

Особенности деформирования вращающихся дисков с тонкими высокомодульными покрытиями

Ю. В. Немировский, А. П. Янковский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск, Россия

На базе уравнений линейной пространственной теории упругости сформулирована задача расчета вращающихся дисков с упрочняющими покрытиями с учетом возникающих пограничных слоев. Разработан численный метод интегрирования поставленной задачи и проведены конкретные расчеты. На основе анализа рассчитанных полей напряжений в базовом материале диска и в покрытиях удалось объяснить такие эффекты, как резкое увеличение несущей способности дисков при нанесении на их лицевые поверхности высокомодульных покрытий толщиной порядка 0,1–0,6 мм и ее снижение (в ряде случаев) при нанесении более толстых покрытий. Исследованы границы применимости традиционной теории расчета дисков, согласно которой предполагается, что напряженное состояние двухмерное и пограничные слои отсутствуют.

Ключевые слова: вращающиеся диски, упрочняющие покрытия, пограничные слои, несущая способность, энергоемкость.

Введение. Вращающиеся диски газотурбинных двигателей и компрессоров относятся к разряду силовых элементов, которые в современных технических устройствах испытывают наиболее интенсивное нагружение. Поэтому изучению вопросов их прочности посвящены многие исследования, например [1–4] и др. Однако в подавляющем большинстве исследований, в частности [1, 2] и др., рассматриваются лишь однородные изотропные диски, подчиняющиеся следующим упрощающим гипотезам [2]: 1) толщина диска мала по сравнению с наружным радиусом; 2) силы, действующие на диск, направлены радиально и равномерно распределены в окружном направлении; 3) напряженное состояние в диске считается двухмерным и осесимметричным; 4) напряжения равномерно распределены по толщине диска. При выполнении этих гипотез пограничные слои в окрестностях контуров полотна диска не принимаются в расчет.

В последнее время на лицевые поверхности вращающихся дисков часто наносят тонкие защитные и упрочняющие покрытия. Расчет таких слоистых композитных дисков проводят с помощью упрощающих гипотез [3, 4] и др., аналогичных вышеприведенным, но относящихся к слоям диска. При этом также не учитываются пограничные слои в диске. Однако резкое различие между жесткостными характеристиками базового материала полотна диска и усиливающих покрытий должно приводить к резким градиентам полей напряжений, которые до настоящего времени не исследовались. Поэтому проблема расчета слоистых вращающихся дисков с учетом возникающих пограничных слоев приобретает актуальность, поскольку именно в пограничных слоях напряжения и их градиенты могут достигать больших значений.

Цель данной работы заключалась в изучении на основании уравнений пространственной теории упругости особенностей напряженно-деформиро-

ванного состояния (НДС) дисков с покрытиями и попытке объяснить резкое упрочнение таких конструкций при нанесении на их поверхность именно тонких высокомодульных покрытий.

1. Постановка задачи. Для большей наглядности и упрощения расчетов рассмотрим диск, набранный из M плоских (хотя это не принципиально) однородных изотропных слоев постоянной толщины h_i ($i=1, 2, \dots, M$). Полотно диска ограничено торцевыми цилиндрическими поверхностями радиусов r_0, r_1 ($r_0 < r_1$). Исследуется лишь случай осесимметричного нагружения при установившемся режиме вращения (нагрузки в окружном направлении отсутствуют), так как это главный этап расчета диска на прочность [1, 2]. Каждый слой подчиняется вышеприведенным упрощающим гипотезам 1) и 2). Гипотезы 3) и 4) заменим следующей: напряженное состояние в слоях является трехмерным и осесимметричным. Чтобы свести к минимуму малоцикловую усталость и тем самым повысить долговечность диска, исследуем его поведение только в пределах упругости. Тепловое воздействие не учитывается.

Свяжем с диском цилиндрическую систему координат $r\varphi z$, где z – осевая координата; r, φ – полярные радиус и угол соответственно. Координатную плоскость $r\varphi$ ($z=0$) совместим с одной из лицевых поверхностей диска и назовем ее “нижней” лицевой поверхностью, другую лицевую поверхность – “верхней”. Пронумеруем слои последовательно от нижней лицевой поверхности к верхней и обозначим через $z = H_m = H_0 + \sum_{i=1}^m h_i > 0$ осевую координату плоскости контакта m -го и $(m+1)$ -го слоев ($i=1, 2, \dots, M, H_0 \equiv 0, H_M = H = \text{const}$ – толщина диска), при этом нижняя и верхняя лицевые поверхности диска определяются равенствами $H_0 = 0$ и $H_M = H$ соответственно.

Для описания упругого поведения каждого слоя рассматриваемого диска, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω , используем уравнения равновесия в цилиндрической системе координат [5], разрешенные относительно производных в осевом направлении:

$$\begin{aligned} v_{r,z}^{(m)} &= -v_{z,r}^{(m)} - \frac{1}{G^{(m)}} \left[r\rho^{(m)}\omega^2 + A^{(m)} \left(u_{r,rr}^{(m)} + \frac{u_{r,r}^{(m)}}{r} - \frac{u_r^{(m)}}{r^2} \right) + B^{(m)} v_{z,r}^{(m)} \right]; \\ v_{z,z}^{(m)} &= -\frac{1}{A^{(m)}} \left[G^{(m)} \left(u_{z,rr}^{(m)} + v_{r,r}^{(m)} + \frac{u_{z,r}^{(m)}}{r} + \frac{v_r^{(m)}}{r} \right) + B^{(m)} \left(v_{r,z}^{(m)} + \frac{v_r^{(m)}}{r} \right) \right]; \\ u_{r,z}^{(m)} &= v_r^{(m)}, \quad u_{z,z}^{(m)} = v_z^{(m)}, \quad 1 \leq m \leq M, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$A^{(m)} = \frac{2G^{(m)}(1-\nu^{(m)})}{1-2\nu^{(m)}}, \quad B^{(m)} = \frac{2\nu^{(m)}G^{(m)}}{1-2\nu^{(m)}}, \quad G^{(m)} = \frac{E^{(m)}}{2(1+\nu^{(m)})}; \quad (2)$$

$\rho^{(m)}$ – объемная плотность материала m -го слоя; $\nu^{(m)}$, $E^{(m)}$ – коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала m -го слоя; $u_r^{(m)}$, $u_z^{(m)}$ – радиальная и осевая компоненты вектора перемещений точек m -го слоя ($u_\varphi^{(m)} = 0$); $v_r^{(m)}$, $v_z^{(m)}$ – функции, введенные для удобства разработки в дальнейшем метода интегрирования получаемой граничной задачи; нижний индекс после запятой обозначает частное дифференцирование по указанной переменной. Здесь и далее все функции зависят только от двух переменных – r , z . (В уравнениях (1) не учитываются массовые нагрузки в осевом направлении, хотя это не принципиально.)

