

УДК 532.517.4

# ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ

Г. А. ВОРОПАЕВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 25.01.2005

Сформулирована математическая модель взаимодействия стационарного турбулентного пограничного слоя с податливой поверхностью вязко-упругого слоя. На основании потоковых граничных условий определены параметры, связывающие обмен энергией возмущений турбулентного потока с механическими и геометрическими характеристиками вязко-упругого слоя. Описано изменение энергетического обмена между компонентами тензора напряжения Рейнольдса внутри турбулентного пограничного слоя при обтекании податливых поверхностей. Дано объяснение механизма снижения сопротивления трения при обтекании поглощающих поверхностей. Получены зависимости, связывающие эффект снижения сопротивления трения от локального числа Рейнольдса и статических и динамических параметров вязко-упругих материалов.

Сформульована математична модель взаємодії стаціонарного турбулентного прилежового шару з податливою поверхню в'язко-пружного шару. На підставі потокових граничних умов визначені параметри, що зв'язують енергію збурень турбулентного потоку з механічними та геометричними характеристиками в'язко-пружного шару. Описана зміна енергетичного обміну між компонентами тензора напружень Рейнольдса всередині турбулентного прилежового шару при потоці вздовж податливої поверхні. Приведені пояснення механізму зниження опору тертя при потоці вздовж поглинаючої поверхні. Отримані залежності, які зв'язують зниження опору тертя з локальними числами Рейнольдса та статичними і динамічними параметрами в'язко-пружних матеріалів.

The mathematical model has been formulated for the interaction of stationary turbulent boundary layer with the compliant surface of viscoelastic layer. On the basis of flow boundary conditions, determined are the parameters which connect the energy of disturbances of the turbulent flow with mechanical and geometric properties of viscoelastic layer. Described is the modification of the energy exchange between components of the Reynolds stress tensor inside the turbulent border layer in the flow over compliant surfaces. Explanation of the mechanism of friction drag reduction in the flow over an absorbing surface. Dependencies have been revealed that connect friction drag reduction with local Reynolds number and static and dynamic parameters of viscoelastic materials.

## ВВЕДЕНИЕ

Система уравнений и, что самое важное, система понятий, полученная и введенная Л.Прандтлем сто лет тому назад, путем применения асимптотического разложения классических уравнений, описывающих течение вязких жидкостей – уравнений Навье-Стокса, дало начало теории, которую мы сейчас называем теорией пограничного слоя. Теория пограничного слоя приобрела самостоятельное значение как один из разделов гидроаэромеханики в силу того, что на основании этой теории был получен ответ на принципиальный вопрос – какова величина вязкого сопротивления тел, движущихся в сплошных средах. С тех пор тонкий пристенный слой среды, обтекающей движущееся тело, который мы называем пограничным слоем, наделен собственной внутренней структурой, зависящей от вида и качества обтекаемой поверхности, режима течения (ламинарный, переходной, турбулентный), законов движения тел и определяющей величины вязкого сопротивления. Характеристики этого слоя и степень влияния их на интегральные характеристики дви-

жущихся тел изучает теория пограничного слоя.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Постановка задачи взаимодействия турбулентного потока с деформирующейся поверхностью (ДефП) вязкоупругой среды включает систему дифференциальных уравнений для параметров, описывающих движение жидкости и колебания вязкоупругой среды под действием возмущений потока относительно некоторой невозмущенной поверхности.

Для описания движения вязкой, однородной и несжимаемой жидкости применяются следующие уравнения:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \text{ grad}) \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P - \nu \text{rot rot } \vec{U};$$

$$\text{div } \vec{U} = 0,$$

а для вязкоупругой среды –

$$\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = L(\vec{\xi})$$

( $L(\vec{\xi})$  – некоторый обобщенный вязкоупругий оператор), а также граничные условия для перемещений или скоростей и сил на поверхности раздела двух сред.

Однако получить решение этой классической системы уравнений при больших числах  $Re$ , превышающих некоторые пороговые значения  $Re$ , практически невозможно даже при простейших граничных условиях. Это определяет необходимость построения модели турбулентности, т. е. системы уравнений, адекватно описывающей турбулентные течения при фиксированном наборе параметров, характеризующих данное течение.

Такая система уравнений, называемая системой Фридмана-Келлера, получена давно. Эта система уравнений включает в себя уравнения переноса для различных корреляционных моментов пульсационных величин скорости и давления, получаемых из уравнений Навье-Стокса, представив мгновенное значение  $U_i, P$  в виде суммы  $U_i = \bar{U}_i + u_i, P = \bar{P} + p'$ . Однако она не решает проблему в силу своей бесконечности и незамкнутости. Поэтому основные достижения в описании турбулентных потоков обязаны полумпирическим теориям, в частности, модели переноса напряжений Рейнольдса, записанной в тензорном виде [1,8,13]:

