласно условию (10) при $\xi = 0$ имеет место связь между η и ζ в таком виде

$$\eta^2 = \frac{1}{\zeta - \beta},$$

то из выражения (16) просто находится выражение для $\zeta(\bar{u}, \bar{r})$, а именно,

$$\zeta = \beta \bar{u} \frac{\bar{r}^2(\bar{u} - 1) - 1}{\bar{r}^2(\bar{u}^2 - \bar{u}) - \bar{u} + 1 - \beta}. \quad (20)$$

Окончательно искомое решение выражается зависимостями

$$\bar{t} = Y(\bar{u}, \zeta), \quad (21)$$

$$Y(\bar{u}, \zeta) = \frac{1}{2} \int_{\zeta}^{\bar{u}} \frac{\sqrt{\lambda - \zeta + \frac{\zeta^2 - \zeta}{\zeta - \beta}}}{(\lambda^2 - \lambda)^{3/2}} d\lambda \quad (22)$$

с учетом соотношения (20) для $\zeta(\bar{u}, \bar{r})$.

2. КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДЕЙСТВИЯ ВНЕШНЕЙ СУФФОЗИИ

Как видно из уравнения (10), исходная для теоретических исследований модель содержит единственный параметр β . Таким образом, для обобщенного описания физико-механических свойств суффозионного недеформированного грунта на первом этапе достаточно задаться только значением β . Варьируя же его в пределах, которые отвечают свойствам распространенных в разных регионах Украины несвязных грунтов, можно тем самым исчерпывающе охватить многообразие природных условий на водохозяйственных объектах. Параметр β естественно ограничивается значениями 0 (суффозионные частицы вообще отсутствуют) и 1 (частицы занимают все поровое пространство). В действительности, однако, $\beta \ll 1$. В вычислениях многочисленных примеров использовались, главным образом, четыре его типичных значения: $\beta = 0.05$, что отвечает низкому начальному содержанию неструктурных частиц ($m_0 \approx 0.025$); $\beta = 0.1$ – умеренному содержанию частиц ($m_0 \approx 0.05$); $\beta = 0.15$ – высокому содержанию ($m_0 \approx 0.075$) и, наконец, очень высокому содержанию ($m_0 \approx 0.1$).

Как показали расчеты величин $u(r, t)$, $n_c(r, t)$, и при осесимметричной [10], и при радиальной фильтрации область деформации фактически состоит из двух характерных частей или зон. Граница между ними, именуемая фронтом критической скорости, сначала совпадает с внешней границей области деформаций, а затем перемещается по направлению к стоку, асимптотически приближаясь к значению R_i . Именно это значение целесообразно использовать как линейный масштаб при обезразмеривании задачи (7), (9). Вычисляется же оно по формуле

$$R_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Q}{\pi u_k (1 - m_s)}}. \quad (23)$$

Так как на указанном фронте по определению $u = u_k$ ($\bar{u} = 1$), то его положение в любой момент времени или соответствующую зависимость $r_*(t)$ следует находить с помощью выражений (20) – (22), устремив \bar{u} к 1. Данные вычислений относительной координаты $\bar{r}_* = r_*/R_i$ для выбранных значений β представлены на рис.1 Как вытекает из формулы (23), фронт критической скорости перемещается в очень ограниченных границах – от R_0 до R_i или в относительных единицах – от \bar{R}_0 до 1, причем

$$\bar{R}_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}}. \quad (24)$$

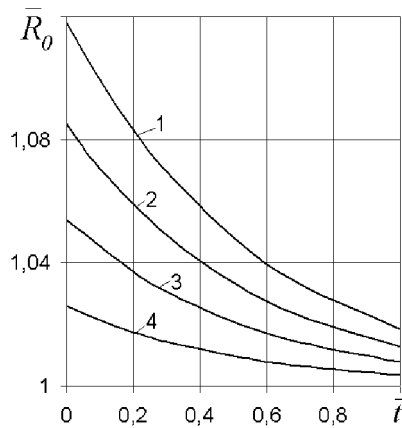


Рис. 1. Перемещение границы между зонами частичной и полной деформации: 1 – $\beta = 0.2$; 2 – $\beta = 0.15$; 3 – $\beta = 0.1$; 4 – $\beta = 0.05$

С физической точки зрения приход такого фронта в определенную точку пространства означает, что твердая частица, которая находилась в ней в контрольный момент времени, останавливается, оставаясь во взвешенном состоянии. В таком состоянии она может пребывать сколь угодно долго или до тех пор, пока не начнет увеличиваться Q . Таким образом, упомянутый фронт фактически есть граница между зонами, в которых характер изменения скорости жидкости и особенно содержания суффозионных частиц существенно различается. В так называемой зоне полной деформации (содержит только мобильные частицы), которая примыкает к стоку, концентрация частиц быстро снижается вследствие их активного выноса в сток. В конце концов, эта зона оказывается свободной от неструктурных частиц. В зоне частичной деформации оставшиеся суффозионные частицы неподвижны, а по мере ее расширения формируется профиль концентрации взвешенных частиц $n_{c*}(r)$. Все эти специфические особенности поведения неструктурных частиц свойственны именно внешней суффозии и находят отражение в построенном выше теоретическом решении.