Напряжения в m -м слое определяются из закона Гука, записанного в перемещениях с учетом двух последних равенств из (1):

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(m)} &= A^{(m)} u_{r,r}^{(m)} + B^{(m)} (u_r^{(m)} / r + v_z^{(m)}); \\ \sigma_{\varphi\varphi}^{(m)} &= A^{(m)} u_r^{(m)} / r + B^{(m)} (u_{r,r}^{(m)} + v_z^{(m)}); \\ \sigma_{zz}^{(m)} &= A^{(m)} v_z^{(m)} + B^{(m)} (u_{r,r}^{(m)} + u_r^{(m)} / r); \\ \sigma_{rz}^{(m)} &= G^{(m)} (v_r^{(m)} + u_{z,r}^{(m)}); \\ \sigma_{r\varphi}^{(m)} &= \sigma_{z\varphi}^{(m)} = 0, \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (3)$$

На лицевых поверхностях полотно диска заданы статические граничные условия, записанные в перемещениях с учетом двух последних равенств (1): на нижней поверхности (разрешенные относительно $v_r^{(m)}$, $v_z^{(m)}$) –

$$\begin{aligned} v_r^{(1)} &= \frac{p_\tau^{(-)}}{G^{(1)}} - u_{z,r}^{(1)}; & v_z^{(1)} &= \frac{1}{A^{(1)}} (p_n^{(-)} - B^{(1)} (u_{r,r}^{(1)} + u_r^{(1)} / r)), \\ r_0 &\leq r \leq r_1, & z &= 0; \end{aligned} \quad (4)$$

на верхней поверхности –

$$\begin{aligned} A^{(M)} v_z^{(M)} + B^{(M)} (u_{r,r}^{(M)} + u_r^{(M)} / r) &= p_n^{(+)}; \\ G^{(M)} (v_r^{(M)} + u_{z,r}^{(M)}) &= p_\tau^{(+)}, \quad r_0 \leq r \leq r_1, \quad z = H, \end{aligned} \quad (5)$$

где $p_n^{(\pm)}$, $p_\tau^{(\pm)}$ – заданные нормальные и касательные (в радиальном направлении) напряжения на верхней (+) и нижней (–) лицевых поверхностях диска соответственно, порожденные, например, набегающим потоком, и т.п.

На внутренней торцевой цилиндрической поверхности диска радиуса r_0 задаются условия жесткого закрепления или натяга на вал:

$$\begin{aligned} u_r^{(m)}(r_0, z) &= u_0, & u_z^{(m)}(r_0, z) &= 0, & v_r^{(m)}(r_0, z) &= v_z^{(m)}(r_0, z) = 0, \\ H_{m-1} &\leq z \leq H_m, & 1 &\leq m \leq M, \end{aligned} \quad (6)$$

где $u_0 = 0$ при жестком закреплении и $u_0 = \text{const} > 0$ при натяге.

Для задания граничных условий на внешнем контуре диска радиуса r_0 используется обычное при расчетах дисков допущение [2]: граничные условия на внешнем контуре диска определяются интенсивностью суммарной силы F_r от лопаток и разрезанной замковой части обода, равномерно распределенной по площади цилиндрической поверхности на наружном контуре:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(m)} &= A^{(m)} u_{r,r}^{(m)} + B^{(m)} (u_r^{(m)} / r + v_z^{(m)}) = F_r / H; \\ \sigma_{rz}^{(m)} &= G^{(m)} (v_r^{(m)} + u_{z,r}^{(m)}) = 0; \\ r &= r_1, \quad H_{m-1} \leq z \leq H_m, \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (7)$$

Величина F_r зависит от параметра ω^2 , формы, размеров и структуры лопатки. В первом приближении лопатку можно представить в виде прямолинейного бруса постоянной толщины h_* (в осевом направлении) и длины l [1]. При этом для лопатки, выполненной из однородного материала, приближенно можно полагать

$$F_r = f_n \omega^2, \quad f_n = h_* \rho_* \int_{r_1}^{r_2} r dr = h_* \rho_* (r_2^2 - r_1^2) / 2, \quad r_2 = r_1 + l, \quad (8)$$

где ρ_* – объемная плотность материала лопаток. (Наличие замковой части можно учитывать введением дополнительного слагаемого в выражении для f_n , величина которого зависит от конструктивной особенности замков; в данном случае учет этого слагаемого не принципиален, так как значение f_n в (8) можно считать изначально заданным.)

Разрешим равенства (7) относительно функций $v_r^{(m)}$, $v_z^{(m)}$:

$$\begin{aligned} v_r^{(m)} &= -u_{z,r}^{(m)}; \quad v_z^{(m)} = \frac{1}{B^{(m)}} (F_r / H - A^{(m)} u_{r,r}^{(m)} - B^{(m)} u_r^{(m)} / r), \\ r &= r_1, \quad H_{m-1} \leq z \leq H_m, \quad 1 \leq m \leq M. \end{aligned} \quad (9)$$

Предполагается, что слои контактируют без отрыва и проскальзывания, поэтому на поверхностях контакта выполняются следующие условия сопряжения решения:

кинематические

$$\begin{aligned} u_r^{(n)}(r, z) &= u_r^{(m)}(r, z); \quad u_z^{(n)}(r, z) = u_z^{(m)}(r, z), \\ r_0 \leq r \leq r_1, \quad z &= H_m, \quad n = m + 1, \quad 1 \leq m \leq M - 1 \end{aligned} \quad (10)$$

и статические (записаны в перемещениях и разрешены с учетом (10) относительно функций $v_r^{(n)}$, $v_z^{(n)}$)

$$v_z^{(n)} = \frac{1}{A^{(n)}} ((B^{(m)} - B^{(n)}) (u_{r,r}^{(m)} + u_r^{(m)} / r) + A^{(m)} v_z^{(m)}); \quad (11a)$$

$$v_r^{(n)} = \frac{G^{(m)}}{G^{(n)}} (v_r^{(m)} + u_{z,r}^{(m)}) - u_{z,r}^{(m)}, \quad (116)$$

$$r_0 \leq r \leq r_1, \quad z = H_m, \quad n = m + 1, \quad 1 \leq m \leq M - 1.$$

Таким образом, линейная система разрешающих уравнений эллиптического типа (1), граничные условия (4)–(6), (9) и условия сопряжения решения (10), (11) образуют граничную задачу расчета слоистого диска при установившемся режиме вращения в пределах упругого деформирования.

