

Соединение высоконагруженных деталей из композиционных материалов. Сообщение 2. Моделирование напряженно-деформированного состояния

Я. С. Карпов

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “Харьковский авиационный институт”, Харьков, Украина

Исходя из анализа условий взаимодействия элементов предложенных конструктивно-технологических решений приведена унифицированная методика исследования напряженно-деформированного состояния соединений с непрерывным, дискретным и комбинированным соединительным слоем при произвольном термомеханическом нагружении деталей с переменными геометрическими и жесткостными параметрами по длине. Выведены разрешающие системы линейных алгебраических уравнений, оценена степень достаточной дискретизации конструкции и приведены некоторые численные результаты. Сформулированы рекомендации относительно применения методики и показано, что она может эффективно использоваться при анализе большинства способов соединения.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, коэффициент податливости, соединительный слой, клей, крепежный элемент.

Введение. В аналитическом обзоре [1] содержится достаточно подробный анализ методик для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) соединений с непрерывным соединительным слоем (например, клеевые). Учитывая разный уровень используемых расчетных схем (одномерное или моментное соединение двух стержней, составные пластина и оболочка), на практике возникают трудности с корректной сравнительной оценкой эффективности различных конструктивно-технологических решений (КТР). Предложенные ранее [2] новые способы соединения базируются на комбинации непрерывного соединительного элемента (клей, связующее) с дискретными крепежными элементами (штифты, шайбы, ребра), а в зонах перехода от композиционного материала (КМ) к металлу формируется новая структура с неоднородными физико-механическими свойствами по объему, в связи с чем применение континуальных расчетных схем является достаточно проблематичным. В работах [3, 4] предложен метод физической дискретизации, который представляет собой некоторый компромисс между методом конечных разностей и методом конечных элементов.

Методика определения напряженно-деформированного состояния соединений. Рассмотрим соединение общего вида двух деталей, нагруженных погонными усилиями по краям и произвольной системой внутренних усилий в условиях температурного воздействия (рис. 1,а). Такой характер нагружения позволяет рассчитывать по единой методике различные соединения (рис. 1,б). Расчетная схема базируется на следующих допущениях:

нормальные и касательные напряжения в деталях распределены равномерно по толщине;

поверхностный соединительный слой (клей) и дискретные элементы представляются в виде силовых точек, в которых сосредоточен обобщенный

соединительный элемент, образуемый стягиванием в точку слоя клея, крепежного микроэлемента или их комбинаций;

силовые соединительные точки воспринимают и передают только сдвиговые усилия;

изменение физико-механических свойств КМ в зоне заформовки штифтов учитывается приближенно в виде аппроксимирующих зависимостей, построенных на основе модели взаимодействия компонентов КМ с крепежными элементами;

геометрическая конфигурация деталей и соединительного слоя по длине соединения может быть произвольной в пределах технологически реализуемых.

Дискретизация соединения приводит к многоярному точечному соединению, для определения усилий в котором необходимо решить статически неопределимую задачу строительной механики.