Особенно рельефно отмеченные выше принципиальные расхождения в протекании суффозионного процесса в зонах полной и частичной деформации просматриваются в поведении функции относительной концентрации $\bar{n}_c(\bar{r}, \bar{t})$, форме профилей $\bar{n}_c(\bar{r})$ ($\bar{n}_c = n_c/m_0$). Было рассчитано большое количество графиков, которые изображают изменение \bar{n}_c со временем и вдоль области деформаций для разных значений β и позволяют непосредственно проследить за перераспределением и частично выносом суффозионных частиц из грунта.

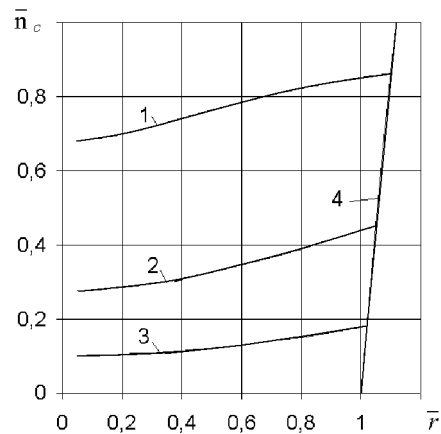


Рис. 2. Профили относительной концентрации $\bar{n}_c(\bar{r})$: 1, 4 – $\bar{t} = 0.1$; 2, 4 – $\bar{t} = 0.5$; 3, 4 – $\bar{t} = 1$

Рассчитывались графики на основе безразмерного аналога формулы (6), который имеет вид

$$\bar{n}_c = \frac{1}{\beta} \left(\bar{u} - \frac{1}{\bar{r}^2} \right), \quad (25)$$

где \bar{u} находится согласно выражений (20)–(22). В частности, на рис. 2 показаны профили концентрации неструктурных частиц при их очень высоком начальном содержании ($\beta = 0.2$) на моменты времени, которые соответствуют начальной, промежуточной и конечной стадиям деформационного процесса. Ориентировочно, к моменту $\bar{t} = 0.1$ (кривая 1) будет вынесено немного больше 20% всех частиц, первоначально находившихся в области деформаций; к моменту $\bar{t} = 0.5$ (кривая 2) – около 65% и к $\bar{t} = 1$ (кривая 3) – более 80%. Кривые 1–3 описывают содержание и распределение мобильных частиц, а кривая 4 – взвешенных неподвижных частиц. Таким образом, каждый из профилей $\bar{n}_c(\bar{r})$ состоит из двух частей – участка с малым уклоном (кривые 1–3) и примыкающего к нему, почти вертикального участка (соответствующий фрагмент кривой 4). Наконец, предельный, по существу, стационарный профиль $\bar{n}_{c\infty}(\bar{r})$, который сформируется, в конце концов, включает полную кривую 4 – $\bar{n}_{c*}(\bar{r})$ и отрезок оси абсцисс от начала координат до пересечения с этой кривой. Уравнение кривой 4 (значимая часть профиля $\bar{n}_{c\infty}(\bar{r})$) выражается простой формулой

$$\bar{n}_{c*} = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{1}{\bar{r}^2} \right). \quad (26)$$

Для оценки влияния содержания мелких частиц в ненарушенном грунте на концентрацию \bar{n}_c также вычислялись ее профили при разных значениях

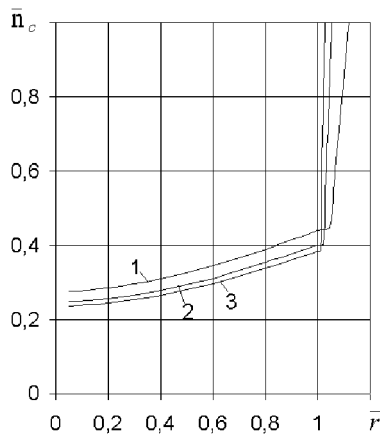


Рис. 3. Профили относительной концентрации $\bar{n}_c(\bar{r})$:
1 – $\beta = 0.2$; 2 – $\beta = 0.1$; 3 – $\beta = 0.05$