2. Метод решения граничной задачи. Правые части системы разрешающих уравнений (1) и соотношений (4), (6), (9)–(11) содержат частные производные только по одной переменной r от неизвестных функций $u_r^{(m)}$, $u_z^{(m)}$, $v_r^{(m)}$, $v_z^{(m)}$. Поэтому, если на нижней лицевой поверхности $z = 0$ задать кинематически допустимые значения перемещений (обозначим их $u_r^{(-)}(r)$, $u_z^{(-)}(r)$), то с помощью соотношений (4), где

$$u_r^{(1)}(r, 0) \equiv u_r^{(-)}(r); \quad u_z^{(1)}(r, 0) \equiv u_z^{(-)}(r), \quad r_0 \leq r \leq r_1, \quad (12)$$

можно сформулировать начальные условия для системы (1) на линии $z = 0$.

Если каким-либо способом удастся проинтегрировать уравнения начально-краевой задачи (1), (4), (6), (9) с учетом (12) в первом ($m = 1$) слое диска, то с использованием равенств (10), (11) на линии $z = H_1$ можно сформулировать начальные условия для интегрирования системы (1) во втором ($m = 2$) слое. При условии, что уравнения начально-краевой задачи (1), (6), (9), (10), (11) проинтегрированы и во втором слое, то с помощью (10), (11) на линии $z = H_2$ можно сформулировать начальные условия для интегрирования системы (1) в третьем ($m = 3$) слое и т.д. Если в последнем M -м слое решена соответствующая начально-краевая задача (известны функции $u_r^{(M)}$, $u_z^{(M)}$, $v_r^{(M)}$, $v_z^{(M)}$), то на верхней лицевой поверхности ($z = H$) можно вычислить левые части граничных условий (5). При произвольном задании функций $u_r^{(-)}$, $u_z^{(-)}$ в (12) равенства в (5) выполняться не будут. Следовательно, необходимо так подобрать начальные функции в (12), чтобы невязки в (5) обратились в ноль, после чего будет известно решение исходной граничной задачи во всем диске. Затем, используя равенства (3) с учетом (2), можно определить и напряженное состояние во всех слоях диска.

Таким образом, для численного интегрирования поставленной в п. 1 граничной задачи можно использовать метод прямых [6] совместно с методом пристрелки [7]. Действительно, введем в рассмотрение прямые

$$r = r_{[j]} = r_0 + \Delta j, \quad 0 \leq z \leq H, \quad \Delta = (r_1 - r_0)/N, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

где N – количество отрезков, на которые разбивается интервал $r_0 \leq r \leq r_1$. Заменяем в правых частях уравнений (1) и в соотношениях (4), (5), (9), (11) производные по переменной r их конечно-разностными аналогами (КРА)

[8], используя значения неизвестных функций на прямых (13). Тогда в каждом m -м слое КРА система (1) будет линейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений по переменной z , замкнутой относительно $4N$ неизвестных функций $u_{r[j]}^{(m)}(z)$, $u_{z[j]}^{(m)}(z)$, $v_{r[j]}^{(m)}(z)$, $v_{z[j]}^{(m)}(z)$, $1 \leq j \leq N$.
Задав узловые значения функций

$$u_{r[j]}^{(-)} \equiv u_r^{(-)}(r_{[j]}); \quad u_{z[j]}^{(-)} \equiv u_z^{(-)}(r_{[j]}), \quad 1 \leq j \leq N, \quad (14)$$

можно с помощью КРА соотношений (4) определить начальные условия для КРА системы (1) в первом слое.

Интегрируя начальную задачу для КРА системы (1) (линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений) каким-либо из известных методов [6–8] (например, методом Рунге-Кутты), получаем с учетом (6), (9) решение в первом слое на прямых (13). Следуя изложенному выше алгоритму, можно последовательно во всех слоях построить решение для КРА системы (1) на прямых (13). В результате на верхней лицевой поверхности получим невязки в КРА соотношений (5) в узлах пересечения линии $z = H$ и прямых (13). При этом количество узловых значений невязок в КРА условий (5) равно количеству узловых неизвестных (14). Для устранения невязок в КРА условий (5) необходимо соответствующим образом подобрать значения узловых функций (14). Такой подбор можно осуществить путем использования метода пристрелки [7]. Для повышения устойчивости численного расчета при необходимости можно использовать метод дискретной ортогонализации [7].

Предложенный алгоритм численного решения сформулированной в п. 1 граничной задачи для слоистого диска удобен тем, что сколько бы слоев не содержал диск, количество неизвестных начальных параметров (14) остается фиксированным. Кроме того, при интегрировании КРА системы (1) в каждом слое может быть выбран свой (при необходимости переменный) шаг интегрирования по переменной z .

Данная численная процедура была реализована авторами на компьютере, при этом для интегрирования КРА системы (1) использовали явный метод Рунге-Кутты четвертого порядка [6], а производные по переменной r в (4), (5), (9), (11) были заменены значениями КРА на девятиточечном шаблоне. Такая замена обеспечила высокий порядок аппроксимации производных, что необходимо для получения достоверной информации о поведении неизвестных функций в пограничных слоях, где, как известно, решение обладает большими градиентами [9, 10].