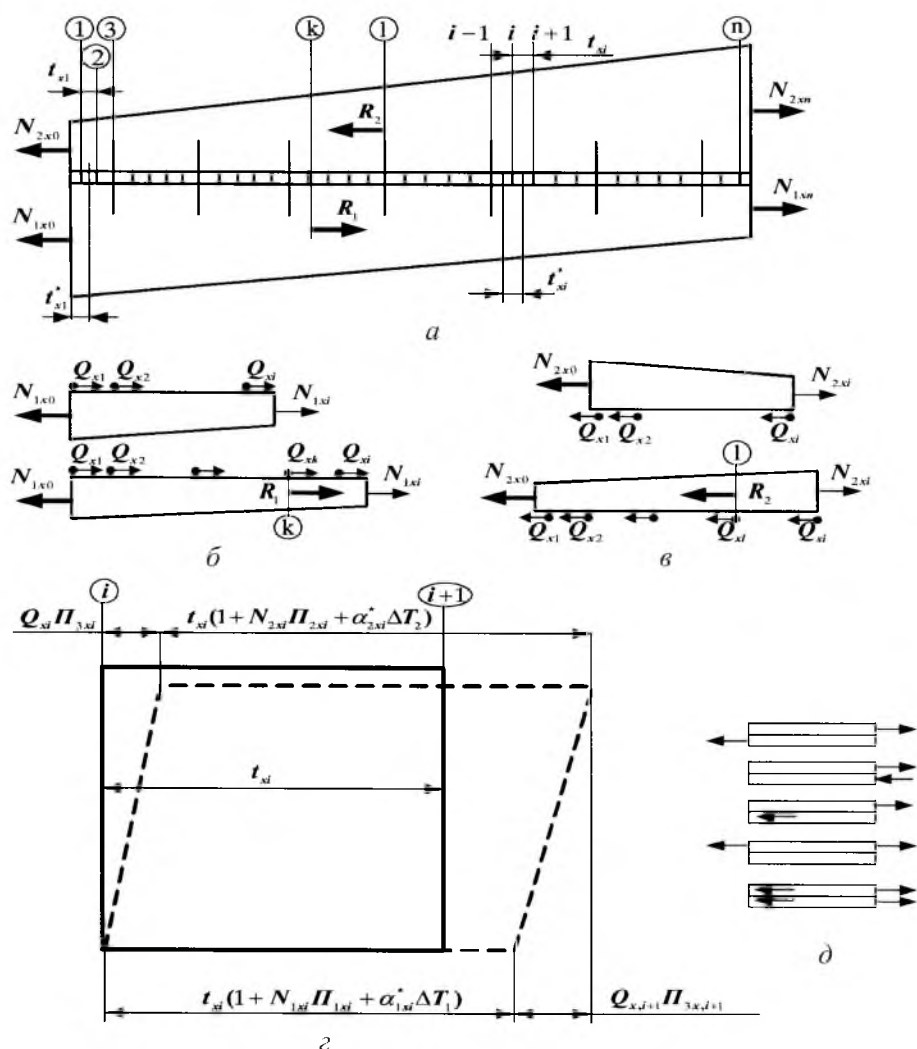


Рис. 1. Модель клеештифтового соединения.

Рассмотрим равновесие соединяемых деталей изолированно друг от друга, для чего заменим сдвиговые связи их реакциями Q_{xi} (рис. 1,б).

Уравнение равновесия выделенной части первой детали имеет вид

$$N_{1xi} = N_{1x0} - \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi} \quad \text{при} \quad i < k; \quad (1)$$

$$N_{1xi} = N_{1x0} - R_1 - \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi} \quad \text{при} \quad i \geq k, \quad (2)$$

где B – ширина соединения; Q_{xi} – сила, передаваемая i -м рядом силовых точек.

Аналогичные уравнения получим для второй детали (рис. 1,в):

$$N_{2xi} = N_{2x0} + \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi} \quad \text{при} \quad i < l; \quad (3)$$

$$N_{2xi} = N_{2x0} + R_2 + \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi} \quad \text{при} \quad i \geq l. \quad (4)$$

Введем понятие обобщенных внешних сил:

$$N_{1x0}^* = \begin{cases} N_{1x0} & \text{при} \quad i < k; \\ N_{1x0} - R_1 & \text{при} \quad i \geq k; \end{cases} \quad (5)$$

$$N_{2x0}^* = \begin{cases} N_{2x0} & \text{при} \quad i < l; \\ N_{2x0} + R_2 & \text{при} \quad i \geq l. \end{cases} \quad (6)$$

С учетом принятых обозначений уравнения (1)–(4) преобразуются следующим образом:

$$N_{1xi} = N_{1xi}^* - \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi}; \quad N_{2xi} = N_{2xi}^* + \frac{1}{B} \sum_{i=1}^i Q_{xi}. \quad (7)$$

Сложив левые и правые части этих уравнений, получим взаимосвязь между усилиями в деталях:

$$N_{1xi} + N_{2xi} = N_{1x0}^* + N_{2x0}^*, \quad (8)$$

уравнение (8) при $i = n$ преобразуется в уравнение равновесия соединения в целом:

$$N_{1xn} + N_{2xn} = N_{1x0} + N_{2x0} - R_1 + R_2. \quad (9)$$

Выразим силы Q_{xi} через погонные усилия в деталях:

$$Q_{xi} = B(N_{1x,i-1} - N_{1xi}) = B(N_{2xi} - N_{2x,i-1}). \quad (10)$$

Запишем уравнение совместности деформаций деталей и сдвиговых точечных связей в виде (рис. 1,з):

$$\begin{aligned} Q_{xi} \Pi_{3xi} + t_{xi}(1 + N_{2xi} \Pi_{2xi} + \alpha_{2xi}^* \Delta T_2) = \\ = Q_{x,i+1} \Pi_{3x,i+1} + t_{xi}(1 + N_{1xi} \Pi_{1xi} + \alpha_{1xi}^* \Delta T_1), \end{aligned} \quad (11)$$