β . Изображены они на рис. 3 и свидетельствуют о малосущественных расхождениях в содержании взвешенных частиц, причем это касается обеих зон области деформаций. В целом абсолютное количество частиц, вымываемых из грунта, практически пропорционально их исходной концентрации. Более всего снижается величина \bar{n}_c около дренирующего устройства и составляет при $\beta = 0.05$; 0.1; 0.2 соответственно 0.724; 0.752 и 0.765. Следует добавить, что в примерах принималось $\bar{r}_0 = 0.05$. Искомые физико-механические характеристики, как показали специальные вычисления, слабо зависят от диаметра дрены, что и дает основание ограничиться единственным значением \bar{r}_0 . Дополняют информацию о динамике неструктурных частиц графики понижения концентрации \bar{n}_c со временем в фиксированных точках среды (живых сечениях двухфазного течения), которые даны на рис. 4. В качестве контрольных выбраны выходное сечение ($\bar{r} = \bar{r}_0$), а также при $\bar{r} = 1$. Параллельно оценивалось влияние параметра β (в вычислениях брались $\beta = 0.05$ и 0.2). Несмотря на выбор положения указанных сечений в разных концах зоны полной деформации, характер изменений \bar{n}_c мало отличается и почти не зависит от β . Конечно, в другой зоне ситуация будет выглядеть иным образом. Величина \bar{n}_c при $1 < \bar{r} < R_0$ уменьшается подобно кривым 1–4, причем будет достигать соответствующих предельных значений (далее они уже не меняются) через конечные промежутки времени, которые зависят от \bar{r} .

Но наибольший практический интерес представляют оценки изменения фильтрационных свойств несвязного грунта в результате механической суффозии, что может приводить к заметному по-

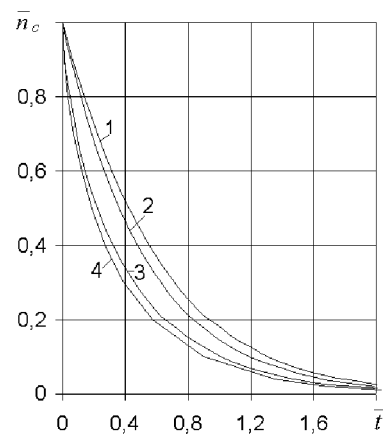


Рис. 4. Изменение относительной концентрации \bar{n}_c со временем:
1, 2 – $\bar{r} = 1$; 3, 4 – $\bar{r} = 0.05$; 1, 3 – $\beta = 0.2$; 2, 4 – $\beta = 0.05$

вышению эффективности осушителей, собирателей, заборов. Очевидно, что пористость грунта при внешней суффозии не в состоянии меняться значительно в силу малости m_0 , β . Ключевую же роль в изменении водного режима под действием фильтрационных деформаций играет ощутимое увеличение коэффициента фильтрации или проницаемости грунта. Аккуратно его оценить сложно из-за выраженной неоднородности механического состава. Существующие формулы для проницаемости (коэффициента фильтрации) предполагают более-менее однородный мехсостав. Поэтому в работе [10] было выполнено обобщение широко применяемой в разных областях водохозяйственного строительства формулы Козени-Кармана. Благодаря этому удалось учесть влияние на проницаемость грунта и структурных, и неструктурных частиц, а кроме того, мобильности последних. Для относительной проницаемости деформируемого грунта \bar{K}_s была предложена следующая формула:

$$\bar{K}_s = \frac{(1 + \gamma D)^2 (1 - \beta \bar{n}_c)^3 (\bar{u} + \gamma \bar{n}_c)^2}{(1 - \beta)^3 (1 + \gamma n_c)^2 (\bar{u} + \gamma D \bar{n}_c)^2}, \quad (27)$$

где $\bar{K}_s = K_s/K_0$, K_0 – проницаемость исходного суффозионного грунта; $D = d_s/d_c$; d_s , d_c – эквивалентные диаметры структурных и неструктурных частиц, $\gamma = m_0/m_s$.

Для надежного формального описания фильтрационных свойств и расчета фильтрационных характеристик даже в случае двухфракционного грунта необходимо дополнительно задействовать в расчетной методике как минимум два новых параметра. В формуле (27) – это γ и D . В соответствии с многочисленными литературными данны-