3. Обсуждение результатов расчетов. Рассмотрим диски из базового материала толщиной $h_0 = \text{const}$, ограниченные цилиндрическими поверхностями радиусов $r_0 = 50$ мм, $r_1 = 197,5$ мм [1]. На обе лицевые поверхности материала наносятся покрытия одинаковой толщины h (при этом $H_0 = 0$, $H_1 = h$, $H_2 = h + h_0$, $H_3 = 2h + h_0 = H$) и из одного материала. К диску могут быть прикреплены лопатки длиной $l = 11,4$ мм [1] и толщиной $h_* = 5$ мм из сплава ВТ6С. Нагрузки, действующие на лицевые поверхности диска, не учитываются ($p_r^{(\pm)} = p_n^{(\pm)} = 0$, см. (4), (5)). На внутренней

торцевой поверхности $r = r_0$ диск жестко прикрепляется к валу ($u_0 = 0$, см. (6)). В качестве базового материала пластин выбирали алюминиевый сплав Д16 или магниевый сплав ИМВ-2; покрытия могут быть борными, стальными (марка стали 40Х) или титановыми (сплав ВТ6С). Физико-механические характеристики исследуемых материалов приведены в таблице.

Физико-механические характеристики фазовых материалов диска [11, 12]

Материал	E , ГПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	ν	ρ , кг/м ³
Сплав Д16 (Al)	71,0	380	0,315	2780
Сплав ИМВ-2 (Mg)	44,5	190	0,310	1590
Бор (B)	420,0	3200	0,235	2550
Сталь 40Х	210,0	1200	0,300	7800
Сплав ВТ6С (Ti)	120,0	900	0,300	4430

Все расчеты проводились до появления начальных пластических деформаций в базовом материале или покрытиях либо до начала разрушения упругохрупкого материала, например борного покрытия.

На рис. 1 представлены зависимости предельного количества оборотов дисков в минуту ($n = 30\omega/\pi$) от толщины покрытий h . Кривые 1–4 рассчитаны для дисков с прикрепленными лопатками, кривые 1'–4' – для дисков без лопаток ($F_r = 0$ в (7), (9)). Кривые 1, 1' построены для базового материала диска из алюминиевого сплава Д16 с борными покрытиями, кривые 2–4, 2'–4' – для базового материала диска из магниевго сплава ИМВ-2 с борными (2, 2'), стальными (3, 3') и титановыми (4, 4') покрытиями. Чтобы диски из разных базовых материалов имели равную массу при одинаковой толщине покрытия, в расчетах толщину базового слоя из материала ИМВ-2 принимали $h_0 = 10$ мм; толщину базового слоя из сплава Д16 – $h_0 = 10 \cdot 1590/2780 = 5,72$ мм (таблица).

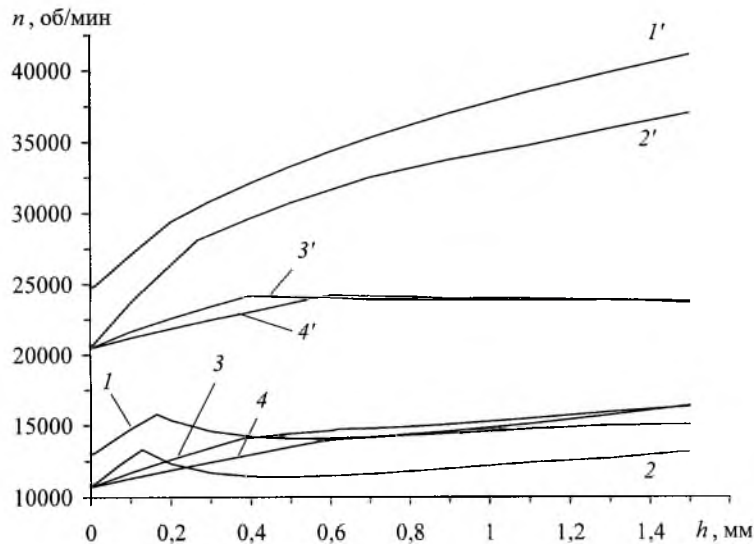


Рис. 1. Зависимости предельного количества оборотов дисков в минуту от толщины покрытий.

На кривых, представленных на рис. 1, имеют место два гладких участка: на левом участке с увеличением толщины покрытий h наблюдается резкое повышение предельной скорости вращения диска. По достижении некоторого значения $h = h_{opt}$ (назовем его “оптимальным” и ему соответствуют точки излома кривых на рис. 1) поведение кривых изменяется. Например, при $h > h_{opt}$ рост кривых 1', 2', 3, 4 продолжается, но уже значительно медленнее, чем на начальном участке, кривые 3', 4' практически горизонтальны, и ординаты их точек на правых участках почти совпадают, рост кривых 1, 2 сначала убывает ($h_{opt} < h < h_{min}$), а затем по достижении некоторых значений $h = h_{min}$ (им соответствуют локальные минимумы кривых 1, 2), происходит медленное повышение предельной скорости вращения дисков с увеличением толщины покрытий ($h > h_{min}$). Значения h_{opt} и h_{min} для каждой композиции свои, причем они тем меньше и снижение $n(h)$ при $h_{opt} < h < h_{min}$ для кривых 1, 2 тем значительнее, чем больше отношение модулей Юнга покрытия и базового материала ($E^{(1)}/E^{(2)}$), т.е. чем жестче покрытие. Так, для кривой 2 имеем $h_{opt} \approx 0,1286$ мм, для кривой 1 – $h_{opt} \approx 0,165$ мм. Кроме того, значения h_{opt} зависят от того, прикреплены к диску лопатки или нет: для дисков без лопаток значения h_{opt} несколько больше, чем для дисков с лопатками. Следовательно, оптимальная толщина покрытия, обнаруженная, например, при разгонных испытаниях диска без лопаток, не гарантирует наибольшую несущую способность того же диска после прикрепления к нему лопаток. Об этом свидетельствует характер кривых 1', 1 и 2', 2 (рис. 1). (Существование некоторой оптимальной толщины покрытия для других случаев отмечалось в [13] и др.)

Для объяснения поведения кривых на рис. 1 проанализируем напряженно-деформированное состояние дисков с покрытиями. На рис. 2 представлены зависимости максимумов по z относительных интенсивностей напряжений

$$s_i^{(m)}(x) \equiv S_i^{(m)}(r) = \max_{H_{m-1} \leq z \leq H_m} \sigma_i^{(m)}(r, z) / \sigma_{0,2}^{(m)},$$

$$\sigma_i^{(m)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{rr}^{(m)} - \sigma_{\varphi\varphi}^{(m)})^2 + (\sigma_{\varphi\varphi}^{(m)} - \sigma_{zz}^{(m)})^2 + (\sigma_{zz}^{(m)} - \sigma_{rr}^{(m)})^2 + 6\sigma_{rz}^{(m)2}}, \quad (15)$$

$$1 \leq m \leq 3$$

в слоях дисков с покрытиями от безразмерной координаты $x = r/(r_1 - r_0)$. Кривые на рис. 2 рассчитаны для диска с лопатками, изготовленного из магниевого сплава ИМВ-2 с борными покрытиями (кривая 2 на рис. 1; качественно аналогичные кривые получены и при объяснении характера кривой 1 на рис. 1).