$$\begin{aligned} g_{ik}(\frac{\partial U^k}{\partial t} + U^l \Delta_l U^k) &= \\ &= F_i - \frac{1}{\rho} \Delta_i P + \nu \Delta_k (\Delta_i U^k + \Delta^k U_i); \\ \operatorname{div} \vec{U} &= 0; \\ \overline{v^j L(v_i)} + \overline{v^i L(v_j)} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} L(v_i) &= g_{ik}(\frac{\partial v^k}{\partial t} + \bar{U}^l \Delta_l v^k + v^l \Delta_l \bar{U}^k) + \\ &+ \frac{1}{\rho} \Delta_i p' - \nu \Delta_k (\Delta_i v^k + \Delta^k v_i) = 0; \\ -\overline{v^i v^j v^k} &= A \frac{k}{\varepsilon} (\overline{v^i v^l \Delta_l v^j v^k}) + \\ &+ \overline{v^j v^l \Delta_l v^i v^k} + \overline{v^k v^l \Delta_l v^i v^j}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{p'}{\rho} \Delta_i v^j &= -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{v_i v^j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) - C_2 (P_i^j - \frac{2}{3} P_{\Sigma} \delta_{ij}) + \\ &+ \pi'_{ij,1} + \pi'_{ij,2}; \end{aligned}$$

$$\pi'_{ij,1} = C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{v_n v^n \delta_{ij}} - \frac{2}{3} (\overline{v_n v^i \delta_{jn}} + \overline{v_n v^j \delta_{in}})) f(\frac{\ell}{y});$$

$$\pi'_{ij,2} = C_2' (P_i^j - \frac{2}{3} P_{\Sigma} \delta_{ij}) f(\frac{\ell}{y});$$

$$P_{ij} = -\overline{v_i v^l \Delta_l \bar{U}_j} - \overline{v_j v^l \Delta_l \bar{U}_i};$$

$$g_{jk} P_i^k = P_{ij}; P_{\Sigma} = \frac{1}{2} P_{ii};$$

$$g_{ik} = 0; i \neq k; g_{ii} = H_i^2;$$

$$\Delta_i a^k = \frac{\partial a^k}{\partial x_i} + a^\lambda \Gamma_{i\lambda}^k;$$

$$\Gamma_{ik}^j = 0; j \neq i \neq k; \Gamma_{ik}^i = \frac{1}{H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x_i}; \Gamma_{kk}^i = -\frac{H_k}{H_i^2} \frac{\partial H_k}{\partial x_i},$$

и модельное уравнение переноса скорости диссипации:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U^l \Delta_l \varepsilon &= C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon}{k} \left[ \varepsilon - 2\nu \left( \frac{1}{H_1} \frac{\partial k^{1/2}}{\partial n} \right)^2 \right] + \\ &+ C_{\varepsilon} \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{H}{H_1^2} \frac{k}{\varepsilon} u^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \right] + \nu \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{H}{H_1^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \right]; \\ \varepsilon &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}; H = H_1 H_2 H_3; \\ \varepsilon_{ij} &= \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = f_3 \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} \varepsilon + (1 - f_3) \frac{1}{3} \delta_{ij} \varepsilon, \end{aligned}$$

где

$$f_1 = 1 + 0.8e^{-Rt}, f_2 = 1 - 0.2e^{-Rt^2}, f_3 = (1 + 0.06Rt)^{-1},$$

$$f(\frac{\ell}{y}) = \frac{R_t}{R_k} (1 + \sqrt{1 + \frac{20.0}{R_t}}),$$

$$R_k = \frac{k^{1/2} y}{\nu}; R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon};$$

$v_n$  – компонента скорости нормальная к обтекаемой поверхности;  $y$  – нормальная координата к поверхности;  $\ell$  – расстояние по нормали от поверхности.

Эта система уравнений достаточно сложна и требует эмпирических констант, зависящих от условий обтекания, т.е. вида обтекаемой поверхности. В связи с этим задачу о взаимодействии турбулентного пограничного слоя с деформирующейся поверхностью пытались решить на основании линеаризованных уравнений Навье-Стокса, пренебрегая взаимодействием возмущений между собой. Такой подход был использован в работах Ландала, Нонвайлера, Бенджамина, Джорджифелви, Короткина, Карпентера-Гарада [3, 4, 6, 11]:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \operatorname{grad}) \vec{U} + (\vec{U} \operatorname{grad}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p' - \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{u};$$

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0;$$

$$\rho_s \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \sigma_{ij,j}; \sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + 2\eta \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

с линейризованными граничными условиями на деформируемой поверхности:

$$u_1|_s = \frac{\partial \xi_1}{\partial t} \cos \theta - \xi_2 \frac{u_*^2}{\nu}; u_2|_s = \frac{\partial \xi_2}{\partial t}; u_3|_s = \frac{\partial \xi_1}{\partial t} \sin \theta,$$

$$\sigma_{22}|_s = -p' + 2\mu \frac{\partial u_2}{\partial y}; \sigma_{21}|_s = 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial y};$$

и условиями Зоммерфельда на бесконечности.

Такой подход позволяет проследить только начальную стадию развития возмущений заданного вида в потоке, но не позволяет сделать выводы о механизме формирования конечных возмущений, а также определить интегральные характеристики турбулентных потоков.

Поэтому предположив, что турбулентный поток и на деформирующейся поверхности остается статистически однородным (без резонансных эффектов собственных частот поверхности), осреднение Рейнольдса для задачи обтекания деформирующейся поверхности дает аналогичную систему уравнений. Граничными условиями на деформируемой поверхности для напряжений Рейнольдса и компонент турбулентной диффузии будут:

$$-\overline{u_i u_j}|_s = f_{ij}; -\overline{u_i p'}|_s = Y_i,$$

и обычные условия невозмущенного потока на внешней границе пограничного слоя.