ми значения D могут находиться в весьма широком диапазоне от нескольких единиц до нескольких десятков единиц [13–15]. Полезно заметить, что при выборе слишком малых D существенным становится ситовый эффект и правомочность исходной модели оказывается под вопросом. В другой предельной ситуации (очень мелкие суффозионные частицы и большое D) будут превалировать силы молекулярной, электрической природы и эта модель окажется заведомо непригодной для исследования фильтрационных деформаций. Кроме того, диаметр d_c не должен быть меньше 0.01–0.03 мм, так как иначе следует учитывать диффузионный механизм массопереноса. В примерах D принималось равным 10 и 50, что позволяет получить весьма полное представление о влиянии размеров неструктурных частиц на фильтрационный и суффозионный процессы. Что касается γ , то границы изменения его и β аналогичны. Полезно иметь в виду, что каждой паре значений β , γ соответствует определенная пара значений m_0 , m_s . Например, $\beta = \gamma = 0.1$ отвечает $m_0 = 0.05$, $m_s = 0.5$, а $\beta = 0.2$, $\gamma = 0.1$ – $m_0 = 0.067$, $m_s = 0.667$. Данные расчетов профилей относительной проницаемости для разных сочетаний β , γ и моментов времени, вычисленные по формуле (27), приведены на рис. 5, 6. Так, на рис. 5 изображены профили на моменты $\bar{t} = 0.1, 0.5$ и 1 при $D = 10$, $\gamma = 0.1$, $\beta = 0.2$. Также даны и своего рода предельные профили, которые имеют место до начала деформаций (прямая 5) и после их окончания ($\bar{t} \rightarrow \infty$, прямая 1). Кривая 6, ограничивающая кривые 1–5 справа, описывает проницаемость грунта в зоне частичной деформации. Таким образом, фактические профили проницаемости грунта состоят из трех взаимодополняющих участков: первого фрагмента – в пределах зоны полной деформации (кривые 1–4), второго участка, относящегося к зоне частичной деформации (часть кривой 6 вплоть до ее пересечения с прямой 5) и, наконец, последнего, который является продолжением прямой 5 и заканчивается на внешней границе области движения. Особого внимания заслуживает установленный факт весьма существенного увеличения проницаемости грунта после полного устранения неструктурных частиц. Уже к моменту $\bar{t} = 1$ она вблизи водоприемного устройства возрастает более, чем в 7 раз, а на границе выделенных зон – в 5 раз. Предельное увеличение проницаемости достигается, естественно, при $\bar{t} \rightarrow \infty$ и составило здесь 7.8 раза. На рис. 6 показаны профили $\bar{K}_s(\bar{r})$, которые сформировались в области деформаций на промежуточный момент ($\bar{t} = 0.5$), но при разных комбинациях β , γ . Они лишней раз

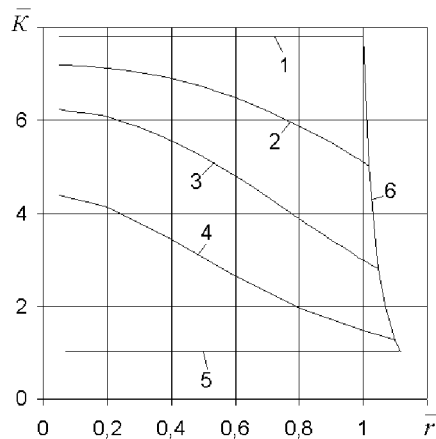


Рис. 5. Профили относительной проницаемости $\bar{K}(\bar{r})$:
 1, $6 - \bar{t} \rightarrow \infty$; 2, $6 - \bar{t} = 1$;
 3, $6 - \bar{t} = 0.5$; 4, $6 - \bar{t} = 0.1$; 5 – $\bar{t} = 0$

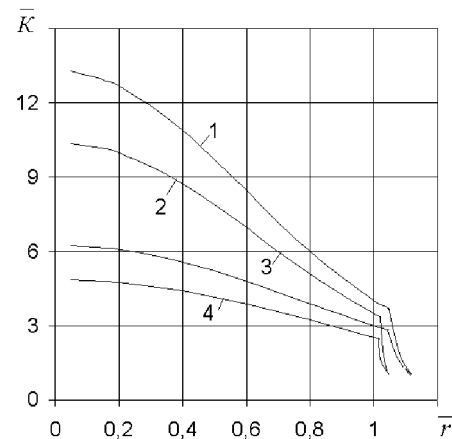


Рис. 6. Профили относительной проницаемости $\bar{K}(\bar{r})$:
 1 – $\beta = \gamma = 0.2$; 2 – $\beta = 0.1$, $\gamma = 0.2$;
 3 – $\beta = 0.2$, $\gamma = 0.1$; 4 – $\beta = \gamma = 0.1$

свидетельствуют о большом значении начального содержания суффозионных частиц. Действительно, при $\beta = \gamma = 0.2$ следует ожидать увеличения проницаемости грунта около стока вообще в 13 раз (для сравнения при $\beta = \gamma = 0.1$ – только в 4,8 раза). Можно также отметить возрастающую неравномерность в распределении мобильных частиц по мере увеличения β .