Кривые 1–4 на рис. 2 описывают зависимость $s_i^{(2)}(x)$ для базового материала диска, кривые 2'–4' – зависимость $s_i^{(m)}(x)$, $m = 1, 3$ для покрытий. Характер кривых свидетельствует, что в окрестностях торцевых поверхностей полотна диска НДС в слоях имеет большие градиенты, что обусловлено возникновением пограничных слоев; кривые на центральных участках

имеют плавный характер, что соответствует основному НДС в слоях. (Наличие концентраторов напряжений в зонах закрепления лопаток и приложения нагрузок, хотя и для других ситуаций, отмечалось в [13 и др.])

Максимальные значения ординат точек кривых 1–4 (*A, B* на рис. 2) равны единице, что соответствует возникновению начальных пластических деформаций в определенных точках базового материала на торцевых поверхностях диска. Напряженное состояние в борных покрытиях не превышало 65% предельного значения (кривые 2'–4' на рис. 2). Следовательно, в пределах упругого деформирования диска борные покрытия имеют запас прочности более 1,5.

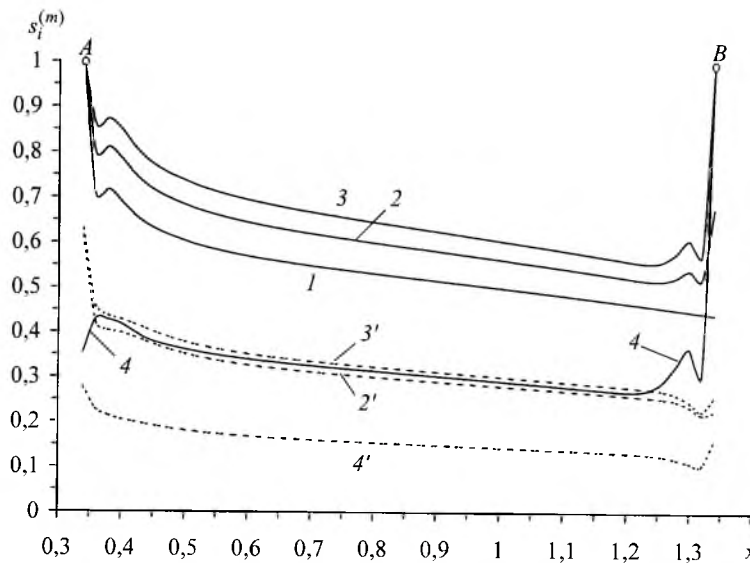


Рис. 2. Зависимости максимальных по толщине слоев значений относительной интенсивности напряжений от безразмерного полярного радиуса при наличии прикрепленных к диску лопаток: 1 – диск без покрытий ($h = 0$); 2, 2' – $h = 0,07$ мм; 3, 3' – $h = h_{opt} = 0,1268$ мм; 4, 4' – $h = 0,5$ мм.

Характер поведения кривой 1 на рис. 2 показывает, что основное НДС диска без покрытий почти в 1,5 раза ниже предельного значения, достигаемого в пограничном слое, который интенсивно развивается только в окрестности внутренней закрепленной торцевой поверхности (в этом случае $s_i^{(2)} = 1$ в двух левых угловых точках радиального сечения полотна диска).

При нанесении на лицевые поверхности покрытий, толщина которых меньше h_{opt} , наблюдается сглаживание градиентов НДС в пограничном слое на внутренней закрепленной торцевой поверхности, но появляется и интенсивно начинает развиваться пограничный слой на внешней торцевой поверхности, к которой прикреплены лопатки. С увеличением толщины покрытий h происходит рост НДС в окрестности именно внешней торцевой поверхности (см. на рис. 2 правые участки кривых 2–4). Увеличение h в пределах $0 \dots h_{opt}$ приводит к сглаживанию зависимости $s_i^{(2)}(x)$ в окрестности внутренней торцевой поверхности ($x \approx 0,34$) и ее нарастанию в

окрестности внешней торцевой поверхности ($x \approx 1,34$), однако значения $s_i^{(2)}(1,34) < s_i^{(2)}(0,34) = 1$, и увеличению h сопутствует рост основного НДС в базовом материале и покрытиях (ср. на рис. 2 центральные участки кривых 1–3 и 2', 3'). При $h = h_{opt}$ на обеих торцевых поверхностях пластины $s_i^{(2)} = 1$ ($x = 0,34$ и $1,34$, см. точки A, B на кривой 3), т.е. в некоторых их точках появляются начальные пластические деформации в базовом материале. Поскольку при росте h в пределах $0 \dots h_{opt}$ увеличиваются и толщины покрытий и основное НДС (доминирует напряжение $\sigma_{rr}^{(m)}$) в слоях, происходит повышение предельной угловой скорости вращения диска. Этим и объясняется поведение на начальных участках ($0 < h < h_{opt}$) всех кривых на рис. 1.