В настоящее время наиболее полной для описания турбулентных потоков на теоретическом уровне является модель переноса напряжений Рейнольдса. С ее помощью можно определять не только компоненты средней скорости, но и компоненты напряжений Рейнольдса для течений с локальной неравномерностью и с существенной анизотропией турбулентных напряжений. Но самое главное – для этой модели не требуется подобие коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии, которое является необходимым условием для модели  $(k - \varepsilon)$ . Модель, которая включает систему уравнений переноса для осредненного импульса, напряжений Рейнольдса и скорости диссипации турбулентной энергии с замыкающими гипотезами, и называется моделью переноса напряжений Рейнольдса.

Необходимо отметить, что погранслоиные задачи с помощью такой модели при малых локальных числах  $Re$  не решались. Поэтому модель была модернизирована для применения ее в непосредственной близости от поверхности, включающей и

вязкий подслои. Модернизация включала в себя учет градиента давления, кривизну потока, изменение пристенных функций, включенных в механизм перераспределения несимметричной части тензора напряжений и обеспечивающих передачу энергии в нормальной плоскости к вектору завихренности [10, 12].

Дифференциальный оператор движения вязкоупругой среды – это линейризованные уравнения сохранения количества движения вязкоупругой среды, когда тензор напряжения зависит от тензора деформации и тензора скорости деформации:

$$\rho_s \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \sigma_{ij,j};$$

$$\sigma_{22}|_s = -p'; \sigma_{21}|_s = \tau;$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right); \theta = \varepsilon_{ii};$$

$$\sigma_{ij} = 2 \int_0^t \mu(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \delta_{ij} \int_0^t \lambda(t-\tau) \frac{\partial \theta(\tau)}{\partial \tau} d\tau;$$

$$\mu(t) = \sum_{j=0}^N \mu_j e^{-t/\tau_j}; \lambda(t) = \sum_{j=0}^N \lambda_j e^{-t/\tau_j}.$$

Для экспоненциальной функции релаксации для изотропной вязкоупругой среды при гармоническом законе нагружения применяется обобщенный закон Гука с заменой действительных коэффициентов Ламе на комплексные, зависящие от частоты:

$$\begin{aligned} \mu(\omega) &= \mu_r(\omega) + i\mu_{im}(\omega) = \\ &= \mu_0 + \sum_{j=1}^N \mu_j \left[ \frac{(\omega\tau_j)^2}{1 + (\omega\tau_j)^2} + i \frac{\omega\tau_j}{1 + (\omega\tau_j)^2} \right]. \end{aligned}$$

Это позволяет воспользоваться классическим аппаратом теории упругости[2]:

$$\vec{\xi} = \operatorname{grad} \varphi + \operatorname{rot} \vec{\psi}; \vec{\psi} = \{0, 0, \psi\};$$

$$\Delta^2 \varphi = \frac{1}{Q_\lambda^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2};$$

$$\Delta^2 \psi = \frac{1}{Q_\mu^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2};$$

$$Q_\lambda^2 = \frac{\tilde{\lambda} + 2\tilde{\mu}}{\rho}; Q_\mu^2 = \frac{\tilde{\mu}}{\rho}.$$

На основании решения приведенной системы уравнений определяется деформационно-напряженное состояние вязкоупругого слоя при вынужденном нагружении, по заданным

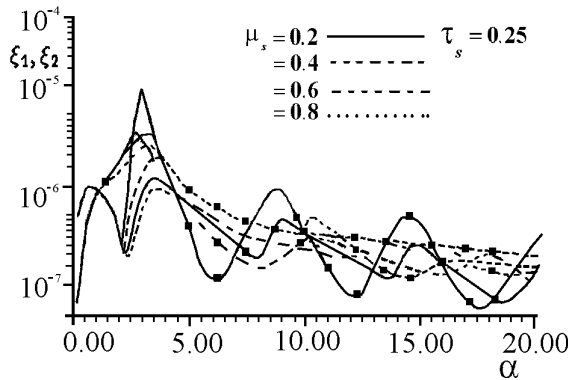


Рис. 1. Амплитуды смещения поверхности при различных значениях статических и динамических параметров вязкоупругого слоя

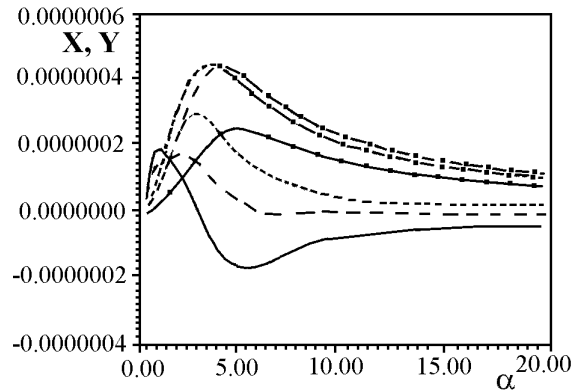


Рис. 2. Значения потоков энергий для различных параметров вязко-упругого слоя, приведенных на рис.1

амплитудно-частотным характеристикам пульсаций давления турбулентного пограничного слоя. В результате осреднения по времени и по длине получаем диссипативную функцию для покрытия и амплитудные значения колебания поверхности, на основании которых определяются поток пульсационной энергии в покрытие и вдоль него: поток в слой на поверхности раздела сред:

$$Y = -\overline{u_2 p'} = -\frac{1}{4} \{u_2^* p + p^* u_2\} = \int_0^h \overline{\sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}} dy;$$

поток кинетической энергии вдоль слоя:

$$X_k = \frac{1}{2} \rho \int_0^h \overline{[(\frac{\partial \xi_1}{\partial t})^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial t})^2]} \frac{\partial \xi_1}{\partial t} dy;$$

поток потенциальной энергии:

$$X_n = \int_0^h \overline{\sigma_{ij} \frac{\partial \xi_1}{\partial t}} dy = \int_0^h \overline{\sigma_{11} \frac{\partial \xi_1}{\partial t}} dy + \int_0^h \overline{\sigma_{12} \frac{\partial \xi_1}{\partial t}} dy,$$

где  $h$  – толщина вязкоупругого слоя.