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ПОТЕРИ НАПОРА

Чтобы получить полное представление о влиянии механической суффозии на водно-физические процессы и действие дренажей, иметь возможность более обоснованно выбирать технологические и конструктивные параметры при регулировании водного режима несвязных грунтов, не-

обходимо деформационний блок (1)–(3) доповнити фільтраційним. Установлений раніше [10, 16] факт, що характерне час фільтраційного процесу на водозойственому об'єкті, контролюваному горизонтальним або вертикальним дренажем, набагато більше аналогічного часу фільтраційних деформацій, служить достаточним підґрунтям для рішень другого блоку і розрахунку розподілу напору в області руху, його втрати. І перш за все оправдано розглядання фільтраційного течія в ґрунті після завершення в ньому деформацій. Крім того, з метою остаточного роз'яснення значимості ефекту зовнішньої суффузії для спроможності і безпеки гідротехнічних споруд, дренажних систем слід оцінити зміни напору, викликані саме мобілізацією і виводом неструктурних частин. Виконати подібну оцінку цілком достатньо для умов встановившоїся фільтрації, опираючись на стаціонарну модель течія ґрунтових вод. При цьому область руху ($r_0 \leq r \leq R$) розбивається на три характерні зони – повної деформації ($r_0 \leq r < R_i$), частичної деформації ($R_i \leq r < R_0$) і незрушеного ґрунту ($R_0 \leq r \leq R$). Исходная система стаціонарних рівнянь радіальної фільтрації відносно напорів h_i ($i = 1, 2, 3$) має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dh_1}{dr} \right) &= 0, \quad r_0 \leq r \leq R_i, \\ \frac{d}{dr} \left[r^2 k(r) \frac{dh_2}{dr} \right] &= 0, \quad R_i < r \leq R_0, \\ \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dh_3}{dr} \right) &= 0, \quad R_0 < r \leq R. \end{aligned} \quad (28)$$

Іскові напори повинні задовольняти наступному оператору граничних умов:

$$\begin{aligned} r = r_0, \quad 4\pi r_0^2 k_\epsilon \frac{dh_1}{dr} &= Q_\epsilon; \\ r = R, \quad h_3 = H; \quad r = R_i, \quad h_1 = h_2; \\ k_\epsilon \frac{dh_1}{dr} &= k(R_i) \frac{dh_2}{dr}; \\ r = R, \quad h_2 = h_3; \\ k(R_0) \frac{dh_2}{dr} &= k_0 \frac{dh_3}{dr}; \end{aligned} \quad (29)$$

де k_ϵ , $k(r)$, k_0 – коефіцієнти фільтрації ґрунту в першій, другій і третій зонах відповідно; R – радіус зовнішньої межі області руху, на якій підтримується постійний напор H ; Q_ϵ – інтенсивність встановившогося притоку рідини до дренажу. Загальне рішення задачі

(27), (28) виражається такими залежностями:

$$\begin{aligned} h_1 &= H - \frac{Q_\epsilon}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} + \frac{1}{k_\epsilon r} - \frac{1}{k_\epsilon R_i} + \int_{R_i}^{R_0} \frac{dr}{r^2 \bar{k}(r)} \right), \\ & \quad r_0 \leq r \leq R_i; \\ h_2 &= H - \frac{Q_\epsilon}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} + \int_r^{R_0} \frac{dr}{r^2 \bar{k}(r)} \right), \\ & \quad R_i < r \leq R_0; \\ h_3 &= H - \frac{Q_\epsilon}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right), \\ & \quad R_0 < r \leq R; \end{aligned} \quad (30)$$

де $\bar{k}_\epsilon = k_\epsilon/k_0$, $\bar{k} = k/k_0$. Із вираження (30) слідує, що загальні втрати напору в області руху складають

$$\Delta h_m = \frac{Q_\epsilon}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} + \frac{1}{k_\epsilon r} - \frac{1}{k_\epsilon R_i} + \int_{R_i}^{R_0} \frac{dr}{r^2 \bar{k}(r)} \right). \quad (31)$$

В той же час в недеформованому ґрунті при радіальній симетрії течія вони були б

$$\Delta h_{m0} = \frac{Q_\epsilon}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right). \quad (32)$$

Із вираження (32) одразу слідує формула для розрахунку витрати дренажу, діючого при сприятливих водно-фізических умовах (ідеальний дренаж). Загальнення вказаної формули на випадок існування додаткових перешкоджень течію ґрунтових вод, яке покладено в основу ефективного методу фільтраційних опору, передбачає введення загального фільтраційного опору Φ наступним чином:

$$Q_\epsilon = \frac{4\pi k_0 \Delta h_m}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} + \Phi}. \quad (33)$$

Існує велика кількість формул для розрахунку опору Φ в ґрунтах зі стабільною структурою [17–19], які враховують зниження витрати дренажу внаслідок різного роду недосконалостей. В випадку зовнішньої суффузії складається відмінна ситуація – деформація ґрунту покращує умови роботи дренажу. В межах концепції фільтраційних опору цей ефект можна порівняльно просто врахувати, вводячи додатково спеціальне опору Φ_ϵ , яке в відповідності з його фізическим змістом повинно зменшити величину