При толщине покрытий, превышающей h_{opt} , градиенты НДС в базовом материале ИМВ-2 в окрестности внутренней закрепленной торцевой поверхности по-прежнему сглаживаются (интенсивность напряжений здесь становится даже меньше, чем за пределами пограничного слоя, см. левый участок кривой 4 на рис. 2), а в окрестности внешней торцевой поверхности продолжают интенсивно нарастать, что приводит к резкому снижению уровня основного НДС, в том числе и напряжения $\sigma_{rr}^{(m)}$, во всех слоях диска (ср. центральные участки кривых 3, 4 и 3', 4' на рис. 2). В таком случае увеличение толщины покрытий не компенсирует уменьшения по модулю напряжений $\sigma_{rr}^{(m)}$ в слоях, и поэтому реакция лопаток F_r в (7), а значит, и ω^2 в (8) при $h_{opt} < h < h_{min}$ меньше, чем при $h = h_{opt}$. Этим и объясняется наличие участков спада кривых 1, 2 на рис. 1. Спад этих кривых, как уже отмечалось, тем значительнее, чем больше отношение $E^{(1)}/E^{(2)}$. Это обусловлено тем, что с увеличением $E^{(1)}/E^{(2)}$ более интенсивно начинает развиваться пограничный слой в окрестности внешней торцевой поверхности, к которой прикреплены лопатки. При достаточно “малых” отношениях $E^{(1)}/E^{(2)}$ (например, $E^{(1)}/E^{(2)} = 2,7$ для композиции Mg–Ti и $E^{(1)}/E^{(2)} = 4,7$ для композиции Mg–40X) пограничный слой в окрестности внешней торцевой поверхности развивается слабо и почти не влияет на изменение (снижение) основного НДС в слоях при $h > h_{opt}$, поэтому в таких случаях не наблюдается спад зависимости $n(h)$, чем и объясняется монотонный рост кривых 3, 4 на рис. 1. Однако и на этих кривых отмечается резкое увеличение значений $n(h)$ при $0 < h < h_{opt}$ и несколько меньшее при $h > h_{opt}$.

Медленный рост кривых 1, 2 на рис. 1 при $h > h_{min}$ вызван тем, что при таких достаточно больших толщинах покрытий происходит стабилизация (с увеличением h) НДС во всех слоях диска, и величины F_r в (7), а значит, и ω^2 в (8) возрастают за счет увеличения толщины покрытий. При этом для композиции Mg–В (на рис. 1 кривая 2) даже при такой большой толщине покрытий, как $h = 1,5$ мм, сопоставимой с толщиной базового материала, значение $n(h)$ (см. правую точку на кривой 2 рис. 1) меньше $n(h_{opt})$, а для композиции Al–В имеем $n(h) = 1,037n(h_{opt}) \approx n(h_{opt})$, где $h = 1,5$ мм (кривая 1 на рис. 1).

На экспериментальных стендах часто разгонные испытания дисков проводят без лопаток. Поэтому на рис. 1 для сравнения приведены зависимости $n(h)$ для дисков без лопаток (кривые 1'–4'). Сопоставление кривых 1–4 и 1'–4' показывает, что предельные угловые скорости вращения дисков без лопаток в два раза и более превышают аналогичные величины дисков с лопатками. Кроме того, зависимости $n(h)$ для дисков без лопаток качественно отличаются от таковых для дисков с лопатками. Действительно, характер кривых 1, 2 (рис. 1) немонотонный (имеют место участки спада при $h_{opt} < h < h_{min}$), в то время как характер кривых 1', 2' монотонно возрастает. Кривые 3, 4 (рис. 1) также монотонно возрастают, а соответствующие им кривые 3', 4' имеют практически горизонтальные правые участки (строго говоря, на этих участках наблюдается даже некоторое незначительное уменьшение значений $n(h)$ с увеличением $h > h_{opt}$).

Для объяснения характера кривых 1'–4' (рис. 1) проанализируем НДС в слоях дисков без лопаток. На рис. 3 представлены зависимости, аналогичные приведенным на рис. 2 (см. (15)), для диска без лопаток, выполненного из базового материала ИМВ-2 с покрытиями бора, т.е. кривые объясняют поведение кривой 2' на рис. 1.

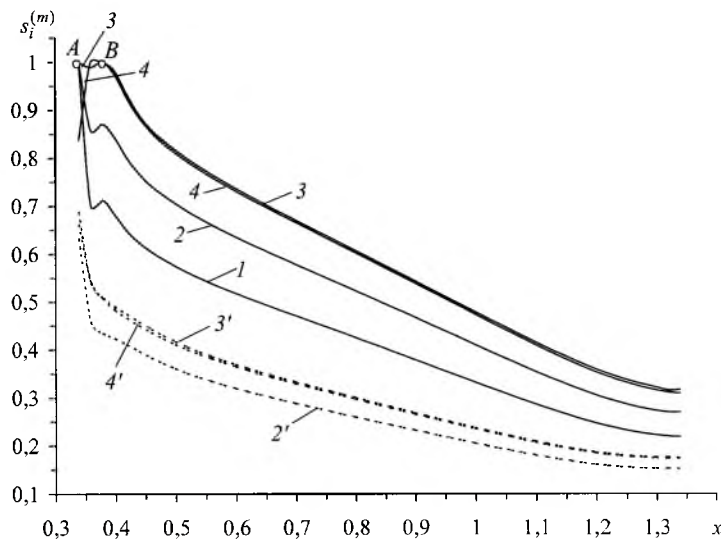


Рис. 3. Зависимости максимальных по толщине слоев значений относительной интенсивности напряжений от безразмерного полярного радиуса при отсутствии прикрепленных к диску лопаток.

Как и на рис. 2, кривые 1–4 (рис. 3) описывают зависимость $s_i^{(2)}(x)$ для базового материала диска, кривые 2'–4' – зависимость $s_i^{(m)}(x)$, $m = 1, 3$ для покрытий. Кривая 1 соответствует диску без покрытий ($h = 0$), кривые 2, 2' – дискам с покрытиями толщиной $h = 0,13$ мм; 3, 3' – $h = h_{opt} = 0,268$ мм; 4, 4' – $h = 0,5$ мм. Выше отмечалось, что в окрестности внутренней закрепленной торцевой поверхности полотна диска НДС в слоях имеет ярко выраженные пограничные слои. В отличие от дисков с лопатками (рис. 2), здесь почти не развиваются пограничные слои в окрестности внешней (свободной от нагру-

зок) торцевой поверхности (сп. правые участки кривых 2–4 и 2'–4' на рис. 2 и 3).

Поведение кривой 1 на рис. 3, как и на рис. 2, показывает, что основное НДС в диске без покрытий почти в 1,5 раза ниже предельного значения, достигаемого в пограничном слое (в этом случае $s_i^{(2)} = 1$ в двух левых угловых точках радиального сечения полотна диска). При нанесении на лицевые поверхности покрытий, толщина которых меньше h_{opt} , как и на рис. 2, наблюдается сглаживание градиентов НДС в пограничном слое на внутренней торцевой поверхности, однако пограничный слой на внешней торцевой поверхности почти не развивается. Поскольку пограничный слой на внутренней торцевой поверхности сглаживается, происходит увеличение основного НДС в слоях диска при $0 < h < h_{opt}$ (сп. кривые 1–3 и 2', 3' на рис. 3). При $h = h_{opt}$ (кривые 3, 3' на рис. 3) предельное значение $s_i^{(2)} = 1$ достигается в двух точках *A*, *B* на кривой 3, т.е. начальные пластические деформации возникают в базовом материале одновременно в некоторых точках, расположенных на внутренней торцевой поверхности (точка *A* на рис. 3), и на некотором удалении от этой поверхности (точка *B* на рис. 3). При $0 < h < h_{opt}$ предельное напряженное состояние в базовом материале достигается только на внутренней торцевой поверхности (точка *A* на кривых 1, 2 рис. 3).