где $i = 1, \dots, n - 1$; α_{1x}^* , α_{2x}^* – средние коэффициенты линейного температурного расширения материалов деталей по участку; ΔT_1 , ΔT_2 – перепад температур, определяемый как разность температур эксплуатации и сборки; Π_{1x} , Π_{2x} – податливости деталей по оси x (вдоль соединения); Π_{3x} – податливость ряда силовых точек.

Ниже будет подробно описана методика определения податливостей и средних коэффициентов линейного температурного расширения.

После некоторых преобразований система (11) принимает следующий вид:

$$N_{1xi} \Pi_{1xi} - N_{2xi} \Pi_{2xi} = \frac{1}{t_{xi}} (Q_{xi} \Pi_{3xi} - Q_{x,i+1} \Pi_{3x,i+1}) - \beta_{xi}, \quad (12)$$

где

$$\beta_{xi} = \alpha_{1xi}^* \Delta T_1 - \alpha_{2xi}^* \Delta T_2. \quad (13)$$

Если в уравнение совместности (12) подставить зависимости (7), то получим разрешающую систему уравнений относительно сил Q_{xi} :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{i+1} a_{ij} Q_{xi} = b_i, \quad i = 1, \dots, n - 1; \\ \sum_{j=1}^n Q_{xi} = N_{1x0} - R_1 - N_{1xn}, \end{aligned} \quad (14)$$

где последнее уравнение отражает равновесие одной из деталей.

В системе (14) введены обозначения:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{1}{B} (\Pi_{1xi} + \Pi_{2xi}) && \text{при } j = 1, \dots, i - 1; \\ a_{ij} &= \frac{1}{B} (\Pi_{1xi} + \Pi_{2xi}) + \frac{\Pi_{3xi}}{t_{xi}} && \text{при } j = i; \\ a_{ij} &= -\frac{\Pi_{3x,i+1}}{t_{xi}} && \text{при } j = i + 1; \end{aligned} \quad (15)$$

$$b_i = \beta_{xi} + \Pi_{1xi} N_{1x0}^* - \Pi_{2xi} N_{2x0}^*. \quad (16)$$

Таким образом, получена разрешающая система линейных алгебраических уравнений для определения сил, передаваемых рядами силовых точечных связей.

При наличии непрерывного клеевого слоя или (и) более двух крепежных элементов в ряду поперечные и температурные пуассоновы деформации стеснены, вследствие чего возникает самоуравновешенное напряженное состояние. На основании примененного выше метода физической дискретизации, пренебрегая изменением напряжений по оси x от напряжений по оси y , можно получить следующую систему уравнений относительно усилий в силовых связях:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m_i} Q_{yik} &= 0; \\ \sum_{k=1}^{j+1} a_{jk} Q_{yik} &= b_j, \quad i = 1, \dots, m_i - 1. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{jk} &= \frac{\Pi_{1yij} + \Pi_{2yij}}{t_{xi}^*} && \text{при } k = 1, \dots, j - 1; \\ a_{jk} &= \frac{\Pi_{1yij} + \Pi_{2yij}}{t_{xi}^*} + \frac{\Pi_{3yij}}{t_{yij}} && \text{при } k = j; \\ a_{jk} &= -\frac{\Pi_{3yi,j+1}}{t_{yij}} && \text{при } k = j + 1; \end{aligned} \quad (18)$$

$$b_j = \alpha_{1yi}^* \Delta T_1 - \alpha_{2yi}^* \Delta T_2 - \varepsilon_{1yi}^* - \varepsilon_{2yi}^*, \quad (19)$$

где α_{1yi}^* , α_{2yi}^* – средние коэффициенты линейного температурного расширения материалов деталей в i -м ряду; ε_{1yi}^* , ε_{2yi}^* – средние по участку деформации по оси y от усилий по оси x , методика определения которых описана ниже.

Многочисленные соединения деталей находятся в условиях сдвигового взаимодействия (стенка и полки лонжеронов, обшивка и нервюры или шпангоуты и др.). В связи с этим целесообразно разработать методику расчета соединений, нагруженных сдвиговыми усилиями (рис. 2), полагая при этом, что ширина соединения B достаточно большая либо конструктивно исключено взаимное скручивание деталей относительно нормали, либо соединяемые детали замкнуты (оболочки).