общего сопротивления Φ и потому принимает отрицательные значения. Выражение для $\bar{\Phi}_c$ вытекает из выражений (31), (33) и в безразмерной форме будет

$$\bar{\Phi}_c = R_i \Phi_c = -\frac{\bar{k}_e - 1}{\bar{k}_e \bar{r}_0} + \frac{1}{\bar{R}_0} - \frac{1}{\bar{k}_e} + \int_1^{\bar{R}_0} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}(\bar{r})}. \quad (34)$$

Для проведения конкретных вычислений напоров и сопротивления $\bar{\Phi}_c$ необходимо задаться функцией $\bar{k}(\bar{r})$. Здесь уместно воспользоваться формулой (27), а точнее ее частным случаем (при $\bar{u} = 1$). Тогда

$$J_0(\bar{r}) = \int_1^{\bar{R}_0} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}(\bar{r})} = \frac{(1-\beta)^3}{(1+\gamma D)^2} \left[\left(1 + \frac{\gamma D}{\beta}\right)^2 \frac{\bar{R}_0^5 - 1}{5} - \frac{2\gamma D}{3\beta} \left(1 + \frac{\gamma D}{\beta}\right) (\bar{R}_0^3 - 1) + \left(\frac{\gamma D}{\beta}\right)^2 (\bar{R}_0 - 1) \right], \quad (35)$$

а окончательно для $\bar{\Phi}_c$ с учетом (24) получено

$$\bar{\Phi}_c = -\frac{\bar{k}_e - 1}{\bar{k}_e \bar{r}_0} + \sqrt{1-\beta} - \frac{1}{\bar{k}_e} + J_0. \quad (36)$$

Также для больших обобщения и удобства представления результатов вычислений вводятся вместо традиционных функций-напоров $h_i(r)$ приведенные напоры $\tilde{h}_i(\bar{r}) = (H - h_i(r))/(H - h_1(r_0))$, представляющие собой по сути относительные локальные потери напора (на участке от r до R). Из выражения (30) после несложных преобразований следует

$$\begin{aligned} \tilde{h}_1 &= \frac{1}{\Delta \tilde{h}_m} \left(\sqrt{1-\beta} - \frac{1}{\bar{R}} - \frac{1}{\bar{k}_e} + J_0 + \frac{1}{\bar{k}_e \bar{r}} \right), \\ &\quad \bar{r}_0 \leq \bar{r} < 1; \\ \tilde{h}_2 &= \frac{1}{\Delta \tilde{h}_m} \left(\sqrt{1-\beta} - \frac{1}{\bar{R}} + J \right), \\ &\quad 1 \leq \bar{r} < (1-\beta)^{-1/2}; \\ \tilde{h}_3 &= \frac{\bar{R} - \bar{r}}{\bar{R} \Delta \tilde{h}_m \bar{r}}, \\ &\quad (1-\beta)^{-1/2} \leq \bar{r} \leq \bar{R}, \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$J = \frac{(1-\beta)^3}{(1+\gamma D)^2} \left\{ \left(1 + \frac{\gamma D}{\beta}\right)^2 \frac{(1-\beta)^{-5/2} - \bar{r}^5}{5} - \frac{2\gamma D}{3\beta} \left(1 + \frac{\gamma D}{\beta}\right) [(1-\beta)^{-3/2} - \bar{r}^3] + \right.$$

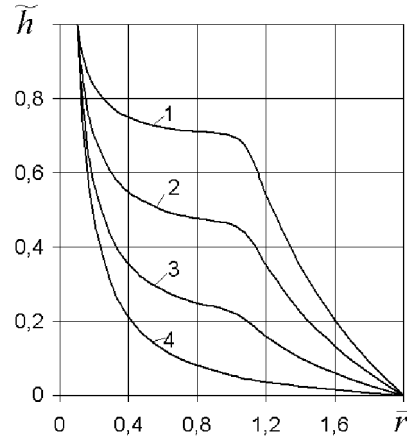


Рис. 7. Профили приведенного напора $\tilde{h}(\bar{r})$ при $\bar{R} = 2$:
1, 2 – $\beta = \gamma = 0.2$; 3 – $\beta = \gamma = 0.1$;
1 – $D = 20$; 2, 3 – $D = 10$;
1–3 – деформированное; 4 – недеформированное

$$+ \left(\frac{\gamma D}{\beta}\right)^2 [(1-\beta)^{-1/2} - \bar{r}] \},$$

$$\Delta \tilde{h}_m = \sqrt{1-\beta} - \frac{1}{\bar{R}} - \frac{1}{\bar{k}_e} + J_0 + \frac{1}{\bar{k}_e \bar{r}_0}.$$