При толщине покрытий, превышающей h_{opt} , значение $s_i^{(2)}(x)$ для базового материала ИМВ-2 в окрестности внутренней закрепленной торцевой поверхности меньше, чем за пределами пограничного слоя (см. левый участок кривой 4 на рис. 3), а конфигурация основного НДС стабилизируется, причем при фиксированной угловой скорости вращения с увеличением толщины h происходит некоторое снижение максимумов интенсивности напряжений в слоях диска, что позволяет повысить предельную угловую скорость. Поэтому вследствие увеличения толщины покрытий при $h > h_{opt}$ наблюдается более медленный рост кривой 2' на ее правом участке по сравнению с левым участком (рис. 1). При предельных скоростях вращения дисков с покрытиями разной толщины $h > h_{opt}$ основное НДС в слоях конструкции практически не различается (сп. кривые 3, 4 и 3', 4' на рис. 3, их центральные части почти одинаковые). Аналогично объясняется и поведение кривых 1' и 3, 4 на рис. 1.

При достаточно малых отношениях $E^{(1)}/E^{(2)}$ (композиции Mg–Ti, Mg–40X) основное НДС в слоях диска без лопаток при $h > h_{opt}$ настолько стабилизируется, что даже при фиксированной скорости вращения оно не изменяется с увеличением толщины покрытий. Практически не изменяется при этом и максимум интенсивности напряжений в базовом материале ($\max s_i^{(2)}(x, h)$) в зависимости от h , поэтому правые участки кривых 3', 4' на рис. 1 практически горизонтальны.

Замечание. Ввиду ограниченности объема статьи авторы не приводят эпюры напряжений, которые имеют достаточно сложный вид в пограничных слоях; некоторые эпюры для трехслойного диска приведены в [14]. Там же исследовано влияние посадки трехслойного диска на вал с натягом на

увеличение его несущей способности с учетом пограничных слоев. Отметим, что точки пересечения торцевых и лицевых поверхностей диска являются концентраторами напряжений как в конструкции с покрытиями, так и без них. Кроме того, в дисках с покрытиями концентраторами напряжений в базовом материале будут точки пересечения торцевых поверхностей диска с границами раздела слоев; концентрация напряжений в этих точках может привести к началу процесса отслоения покрытий от базового материала. Однако из-за сложного НДС в пограничных слоях опасное напряженное состояние может возникать и в точках, не являющихся концентраторами напряжений. Так, напряженное состояние, соответствующее точке *B* на рис. 3, реализуется внутри базового материала на некотором удалении от внутренней торцевой поверхности, границ раздела слоев и срединной плоскости диска (при этом НДС симметрично относительно срединной плоскости конструкции).

Кривые 1'–4' на рис. 1 могут представлять также самостоятельную практическую ценность, так как позволяют в определенной степени оценить зависимость энергоемкости дисковых маховиков

$$W = \frac{\pi}{4} \omega^2 (r_1^4 - r_0^4) (2h\rho^{(1)} + h_0\rho^{(2)}) \quad (16)$$

от толщины покрытий h .

Из формулы (16) следует, что энергоемкость дискового маховика с покрытиями зависит как от толщины покрытий h (при прочих фиксированных габаритах диска), так и от квадрата угловой скорости вращения ω^2 . Поэтому на основании анализа кривых 1'–4' (рис. 1) можно заключить, что с увеличением толщины покрытий в пределах $0 < h < h_{opt}$ энергоемкость дискового маховика будет интенсивно повышаться, при толщине покрытий $h > h_{opt}$ повышение будет происходить значительно медленнее. Особенно это касается дисков со стальными и титановыми покрытиями, так как для них, согласно кривым 3', 4' (рис. 1), $\omega^2 \approx \text{const}$, и увеличение энергоемкости происходит лишь за счет роста толщины покрытий h (см. (16)), т.е., по сути, за счет повышения массы диска.

Важной характеристикой маховиков является удельная массовая энергоемкость W_M , определяемая отношением энергоемкости маховика W к его массе:

$$M = \pi(r_1^2 - r_0^2)(2h\rho^{(1)} + h_0\rho^{(2)}). \quad (17)$$

Из (16), (17) следует, что $W_M = W/M$ для маховиков рассматриваемого типа не зависит от толщины покрытий h , а определяется только квадратом угловой скорости вращения ω^2 и радиусами контуров диска r_0, r_1 . Отсюда и из анализа характера кривых 3', 4' (рис. 1) видно, что для дисковых маховиков из композиций Mg–Ti, Mg–40X величина $W_M \approx \text{const}$ при $h > h_{opt}$. Следовательно, оценивая эффективность маховиков по удельной массовой энергоемкости, для указанных композиций нет смысла изготавливать покры-

тия толщиной, большей, чем $h = h_{opt}$, так как при $h > h_{opt}$ возрастает лишь масса маховика M , а зависимость $W_M(h)$, строго говоря, даже несколько понижается в силу некоторого незначительного убывания зависимости $n(h)$, а значит, и зависимости $\omega^2(h)$ на правых участках кривых 3', 4' (рис. 1).

Кратко остановимся на вопросе о границах применимости упрощающих гипотез 1)–4), на основе которых традиционно рассчитываются вращающиеся диски [1, 2]. С этой целью сравним решение, полученное на основе этих гипотез, с решениями, построенными в рамках уточненной постановки задачи о вращающихся дисках (п. 1).

Рассмотрим однородный изотропный диск из алюминиевого сплава Д16 постоянной толщины H , ограниченный контурами прежних радиусов. Лицевые поверхности и внешний контур диска свободны от нагружения (лопатки отсутствуют).