Из уравнений равновесия и совместности деформаций можно вывести систему уравнений относительно сил S_{yi} :

$$\sum_{j=1}^{i+1} a_{ij} S_{yj} = b_i, \quad i = 1, \dots, n-1; \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n S_{yj} = q_{10} - T_1 - q_{1n},$$

где коэффициенты a_{ij} и b_i определяются по следующим формулам:

$$a_{ij} = \frac{1}{B} (\Pi_{1xyi} + \Pi_{2xyi}) \quad \text{при } j = 1, \dots, i-1;$$

$$a_{ij} = \frac{1}{B} (\Pi_{1xyi} + \Pi_{2xyi}) + \frac{\Pi_{3xyi}}{t_{xi}} \quad \text{при } j = i;$$

$$a_{ij} = -\frac{\Pi_{3xy,i+1}}{t_{xi}} \quad \text{при } j = i+1;$$

$$b_i = q_{10}^* \Pi_{1xi} - q_{20}^* \Pi_{2xyi}; \quad (22)$$

Π_{1xyi} , Π_{2xyi} , Π_{3xyi} – сдвиговая податливость деталей 1 и 2 в своей плоскости соответственно, а также податливость ряда силовых связей по оси y в традиционном понимании.

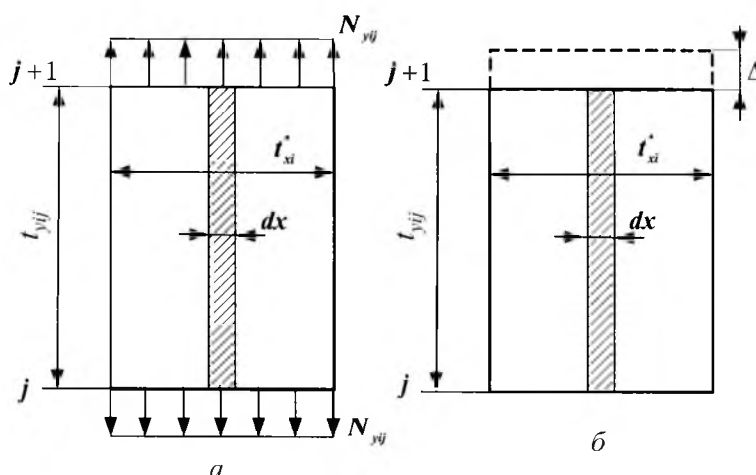


Рис. 2. К определению коэффициентов податливости в поперечном направлении.

Решение задач относительно сил в рядах сдвиговых связей или усилий в деталях осуществляется на ЭВМ по стандартным подпрограммам нахождения корней систем линейных алгебраических уравнений.

Методика определения коэффициентов податливости элементов соединения. По своему определению коэффициенты податливости деталей Π_{1x} , Π_{1y} , Π_{1xy} , Π_{2x} , Π_{2y} , Π_{2xy} есть средняя деформация участка детали длиной t_x при единичной нагрузке. Поскольку в реальных конструкциях

толщина деталей, а также их упругие константы могут быть переменными по оси x , рассмотрим вывод искомых зависимостей для общего случая изменения геометрических и жесткостных параметров.

Удлинение детали на i -м участке (рис. 2,е) при $N_{1xi} = N_{2xi} = q_{1i} = q_{2i} = 1$ равно

$$\Delta = \int_{x_i}^{x_i+t_{x_i}} \frac{dx}{E_{1x}(x)\delta_1(x)}. \quad (23)$$

Тогда для средней деформации или податливости имеем очевидную зависимость

$$\Pi_{1xi} = \varepsilon_{cp} = \frac{\Delta}{t_{x_i}} = \frac{1}{t_{x_i}} \int_{x_i}^{x_i+t_{x_i}} \frac{dx}{E_{1x}(x)\delta_1(x)}. \quad (24)$$

Путем соответствующей замены индексов можно записать аналогичные формулы для Π_{2xi} , Π_{1xyi} , Π_{2xyi} .

Для определения податливости по оси y необходимо исследовать два возможных случая деформирования:

усилия N_{yij} распределены равномерно по ширине рассматриваемого участка $t_{x_i}^*$ (рис. 2,а);

усилия N_{yij} распределены таким образом, что деформации всех полос dx одинаковы по оси y (рис. 2,б).