Исходные данные для расчетов напоров, фильтрационного сопротивления подбирались таким образом, чтобы минимизировать количество вариантов, но иметь при этом возможность оценить значимость всех модельных параметров – β , γ , D , \bar{r}_0 , \bar{R} для физико-механических процессов. Из таких соображений были подобраны значения: $\beta = \gamma = 0.1$ и $\beta = \gamma = 0.2$; $D = 5, 10, 50$; $\bar{r}_0 = 0.1$; $\bar{R} = 2, 10$ и 100 . В первую очередь определялись распределения напора в пределах области движения для двух значений \bar{R} . Меньшее из них ($\bar{R} = 2$) соответствует маловероятной ситуации, когда область деформаций не намного меньше области движения. Другое значение ($\bar{R} = 10$) является более реальным. Профили $\tilde{h}(\bar{r})$, отвечающие им, состоят из трех фрагментов, которые описываются функциями $\tilde{h}_1(\bar{r})$, $\tilde{h}_2(\bar{r})$, $\tilde{h}_3(\bar{r})$ и представлены на рис. 7, 8. Для наглядности на этих рисунках также изображены и стационарные профили $\tilde{h}(\bar{r})$, которые имели бы место в отсутствии деформаций (кривые 4). Отклонения от последних фактических профилей (1–3) весьма существенны во всех рассмотренных случаях, что подтверждает важность явления внешней суффозии для развита фильтрационного процесса.

При обосновании параметров дренажа, определении характеристик водного режима на базе метода фильтрационных сопротивлений эффект от внешней суффозии сравнительно просто учесть с помощью сопротивления Φ_c . В соответствии с

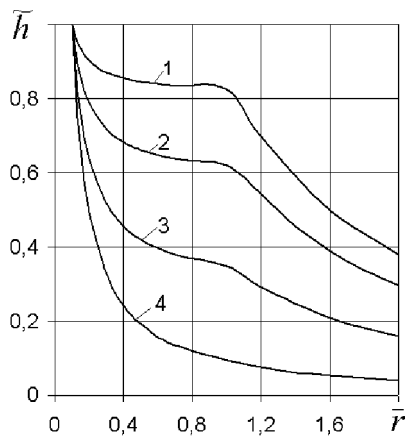


Рис. 8. Профили приведенного напора $\bar{h}(\bar{r})$ при
 1 – $\beta = \gamma = 0.2$; 2, 10; $\beta = \gamma = 0.1$;
 1, 2 – $D = 10$; 3 – $D = 50$;
 1–3 – деформированное; 4 – недеформированное

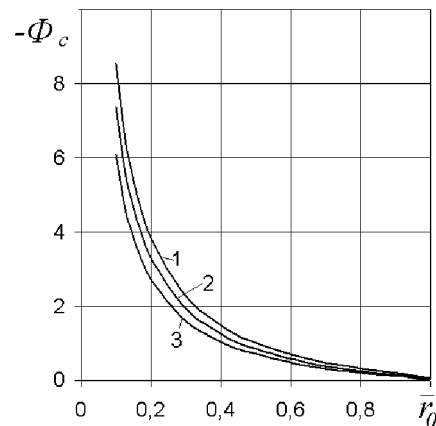


Рис. 9. Графики зависимости $\bar{\Phi}_c(\bar{r}_0)$:
 1 – $\beta = \gamma = 0.2$; 2, 3 – $\beta = \gamma = 0.1$;
 1, 2 – $D = 10$; 3 – $D = 5$

выражением (36) $\bar{\Phi}_c$ зависит от β , γ , D , \bar{r}_0 . В рассчитанных примерах брались значения коэффициентов β , γ равными 0.1 и 0.2, соотношение диаметров D было 5 или 10 и находилась функциональная связь между $\bar{\Phi}_c$ и \bar{r}_0 . Естественным ограничением диапазона значений \bar{r}_0 сверху было $\bar{r}_0 = 1$, что означает отсутствие чистой зоны (без неструктурных частиц) вообще и все деформации сводятся к образованию очень узкой области в виде слоя сферической формы, который содержит незначительное количество взвешенных частиц. Кривые зависимости $\bar{\Phi}_c(\bar{r}_0)$ представлены на рис. 9. Близость положения кривых 1 и 2, 2 и 3 говорит о слабом влиянии параметров β , γ , D на сопротивление $\bar{\Phi}_c$ при $\bar{r} > 0.2$. Вместе с тем при более реальных $\bar{r}_0 < 0.2$ такое влияние становится уже ощутимым и его целесообразно в расчетах учитывать. Значения $\bar{\Phi}_c$ оказываются малыми при относительно больших \bar{r}_0 и резко возрастают с уменьшением \bar{r}_0 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несвязные грунты в природе часто содержат наряду со структурными частицами также и мелкие, которые не участвуют в формировании их структуры. В нормальных условиях неструктурные частицы находятся в неподвижном состоянии. Однако применение водорегулирующих устройств может послужить причиной мобилизации указанных частиц. При работе дренажей в качестве водоприемников нередко наблюдается внешняя суффозия, для которой характерен вынос суффозионных частиц за пределы грунта, что чревато заи-