Анализ собственных значений частот вязкоупругого покрытия позволил выделить область фазовых скоростей перемещения нагрузки, при которых не проявляются собственные частоты и отклик покрытия на возмущения пограничного слоя равномерен на всем диапазоне частот.

Исходя из этих условий, сформулирован принцип безрезонансного пограничного слоя и вязкоупругого покрытия.

Определив амплитуды смещения поверхности и скорость диссипации внутри покрытия для единичной нагрузки, можно сформулировать граничные условия для характеристик пристенной турбулентности при произвольном числе Рейнольдса. При отсутствии резонансов ( $U_0 < \sqrt{\mu_0/\rho}$ ) осреднение по всем волновым числам в единицу времени позволяет получить линеаризованные значения напряжений Рейнольдса, снесенные на невозмущенную поверхность:

$$-\overline{u_1 u_2} = -\frac{1}{2} \omega_e^2 |\xi_2| |\xi_1| \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\overline{u_1^2} = \frac{1}{2} \omega_e^2 \left( |\xi_1|^2 + 2 \frac{U'}{\omega_e} |\xi_1| |\xi_2| \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{U'^2}{\omega_e^2 |\xi_2|^2} \right);$$

$$\overline{u_2^2} = \frac{1}{2} \omega_e^2 |\xi_2|^2;$$

$$\overline{u_3^2} = \frac{1}{2} \omega_e^2 |\xi_1|^2 \tan^2 \theta,$$

где

$$\omega_e = \frac{U_\infty}{\delta}; U' = \frac{u_*^2}{\nu}; \theta = \arctan \frac{u_{3max}}{u_{1max}},$$

а амплитуда смещений поверхности определяется через вычисленные значения функции  $\beta_i(\omega)$  и по пульсациям давления на поверхности покрытия:

$$\xi_i = H \beta_i(\omega) \frac{p'}{|\mu|} = H \beta_i(\omega) \frac{\rho K_p U_\infty^2}{|\mu|} \tilde{u}_*^2.$$

Тогда

$$\overline{u_1^2} |_{y=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\delta}\right)^2 (C_{k1} + \tilde{u}_* Re_* C_{k2})^2 \tilde{u}_*^4;$$

$$\overline{u_2^2} |_{y=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\delta}\right)^2 C_{k2}^2 \tilde{u}_*^4; \tag{1}$$

$$\overline{u_3^2} |_{y=0} = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\delta} \right)^2 C_{k1}^2 \tilde{u}_*^4 \tan^2 \theta;$$

$$\overline{u_1 u_2} = 0 |_{y=0},$$

где  $C_{ki} = K_p \beta_i(\omega) \frac{\rho U_\infty^2}{|\mu|}$ ,  $Re_* = \frac{u_* \delta}{\nu}$ ;  $K_p$  – параметр Крейчана.

Учитывая, что мы рассматриваем одномоновое приближение, напряжения определяются энергонесущей частотой  $\omega_e = U_0/\delta$  и динамической частотой потока  $\omega_b = u_*^2/\nu$ , амплитудами  $\xi_1$  и  $\xi_2$  и практически не зависят от сдвига фаз между ними, так как для изотропных материалов вязкоупругого слоя  $\varphi_2 - \varphi_1 \approx \pi/2$ . В силу этого регулярно колеблющаяся поверхность не генерирует касательные напряжения Рейнольдса на поверхности, то есть  $-\overline{u_1 u_2} = 0$ , либо генерированные касательные напряжения становятся отрицательными при затухающих колебаниях во времени.

Таким образом, предположив регулярность колебания поверхности, мы уменьшаем возможный положительный эффект снижения сопротивления трения. Нулевые значения касательных напряжений позволяют предположить неизменность коэффициента турбулентной вязкости в пристенном слое на деформирующейся поверхности по сравнению с жесткой гладкой.

Совершая колебание, вязкоупругое покрытие поглощает пульсационную энергию потока, скорость диссипации в котором определяет диффузионный поток пульсационной энергии через границу, равный вектору Умова-Пойтинга  $\overline{p' u_2}$ . На поверхности поглощающего слоя  $\overline{p' u_2} \neq 0$ , в то время как на идеально упругой или жесткой поверхности  $\overline{p' u_2} = 0$ , что принципиально отличает поглощающую поверхность от непоглощающей, и, следовательно, на поглощающей поверхности в турбулентном пограничном слое коэффициент турбулентной диффузии отличен от нуля:

$$\begin{aligned} -\overline{u_2 p'} |_{y=0} &= -\frac{\overline{u_2 p'}}{\rho U_\infty^3} = \frac{1}{4} K_p \frac{h}{\delta} \frac{\beta_2(\omega) \rho U_\infty^2}{|\mu(\omega)|} K_p \gamma(\omega) \tilde{u}_*^4 = \\ &= \frac{1}{4} \frac{h}{\delta} C_{k3} \tilde{u}_*^4, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_g = -\frac{\overline{u_2 p'}}{\frac{\partial k}{\partial n}} = \frac{1}{4} C_{k3} \frac{\tilde{u}_*^3 \Delta_{max}}{k_{max} - k_0};$$