В первом случае ($N_{yij} = \text{const}$) удлинение полосы шириной dx равно

$$\Delta(x) = \frac{N_{1yij}t_{yij}}{E_{1y}(x)\delta_1(x)}. \quad (25)$$

Среднее удлинение участка определяем по зависимости

$$\Delta_{cp} = \frac{1}{t_{xi}^*} \int_{x_i-t_{xi}/2}^{x_i+t_{xi}/2} \Delta(x)dx, \quad (26)$$

среднюю деформацию – по формуле

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta_{cp}}{t_{yij}} = \frac{1}{t_{xi}^* t_{yij}} \int_{x_i-t_{xi}/2}^{x_i+t_{xi}/2} \frac{N_{1yij}t_{yij}dx}{E_{1y}(x)\delta_1(x)}. \quad (27)$$

После некоторых преобразований формулы (27) получим зависимость для определения податливости при $N_{1yij} = 1$:

$$\Pi_{1yij}^{(1)} = \frac{1}{t_{xi}^*} \int_{x_i-t_{xi}/2}^{x_i+t_{xi}/2} \frac{dx}{E_{1y}(x)\delta_1(x)}, \quad (28)$$

где

$$t_{x_i}^* = \frac{1}{2}(t_{x,i-1} + t_{x_i}). \quad (29)$$

Для второго случая деформирования (рис. 2,б) распределение усилий, обеспечивающее одинаковые деформации, соответствует зависимости

$$N_{1,y}(x) = \varepsilon E_{1,y}(x) \delta_1(x). \quad (30)$$

Учитывая, что равнодействующая этих сил равна $N_{1,yij} = 1 \cdot t_{x_i}^*$, получаем

$$P_{1,yij}^{(2)} = t_{x_i}^* \left(\int_{x_i - t_{x,i-1}/2}^{x_i + t_{x_i}/2} E_{1,y}(x) \delta_1(x) dx \right)^{-1}. \quad (31)$$

Заменяв индекс 1 на 2 в формулах (28) и (31), получим зависимости для определения $P_{2,yij}^{(1)}$ и $P_{2,yij}^{(2)}$.

Средние значения коэффициентов линейного расширения по оси x при произвольном характере изменения свойств материала вычисляем по следующим формулам:

$$\alpha_{1x_i}^* = \frac{1}{t_{x_i}} \int_{x_i}^{x_i + t_{x_i}} \alpha_{1x}(x) dx; \quad \alpha_{2x_i}^* = \frac{1}{t_{x_i}} \int_{x_i}^{x_i + t_{x_i}} \alpha_{2x}(x) dx. \quad (32)$$

Для определения коэффициентов α_{1y}^* и α_{2y}^* воспользуемся понятием средней деформации по оси y . После простых выкладок получим

$$\alpha_{1y_i}^* = \frac{1}{t_{x_i}} \int_{x_i - t_{x,i-1}/2}^{x_i + t_{x_i}/2} \alpha_{1y}(x) dx; \quad \alpha_{2y_i}^* = \frac{1}{t_{x_i}} \int_{x_i - t_{x,i-1}/2}^{x_i + t_{x_i}/2} \alpha_{2y}(x) dx. \quad (33)$$

На практике целесообразно использовать стандартные процедуры численного интегрирования полученных выражений, однако при проектировании соединений, когда решение отыскивается среди определенных классов КТР, оправдано применение аналитических зависимостей в конечном виде.

Коэффициенты податливости соединительных элементов. Системы уравнений для определения усилий в рядах силовых дискретных связей от внешнего осевого и сдвигового нагружений содержат коэффициенты податливости ряда сдвиговых связей в направлении осей x и y . Для их нахождения рассмотрим деформирование соединительного слоя, формируемого в соответствии с гипотезой Фолькерсена [1], под действием единичных нагрузок Q_x и S_y (рис. 3).