лением водоотводящих приспособлений. Действие водоприемных элементов (щелей, отверстий) обуславливает радиальность фильтрационного течения и массопереноса, по крайней мере, вблизи от них. Это дает основание выполнять теоретические исследования внешней суффозии на базе математической модели радиального взвешенного фильтрационного потока, которая достоверно описывает совместное движение жидкости и суффозионных частиц к стоку малых размеров. Построено строгое решение указанной задачи, позволяющее всесторонне анализировать развитие суффозионного процесса, давать надежную оценку его влияния на фильтрационное течение. Область деформаций, которая образуется под действием стока малого диаметра, имеет сферическую форму, а ее радиус определяется интенсивностью притока жидкости и частиц. В ходе фильтрационных деформаций в окрестности стока образуются две характерные зоны – полной и частичной деформации. Неструктурные частицы сохраняются только во второй зоне, где они находятся во взвешенном состоянии вплоть до момента увеличения интенсивности стока. В случае высокой суффозионности грунта и при устройстве стоков большой мощности отмечаются серьезные изменения его фильтрационных свойств. При этом пористость увеличивается незначительно, а проницаемость грунта может возрасти на порядок и более. Перенос значительного количества суффозионных частиц, которые отстают от транспортирующей их поровой жидкости, в состоянии заметно ее притормаживать. При обосновании технологических и конструктивных параметров дренажей в суффозионных грунтах целесообразно учитывать улуч-

шение фильтрационных условий вследствие выноса неструктурных частиц из придренного участка грунта. Благодаря этому, например, при проектировании систематического дренажа возможно увеличение междренного расстояния.

1. Бабий А.И. Определение коэффициента фильтрации сильно разнородных песчано-гравийно-галечных грунтов // Гидравлика и гидротехника.– 1993.– Вып.57.– С. 41–47.
2. Кондратьев В.Н. Фильтрация и механическая суффозия в несвязных грунтах.– К.: Крымиздат, 1958.– 76 с.
3. Мясков А.В., Гурвич А.И., Плавник Ю.М., Пшеничников В.А. Исследование водопримной способности бестраншейного дренажа с фильтрующими элементами и влияние механического кольматажа на качество и надежность осушительной регулирующей сети // Вопросы проектирования я бестраншейного дренажа. Сб.научн.тр.– Л.: СевНИИ ГИМ.– 1982.– С. 3–27.
4. Taylor S. W., Milly P. C. D., Jaffy P. R. Biofilm growth and the related changes in the physical properties of a porous media. 2. Permeability // Wat. Res. Res.– 1990.– 26, N 9.– P. 2161–2169.
5. Ojha C. S. P., Singh V. P., Adrian D. D. Determination of critical head in soil piping // J. Hydraulic. Eng.– 2003.– 129, N 7.– P. 511–518.
6. Sellmeiger J.B., Koenders M.A. A mathematical model for piping // Appl. Math. Mod.– 1991.– 15, N 6.– P. 646–651.
7. Khilar K.C., Folger H.S., Gray D.H. Model for piping-plugging in earth structures // J.Geotech.– 1999.– 111, N 7.– P. 833–846.
8. Хлапук Н.Н. Математичне моделювання процесу фільтрації у середовищах, де відбувається механічна суффозія // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво.– 1998.– Вып.23.– С. 92–98.
9. Polyakov V. L. Modeling hydrodynamic deformations of a soil due to groundwater flow to a sink Flow and transport processes in complex obstructed geometries: from cities and vegetative canopies to industrial problems // NATO ASI.– Kiyv.– 2004.– P. 158–160. 10
10. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76), N 4.– С. 60–73.
11. Поляков В.Л. О фильтрационных деформациях грунта с образованием аккумулярующих зон // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– 5(77), N 2.– С. 45–56.
12. Поляков В.Л. Промачивание суффозионных грунтов. 1. Суффозия // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– 5(77), N 3.– С. 72–82.
13. Жиленьков В.Н., Шевченко Н.И. О влиянии разнородности на фильтрационно-суффозионные свойства грунтов // Изв. ВНИИГа.– 1982.– N 158.– С. 44–51.
14. Золошлаковые материалы и золоотвалы Под ред. Мелентьева.– М.: Энергия, 1978.– 296 с.
15. Лисенко М.П. Состав и физико-механические свойства грунтов.– М.: Недра, 1980.– 272 с.
16. Сидор В.Б. Порівняльний аналіз суфозійного і фільтраційного процесів у дренажах незв'язаних грунтах Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки // 2004.– Вып. 4.– 93–98.– С.
17. Олейник А.Я. Геогидродинамика дренажа.– К.: Наукова думка, 1982.– 283 с.
18. Поляков В.Л., Сидор В.Б. Про особливості розрахунку дренажу в суфозійних грунтах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2004.– Вып. 3.– С. 100–106.
19. Шестаков В.М. Динамика подземных вод.– М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979.– 368 с.