где

$$k_0 = \frac{1}{2} (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) |_{y=0}$$

$$C_{k3} = K_p C_{k2} \gamma(\omega), \quad \Delta_{max} = \frac{y_{max}^+}{Re_*}, \quad y^+ = \frac{y u_*}{\nu},$$

а следовательно скорость диссипации на границе принимает следующее значение:

$$\tilde{\varepsilon} |_{y=0} = \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \tilde{\varepsilon}_g \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{y}} \right].$$

Таким образом, граничные условия можно характеризовать тремя параметрами:  $C_{k1}$  и  $C_{k2}$  отвечают за дополнительное порождение турбулентной энергии за счет ненулевых напряжений Рейнольдса на границе;  $C_{k3}$  – за дополнительный сток пульсационной энергии из турбулентного пограничного слоя в покрытие.

Связывая эти параметры с характеристиками покрытия и турбулентного потока, получают замкнутую задачу. Для численного расчета полученная система уравнений приводится к стандартной системе параболического типа, для решения которой нами разработан программный комплекс. Численная реализация конечно-разностного метода решения систем дифференциальных уравнений выполнена на шеститочечном сеточном шаблоне, который имеет второй порядок точности по  $y$ , а с применением полуцелых точек – и по  $x$ . Ниже представлены результаты численных расчетов характеристик турбулентного пограничного слоя на вязкоупругой поверхности.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ

Решив вязко-упругую задачу и определив амплитуды колебания поверхности (рис. 1) и потоки энергий (рис. 2) в вязко-упругом слое в единицу времени на единице площади с фиксированными физическими и геометрическими параметрами для единичной нагрузки и энергонесущего диапазона частот пограничного слоя для рассматриваемого диапазона чисел Рейнольдса, на основании формул (1), (2) получают базовый функционал граничных условий. При изменении локального числа Рейнольдса, динамической скорости и толщины пограничного слоя на основании полученного функционала при расчете характеристик турбулентного пограничного слоя вдоль обтекаемой поверхности согласовываются энергетические и кинематические характеристики вязко-упругого слоя и турбулентного пограничного слоя. Такой подход позволяет учесть изменение степени влияния вязко-упругого слоя фиксированных параметров на изменяющийся вниз по потоку турбулентный пограничный слой.

На рис. 3 в качестве примера приведены результаты расчета характеристик турбулентного погра-