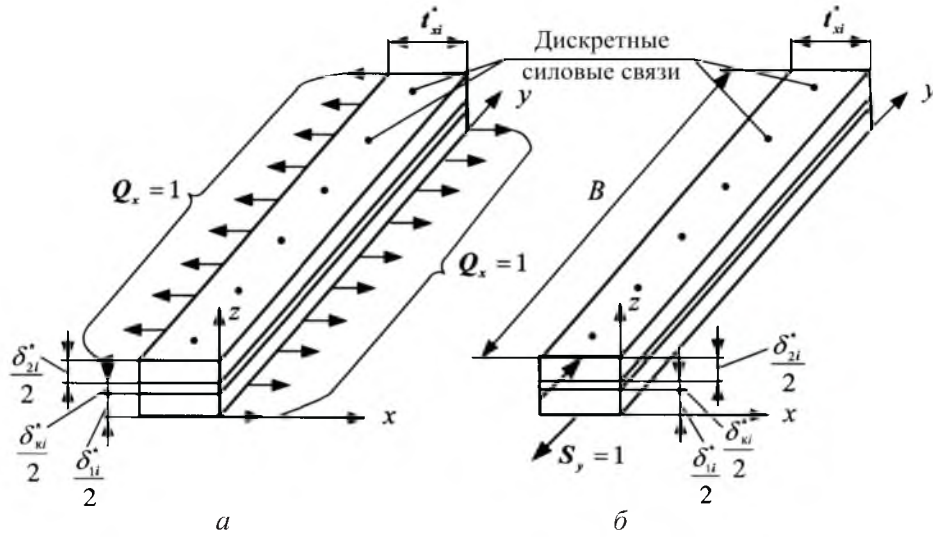


Рис. 3. Расчетная модель определения податливости сдвиговых связей.

Взаимное смещение срединных поверхностей деталей, которое соответствует податливости, определяется по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \Pi_{3xi} &= \Pi_{1xzi} + \Pi_{2xzi} + \Pi_{кxzi}; \\ \Pi_{3yi} &= \Pi_{1yzi} + \Pi_{2yzi} + \Pi_{кyzi}. \end{aligned} \quad (34)$$

Сдвиговые смещения деталей и клея, составляющие общую податливость, вычисляются с учетом того, что геометрические параметры крепежных элементов и жесткостные характеристики КМ могут быть функциями от координаты z :

$$\begin{aligned} \Pi_{1xzi} &= \int_0^{1/2\delta_{1i}^*} \frac{1dz}{Bt_{xi}^* G_{1xzi}^*(z)} = \frac{1}{Bt_{xi}^*} \int_0^{1/2\delta_{1i}^*} \frac{dz}{G_{1xzi}^*(z)} = \frac{C_{1xzi}}{Bt_{xi}^*}; \\ \Pi_{2xzi} &= \int_0^{1/2\delta_{2i}^*} \frac{1dz}{Bt_{xi}^* G_{2xzi}^*(z)} = \frac{1}{Bt_{xi}^*} \int_0^{1/2\delta_{2i}^*} \frac{dz}{G_{2xzi}^*(z)} = \frac{C_{2xzi}}{Bt_{xi}^*}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\Pi_{кxzi} = \int_0^{\delta_{ki}^*} \frac{1dz}{Bt_{xi}^* G_{ki}^*(z)} = \frac{1}{Bt_{xi}^*} \int_0^{\delta_{ki}^*} \frac{dz}{G_{ki}^*(z)} = \frac{C_{кxzi}}{Bt_{xi}^*}. \quad (36)$$

Аналогично запишем

$$\Pi_{1yzi} = \frac{C_{1yzi}}{Bt_{xi}^*}; \quad \Pi_{кyzi} = \frac{C_{кyzi}}{Bt_{xi}^*}; \quad \Pi_{2yzi} = \frac{C_{2yzi}}{Bt_{xi}^*}, \quad (37)$$

где

$$C_{1,yzi} = \int_0^{1/2\delta_i^*} \frac{dz}{C_{1,yzi}^*(z)}, \quad C_{2,yzi} = \int_0^{1/2\delta_i^*} \frac{dz}{C_{2,yzi}^*(z)}, \quad C_{к,yzi} = \int_0^{\delta_{ki}^*} \frac{dz}{C_{ki}^*(z)}. \quad (38)$$

В уравнениях (35)–(38): δ_{1i}^* , δ_{2i}^* , δ_{ki}^* – средняя толщина деталей и клея на участке длиной t_{xi}^* ; C_{1xzi}^* , C_{2xzi}^* – приведенные модули сдвига материалов деталей; $C_{кxzi}^*$ – приведенный модуль сдвига соединительного слоя, включающего клей и крепежный элемент (за счет армирования крепежными элементами они отличаются от исходных свойств и, кроме того, могут зависеть от координаты z из-за возможных переменных геометрических параметров крепежных элементов).