С помощью изложенного ранее метода [3] определено, что в рамках традиционной теории максимальная скорость вращения такого диска $n_0 = 24978,9$ об/мин. Эта скорость не зависит от его толщины и определяется возникновением начальных пластических деформаций во всех точках внутренней цилиндрической поверхности. Аналогичные расчеты в уточненной постановке показали, что при учете пограничных слоев максимальные значения скорости вращения диска n зависят от его толщины. В рамках уточненного решения начальные пластические деформации впервые возникают не на всей внутренней закрепленной торцевой поверхности диска, а лишь в точках ее пересечения с лицевыми плоскостями диска.

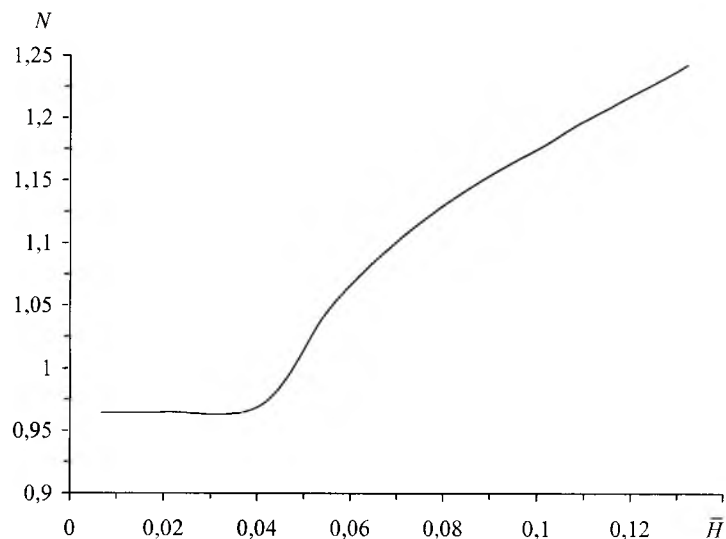


Рис. 4. Зависимость отношения скорости вращения диска от относительной толщины его полотна.

На рис. 4 представлена зависимость $N = n_0/n$ от относительной толщины диска $\bar{H} = H/D$, где $D = r_1 - r_0$ – протяженность полотна диска. Видно, что для тонких дисков ($0 < \bar{H} \leq 0,05$) расчет по традиционной теории вполне приемлем (отклонение n_0 от n не превышает 5%), для более тол-

стых дисков ($\bar{H} \geq 0,07$) значение n_0 , определенное по традиционной теории, превышает уточненное значение n более чем на 10%. Так, $n_0/n = 1,23$ при $H/D = 0,13$, различие в максимальных значениях интенсивности напряжений в дисках, рассчитанных по традиционной и уточненной теориям, при одной и той же скорости вращения n составляет примерно 50%.

Следовательно, расчет дисков по традиционной теории допустим лишь для достаточно тонкого полотна диска ($0 < \bar{H} \leq 0,05$), поскольку в этом случае пограничные слои на торцевых поверхностях диска практически не развиваются, при $\bar{H} \geq 0,07$ расчет не может быть применим ввиду интенсивного развития пограничных слоев в дисках такой толщины, что не учитывается в рамках традиционного подхода. В [1] утверждается, что расчет по традиционной теории можно использовать при значениях $0 < \bar{H} \leq 0,5$. Как показали расчеты по уточненной теории, это неверно.

Заключение. Проведенные расчеты и анализ особенностей НДС во вращающихся дисках с жесткими покрытиями позволили объяснить такие особенности их поведения, как резкое увеличение несущей способности конструкции диск–лопатки при нанесении достаточно тонких покрытий на полотно диска толщиной порядка 0,1–0,6 мм и незначительное ее повышение, а в отдельных случаях и уменьшение при нанесении более толстых покрытий толщиной порядка 0,6–1,5 мм и более. Кроме того, удалось оценить границы применимости традиционной теории расчета вращающихся дисков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05–01–0016–а).

Резюме

На базі рівнянь лінійної просторової теорії пружності сформульовано задачу розрахунку обертових дисків, що мають зміцнювальні покриття, з урахуванням примежових шарів. Розроблено числовий метод інтегрування поставленої задачі та проведено конкретні розрахунки. Аналіз розрахованих полів напружень у базовому матеріалі диска і в покриттях дозволив пояснити такі ефекти, як різке підвищення несучої здатності дисків при нанесенні на лицьові поверхні високомодульних покриттів товщиною порядку 0,1–0,6 мм та її зменшення (у ряді випадків) при нанесенні більш товстих покриттів. Досліджено межі застосування традиційної теорії розрахунку дисків, згідно з якою припускається, що напружений стан двовимірний і примежові шари відсутні.

1. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностроит. лит., 1959. – Т. 3. – 1120 с.
2. Биргер И. А., Демьянушко И. В. Расчет на прочность вращающихся дисков. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
3. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Рациональное армирование композитных конструкций. – Новосибирск: Наука, 2002. – 488 с.

4. Богомолова О. А., Немировский Ю. В. Расчет НДС и рациональное проектирование вращающихся дисков с защитными покрытиями // Моделирование в механике. – 1990. – 4, № 4. – С. 3 – 10.
5. Демидов С. П. Теория упругости. – М.: Высш. шк., 1979. – 432 с.
6. Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1988. – 334 с.
7. Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 631 с.
8. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. – М.: Физматгиз, 1959. – Т. 1. – 464 с.
9. Горынин Г. Л., Немировский Ю. В. Пространственные задачи изгиба и кручения слоистых конструкций. Метод асимптотического расщепления. – Новосибирск: Наука, 2004. – 409 с.
10. Агаловян Л. А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. – М.: Наука, 1997. – 414 с.
11. Композиционные материалы. Справочник. – Киев: Наук. думка, 1985. – 592 с.
12. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с.
13. Панин С. В., Коваль А. В., Почивалов Ю. И. Особенности разрушения образцов малоуглеродистой стали с боридными слоями различной толщины при одноосном статическом нагружении // Физическая мезомеханика. – 2002. – 5, № 4. – С. 85 – 95.
14. Nemirovskii Ju. V. and Yankovskii A. P. Calculation of layered rotating disks with account interface // Proc. the 9th Russian-Korean Int. Symp. on Science and Technology. KORUS-2005 (26 June – 2 July 2005). – Novosibirsk, 2005. – 1. – P. 502 – 505.

Поступила 09. 11. 2005