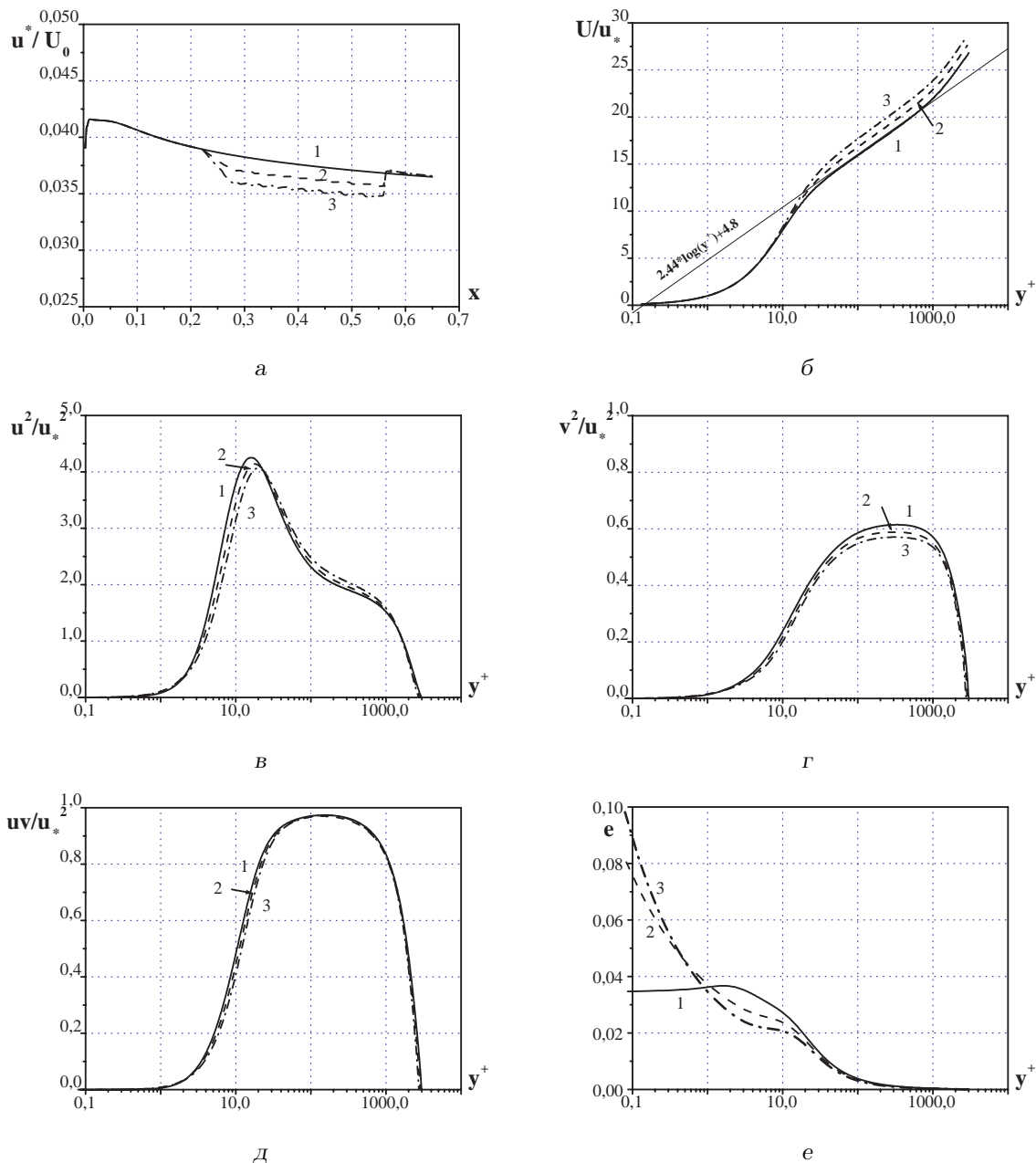


Рис. 3. Параметры турбулентного пограничного слоя на жесткой (1) и поглощающих (2, 3) поверхностях

ничного слоя на пластине длиной 0.65 м с вязкоупругим участком длиной 0.35 м, который начинается на расстоянии 0.2 м от начала пластины, для скорости потока  $U = 10.7$  м/с. На рис. 3, а приведены значения динамической скорости вдоль обтекаемой поверхности, на рис. 3, б – профили продольной скорости  $U(y)$ , на рис. 3, в, г – нормальные компоненты тензора напряжения Рейнольдса  $\overline{u^2}(y)$  и  $\overline{v^2}(y)$  соответственно, на рис. 3, д – касательная компонента тензора на-

пряжения Рейнольдса  $-\overline{uv}(y)$  и на рис. 3, е – скорость диссипации турбулентной энергии  $\epsilon(y)$ . Профили всех характеристик приведены в сечении  $x = 0.60$  м. Кривые 1 соответствуют турбулентному пограничному слою на жесткой гладкой пластине, кривые 2 – обтеканию деформирующегося вязкоупругого слоя, а кривые 3 – обтеканию поглощающего вязкоупругого слоя, когда динамической шероховатостью можно пренебречь.

В первую очередь полученные результаты под-

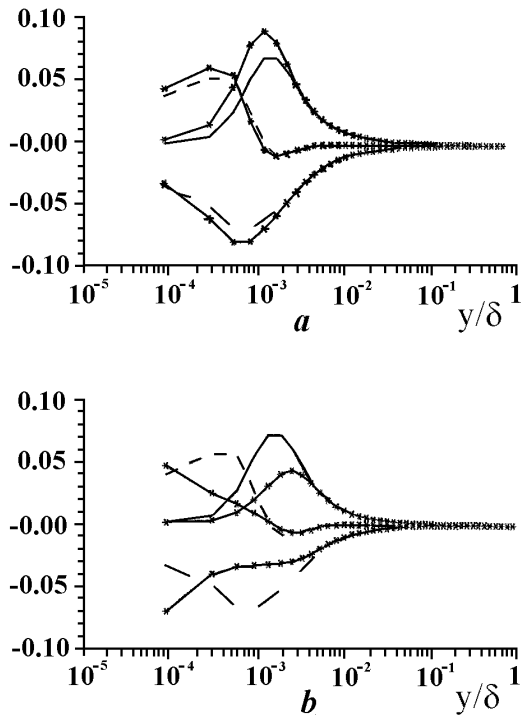


Рис. 4. Распределение компонент баланса на жесткой, осциллирующей и поглощающей поверхностях по толщине пограничного слоя

тверждают универсальность динамической скорости, как характерного параметра для описания пристенной турбулентности при обтекании различных поверхностей. Максимумы величин компонент тензора напряжений Рейнольдса, отнесенные к динамической скорости, практически не изменяются, но удаляются от поверхности, что коррелирует с увеличением вязкого подслоя при обтекании поглощающей поверхности по сравнению с вязким подслоем на жесткой гладкой поверхности. Такая корреляция не прослеживается для скорости диссипации турбулентной энергии при обтекании различных поверхностей, что можно объяснить появлением дополнительного механизма поглощения. Дальнейшее увеличение коэффициента поглощения не приводит к дальнейшему уменьшению динамической скорости.

Другими словами, можно сказать, что кривые  $\mathcal{E}$  соответствуют предельному значению снижения турбулентного сопротивления трения для данного числа Рейнольдса. Этот результат можно объяснить изменением механизма диффузии в пристенной области турбулентного пограничного слоя на поглощающей деформирующейся поверхности вязко-упругого слоя. Вязкий подслоя в турбулентном пограничном слое — это область с избыто-

чной скоростью поглощения энергии возмущений, и поставляет эту энергию в область вязкого подслоя турбулентная диффузия из области максимальных значений турбулентных напряжений. Появление дополнительного механизма поглощения без изменения механизма подпитки энергией этой области не должно приводить к заметным интегральным изменениям в балансе турбулентной энергии, а, следовательно, и к изменению турбулентного трения. В турбулентном пограничном слое на жесткой гладкой поверхности сама поверхность ограничивает турбулентную диффузию в направлении стенки, в силу выполнения условия прилипания, а в пограничном слое на деформирующейся поглощающей поверхности появляется дополнительный механизм поставки энергии к поверхности, которая поглощается и вязкостью жидкости в вязком подслое, и вязкостью вязко-упругого слоя на всей его толщине. Скорость этого поглощения в условиях квазигармонического процесса взаимодействия определяет поток (вектор Умова-Пойтинга) энергии на границе двух сред.