Новые значения модулей сдвига материалов деталей на участках, содержащих крепежные элементы, можно вычислить по известным формулам теории армирования КМ:

$$\begin{cases} G_{1xzi}^*(z) = G_{к,эi} v_i(z) + G_{1xzi}(z)[1 - v_i(z)]; \\ G_{2xzi}^*(z) = G_{к,эi} v_i(z) + G_{2xzi}(z)[1 - v_i(z)]; \\ G_{ki}^*(z) = G_{к,эi} v_i(z) + G_{к}(z)[1 - v_i(z)], \end{cases} \quad (39)$$

где

$$v_i(z) = \frac{m_i f_i(z)}{Bt_{xi}^*}; \quad (40)$$

$G_{к,эi}$ – модуль сдвига материала крепежных элементов; $G_{к}$ – модуль сдвига материала клея; $f_i(z)$ – площадь поперечного сечения крепежного элемента в сечении z .

На рис. 4 показано распределение напряжений в клеевом слое скошенного и ступенчатого соединений, что позволяет судить о возможностях разработанных методик. При расчете на прочность основное внимание уделяется максимальным напряжениям на концах соединения. В связи с этим представляет интерес сравнение их значений по предложенной методике и по двумерной модели Кутьинова [5, 6], точно удовлетворяющей граничным условиям по касательным напряжениям в клее. На рис. 5 приведены результаты расчета напряжений. Видно, что хотя максимальные напряжения в клее и имеют различную координату x , однако по величине отличаются в пределах требований к этапу проектировочного расчета. Для достижения стабилизации касательных усилий (рис. 5,з) соединение с постоянными толщинами деталей и клея по длине (рис. 5,а), характеризующееся наибольшей неравномерностью напряжений, достаточно разбить на 40 и более участков [3, 7]. Анализ этих и других результатов численных экспериментов показал, что метод физической дискретизации при правильном выборе количества участков вполне уверенно может быть использован для проектирования соединений.

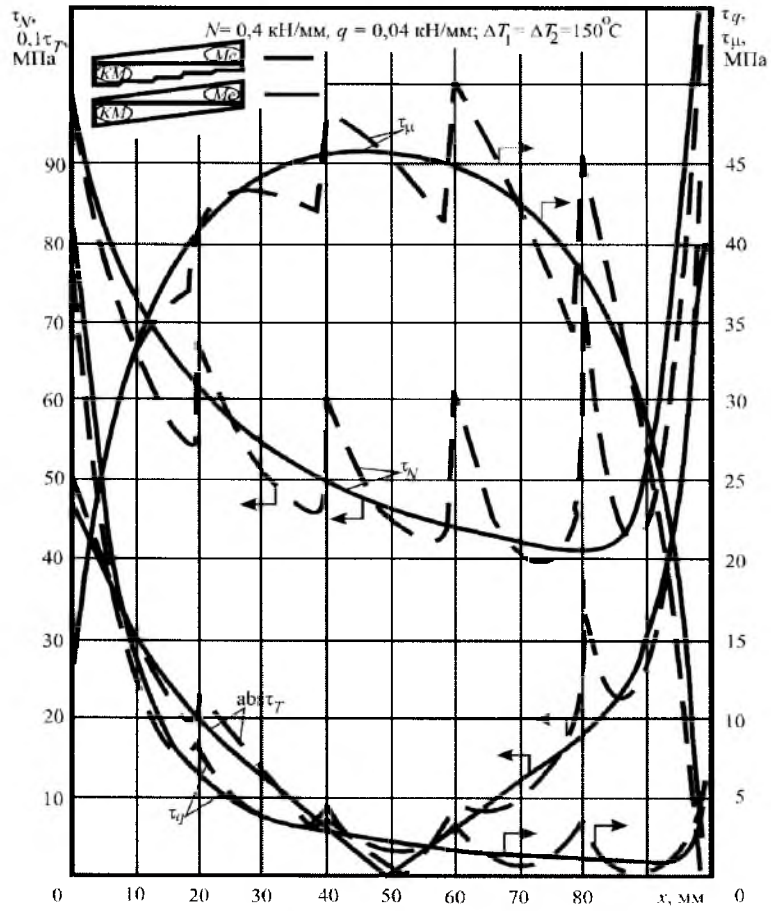


Рис. 4. Распределение напряжений по длине соединения.

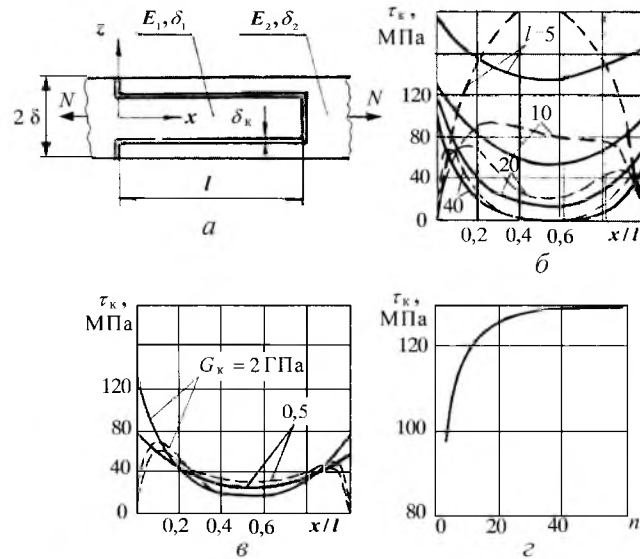


Рис. 5. Распределение напряжений по длине и толщине соединения: сплошные линии – по предложенной методике; штриховые – по методике Кутьинова [5, 6].

Разработанная на основании метода физической дискретизации методика позволяет определить напряжения в соединяемых деталях и соединительных элементах (клей, штифты). Однако, кроме этого необходимо располагать предельными значениями напряжений или какой-либо другой интегральной характеристикой, позволяющей оценить (прогнозировать) несущую способность предложенных КТР.

Выводы

1. Разработано математическое обеспечение исследования НДС соединений с переменными по длине геометрическими и жесткостными параметрами при произвольном термомеханическом нагружении в виде разрешающих систем линейных алгебраических уравнений для определения распределения усилий в деталях и соединительных элементах вдоль и поперек соединения.

2. Выведены расчетные зависимости для вычисления коэффициентов податливости деталей и крепежных элементов.

3. Приведены некоторые результаты апробации методики на примере ступенчатого и скошенного нахлесточного соединений.

4. Проанализированы результаты сравнения максимальных касательных напряжений в клеевом слое, вычисленных по методике Кутьинова, в моментной постановке задачи и по предложенному алгоритму.

5. Показано, что безмоментное решение дает приемлемую погрешность для инженерного анализа.

Резюме

На основі аналізу умов взаємодії елементів запропонованих конструктивно-технологічних рішень наведено уніфіковану методику дослідження напружено-деформованого стану з'єднань із неперервним, дискретним і комбінованим з'єднувальним шаром при довільному термомеханічному навантаженні деталей зі змінними геометричними та жорсткісними параметрами вздовж з'єднання. Отримано відповідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, оцінено ступінь достатньої дискретизації конструкції та наведено деякі чисельні результати. Сформульовано рекомендації щодо області застосування методики і показано, що вона може ефективно використовуватися для аналізу більшості способів з'єднання.

1. *Артюхин Ю. П.* Напряжения в клеевых соединениях // Исследования по теории пластин и оболочек. – Киев: Изд-во Киев. гос. ун-та, 1973. – Вып. 10. – С. 3 – 27.
2. *Карпов Я. С.* Соединения высоконагруженных деталей из композиционных материалов. Сообщ. 1. Конструктивно-технологические решения и оценка их работоспособности // Пробл. прочности. – 2006. – № 3. – С. 23 – 33.

3. *Карпов Я. С.* Распределение напряжений в комбинированных соединениях деталей из композиционных материалов // Вопросы проектирования и производства тонкостенных силовых конструкций: Темат. сб. науч. трудов. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1984. – С. 55 – 60.
4. *Карпов Я. С., Кривенда С. П., Рябков В. И.* Проектирование и конструирование соединений деталей из композиционных материалов: Учеб. пособие. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1997. – 201 с.
5. *Кутыинов В. Ф.* Расчет клеевых соединений // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 14 – 30.
6. *Кутыинов В. Ф.* Расчет температурных напряжений в клеенных составных балках // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1978. – Вып. 7. – С. 111 – 141.
7. *Карпов Я. С., Макаренко В. А.* Определение напряжений в элементах соединения на этапе проектирования // Расчет и проектирование конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. науч. трудов. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1989. – С. 38 – 50.

Поступила 05. 09. 2005