На рис. 4 представлены результаты расчета составляющих энергетического баланса турбулентности (порождение — сплошная кривая, диссипация — длинный штрих, диффузия — короткий штрих) при обтекании жесткой гладкой поверхности и осциллирующей (а) и поглощающей (б) поверхностей. При обтекании осциллирующей поверхности составляющие энергетического баланса аналогичны составляющим энергетического баланса турбулентного пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности, но соответствующие максимумы больше по величине и эти максимумы ближе к обтекаемой поверхности, что и приводит к увеличению сопротивления трения. При обтекании поглощающей поверхности составляющие энергетического баланса существенно отличаются от соответствующих составляющих энергетического баланса турбулентного пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности. Порождение турбулентной энергии уменьшается и его максимум смещается от стенки, максимум диссипации турбулентной энергии перемещается на стенку, а в зоне постоянных турбулентных напряжений диссипация становится меньше, чем в пограничном слое на жесткой гладкой поверхности. Диффузия турбулентной энергии на поглощающей поверхности также достигает максимума на обтекаемой поверхности. Вдали от обтекаемой поверхности составляющие энергетического баланса для различных видов поверхности практически не различимы.

Анализ уравнений переноса напряжений Рей-

нольдса в приближении пограничного слоя показывает, что нормальные компоненты напряжений  $\overline{v^2}$  и  $\overline{w^2}$  получают энергию за счет механизма перераспределения от компоненты  $\overline{u^2}$ , которая, в свою очередь, поддерживается энергией осредненного течения при взаимодействии касательной компоненты тензора напряжений Рейнольдса  $\overline{uv}$  с нормальным градиентом продольной скорости. В уравнении переноса касательной компоненты тензора напряжения источником членом является произведение нормальной компоненты тензора напряжений Рейнольдса  $\overline{v^2}$  с нормальным градиентом продольной скорости.

Таким образом, описанная схема последовательного обмена энергией между компонентами тензора Рейнольдса подчеркивает важность всех составляющих энергетического баланса в пограничном слое. Изменение анизотропии турбулентности в пограничном слое может приводить к принципиальным отличиям в структуре и энергетике турбулентного пограничного слоя. В связи с этим нет необходимости за счет прямого воздействия на турбулентный пограничный слой изменять энергию турбулентности, достаточно изменить компоненту  $v^2$ , а турбулентность пограничного слоя сама подстроится под измененные условия управления. Такие условия саморегулирования существенно снижают уровень энергетического воздействия на турбулентный пограничный слой для изменения интегральных параметров пограничного слоя, в том числе и уменьшения сопротивления трения.

При обтекании деформирующихся поверхностей анизотропных вязко-упругих слоев структура турбулентности пограничного слоя существенно отличается от турбулентности пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности. Деформирующаяся поверхность анизотропного вязко-упругого слоя генерирует наряду с нормальными компонентами тензора напряжений Рейнольдса и отрицательную касательную компоненту тензора. На рис. 5 представлены результаты расчета интенсивности продольной пульсации скорости на жесткой гладкой и деформирующейся поверхностях при различных числах Рейнольдса, вычисленных по толщине потери импульса. Сплошная кривая – результаты расчета, значками ( $\square$ ,  $*$ ), представлены результаты измерений [9] на жесткой гладкой поверхности при соответствующих числах Рейнольдса, сплошная кривая со звездочками – результаты расчета на деформирующейся поверхности, пунктирная – результаты расчета на деформирующейся поверхности при нулевой продольной компоненте тензора напряжений Рейнольдса. Дополнительный сток энергии за счет генерации отрицательных касательных напряжений колеблющейся поверхностью в пристенной области пограничного слоя вызывает существенное изменение профиля интенсивности продольной пульсации скорости на достаточном удалении от обтекаемой поверхности, вплоть до  $y^+ = 350$ .

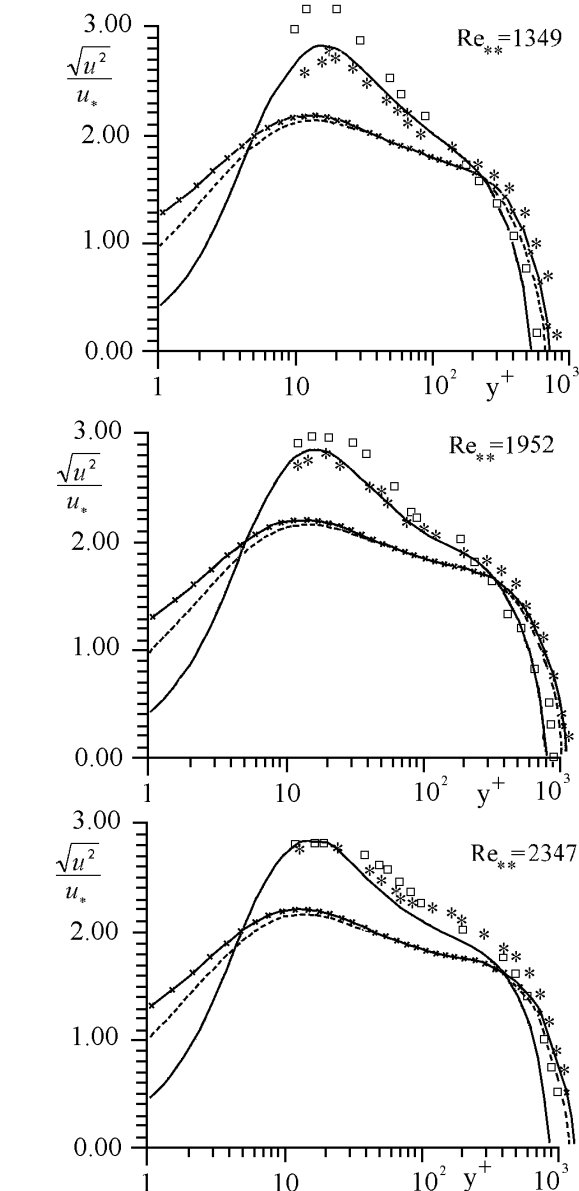


Рис. 5. Интенсивность продольной компоненты пульсации скорости в пограничном слое на жесткой и поглощающих поверхностях

тельных напряжений колеблющейся поверхностью в пристенной области пограничного слоя вызывает существенное изменение профиля интенсивности продольной пульсации скорости на достаточном удалении от обтекаемой поверхности, вплоть до  $y^+ = 350$ .

Таким образом, естественный дополнительный отбор энергии возмущений турбулентного пограничного слоя поглощающей поверхностью приводит к снижению сопротивления трения, но эффективность такого отбора ограничена величи-



ной турбулентной диффузии. Более эффективным механизмом изменения пристенной турбулентности, вероятно, является механизм генерации отрицательных касательных напряжений Рейнольдса, что можно осуществить нерегулярно колеблющейся поверхностью анизотропного вязко-упругого слоя, что и определяет направление дальнейших исследований турбулентного пограничного слоя на деформирующейся поверхности.

## ВЫВОДЫ

1. Поверхность, способная поглощать возмущения пристенного турбулентного потока, изменяет структуру вязкого подслоя (утолщая его) турбулентного пограничного слоя, перераспределяет энергию турбулентности по толщине пограничного слоя (максимум интенсивности турбулентных пульсаций уменьшается и удаляется от поверхности).

2. Основным моделирующим параметром турбулентного пограничного слоя на поглощающей поверхности является динамическая скорость. Компоненты тензора напряжений Рейнольдса автомодельны относительно динамической скорости.

3. Динамическая скорость турбулентного пограничного слоя на поглощающей поверхности уменьшается пропорционально воспринятой и поглощенной вязко-упругим слоем пульсационной энергии турбулентного пограничного слоя.

4. Динамические параметры турбулентного пограничного слоя на поглощающей поверхности (толщина пограничного слоя, толщина вытеснения, толщина потери импульса) растут вниз по потоку менее интенсивно по сравнению с аналогичными характеристиками турбулентного пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности.

5. Соппротивление трения уменьшается пропорционально величине воспринятой и поглощенной вязко-упругим слоем пульсационной энергии турбулентного пограничного слоя.

6. Поглощающая податливая поверхность приводит к снижению интенсивности турбулентных пульсаций в пристенной области турбулентного пограничного слоя.

1. *Воропаев Г. А., Птуха Ю. А.* Моделирование турбулентных сложных течений.– Киев: Наукова думка, 1990.– 168 с.
2. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости.– М: Мир, 1974.– 338 с.
3. *Короткин А. И.* Устойчивость ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости на упругой поверхности // Известия АН СССР МЖГ.– 1966.– N 3.– С. 39–44.
4. *Benjamin T. B.* Effekt of a Flexible Boundary on Hydrodynamic Stability // J.Fluid Mechanics.– N 9.– 1960.– P. 513–534.
5. *Duncan J. H.* The response of incompressible, viscoelastic coating to pressure fluctuations in turbulent boundary layer // J. Fluid Mechanics.– 1986.– 171.– P. 339–363.
6. *Carpenter P. W. Garrad A. D.* The Hydrodynamic Stability of Flow over Kramertyre Compliant Surfaces. Part 2. Flow-induced surface instabilities // J. Fluid Mechanics.– 170.– 1987.– P. 439.
7. *Kramer M. O.* Boudary Layer Stabilization by Distributed Dumping // ASME J.– 1960.– V. 72, N 2.– P. 26–34.
8. *Launder B. E., Reece G. I., Rodi W.* Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure // J. Fluid Mechanics.– 1975.– 68.– P. 537–566.
9. *Lee T., Fisher M., Schwarz W. H.* Investigation of the stable interaction of a passive compliant surface with turbulent boundary layer // J. Fluid Mechanics.– 1993.– 257.– P. 373–396.
10. *Nakao S.* Contribution to the Reynolds stress model as applied to near wall region // AIAA Journal.– 1984.– v.22, N 2.– P. 303–304.
11. *Nonweiler T.* Qualitative Solution of the Stability Equation for a Boundary Layer in Contact with Various Forms of Flexible Surface // ARC Rep.– 1963.– V.22, N 670.– P. 75.
12. *Voropaev G. A., Rozumnyuk N. V.* Turbulent boundary layer over a compliant surface // Proc. AGARD FDP Workshop on “High speed body motion in water”.– AGARD-R-827.– 1998.– P. 4.1–4.11.
13. *Rotta J.* Statistische Theorie Nichtthomogener Turbulenz // Zeitschrift fur Physik.– 1951.– v.129,N 1.– P. 51–77.