

Диаграммы трещиностойкости тела с надрезом***Ю. Г. Матвиенко^а, О. А. Приймак^б**^а Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия^б ДООА “ЦКБН”, Подольск, Россия

Для описания диаграмм трещиностойкости тел с надрезами использованы модель когезионной зоны у вершины надреза и критерий осреднения напряжений в этой зоне. Теоретический коэффициент концентрации напряжений и коэффициент двухосности оказывают значительное влияние на вид диаграммы трещиностойкости. Критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине надреза является уменьшающейся функцией теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Ключевые слова: надрез, концентрация напряжений, критерий осреднения, диаграмма трещиностойкости.

В настоящей работе модель зоны предразрушения, основанная на модели когезионных сил сцепления у вершины надреза, и локальный критерий осреднения напряжений в этой зоне использованы для описания предельного состояния тел с короткими надрезами (или трещинами). Для анализа критического состояния тел с надрезами в широком диапазоне изменения их размеров целесообразно использовать диаграммы трещиностойкости, т.е. зависимость нормализованного критического коэффициента интенсивности напряжений в вершине надреза от нормализованного разрушающего напряжения. Приведем основные положения модели и критерий локального разрушения тела с трещиной, следуя работам [1–3].

Рассмотрим плоскость неограниченных размеров, содержащую сквозной вырез длины $2l$ (далее надрез). Начало координат поместим в центре надреза (рис. 1). В качестве модели зоны предразрушения примем модель Дагдейла–Леонова–Панасюка–Баренблатта, предполагающую виртуальное увеличение длины надреза от действительной ее вершины $x = l$ на величину зоны предразрушения d . Постулируется, что в зоне предразрушения действуют когезионные напряжения σ_{coh} конечной величины. Эти напряжения можно интерпретировать как некоторые критические локальные напряжения, отражающие свойства материала и определяемые, например, в соответствии с критерием текучести Мизеса для тела с произвольным, в том числе и коротким, надрезом [4]

$$\sigma_{coh} = \frac{\sigma}{2} + \sigma_T \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 - \frac{(1 + \nu^2 - \nu)(\sigma/\sigma_T)^2 - 1}{(1 - 2\nu)^2}} \quad (1)$$

в условиях плоской деформации,

* По материалам доклада на международной научно-технической конференции “Динамика, прочность и ресурс машин и конструкций” (1–4 ноября 2005 г., Киев, Украина).

$$\sigma_{coh} = \frac{\sigma}{2} + \sigma_T \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2} \quad (2)$$

в условиях плоского напряженного состояния, где σ_T – предел текучести; ν – коэффициент Пуассона.

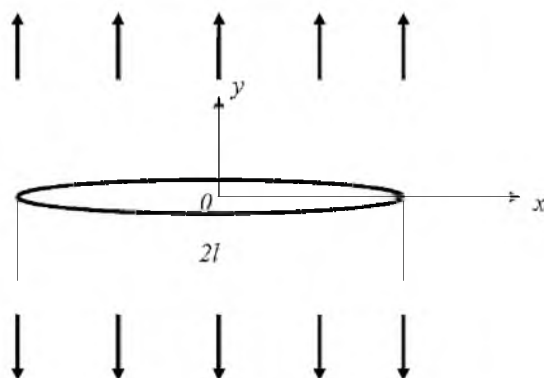


Рис. 1. Тело со сквозным надрезом, нагруженное однородными растягивающими усилиями, приложенными на расстоянии от надреза.

Запишем критерий разрушения Новожилова [5], усредняющий нормальные напряжения в зоне предразрушения у вершины надреза, в виде

$$\frac{1}{d} \int_0^d \sigma_y(r) dr = \sigma_{coh}. \quad (3)$$

Здесь нормальные упругие напряжения $\sigma_y(r)$ на расстоянии $r = x - l$ от вершины усредняются на отрезке, равном длине зоны предразрушения d .

Введем в рассмотрение следующие предположения. Распределение нормальных напряжений у вершины надреза аналогично распределению напряжений у вершины трещины в теле, нагруженном равномерно распределенными растягивающими напряжениями на расстоянии от трещины, но сдвинуто от ее вершины по оси абсцисс на величину $\rho/2$, т.е. $r \geq \rho/2$ [6]. Тогда распределение напряжений у вершины надреза на линии его продолжения имеет вид

$$\sigma_y(r) = \frac{K_{1notch}}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \frac{\rho}{2r} \right), \quad (4)$$

где ρ – радиус вершины надреза; K_{1notch} – коэффициент интенсивности напряжений в вершине надреза. Кроме того, следует отметить, что распределение напряжений (4) предполагает, что расстояние от вершины надреза r намного меньше длины трещины l и больше радиуса вершины надреза [6].

Осреднение локальных напряжений (4) у вершины надреза на отрезке зоны предразрушения d позволяет записать критерий разрушения (3) в виде

$$\frac{1}{d} \int_{\rho/2}^{d+\rho/2} \frac{K_{1notch}}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \frac{\rho}{2r}\right) dr = \sigma_{coh}. \quad (5)$$

Преобразовав соотношение (5), запишем критерий разрушения в виде

$$K_{1notch} = \sigma_{coh} \sqrt{\frac{\pi\rho}{4} + \frac{\pi d}{2}}. \quad (6)$$

Максимальные нормальные напряжения $\sigma_{y\max}$ на поверхности вершины надреза получаем из соотношения (4)

$$\sigma_{y\max} = \frac{2K_{1notch}}{\sqrt{\pi\rho}}. \quad (7)$$

Примем во внимание связь напряжений $\sigma_{y\max}$ с теоретическим коэффициентом концентрации напряжений K_t :

$$\sigma_{y\max} = \sigma K_t. \quad (8)$$

Преобразовав критерий разрушения (6) с учетом выражений (7) и (8), получим критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине надреза:

$$K_{1notch} = \sigma_{coh} \sqrt{\frac{K_{1notch}^2}{\sigma^2 K_t^2} + \frac{\pi d}{2}}. \quad (9)$$

В случае трещины ($K \rightarrow \infty$) критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины определяется следующим выражением:

$$K_{1c} = \sigma_{coh} \sqrt{\frac{\pi d}{2}}. \quad (10)$$

При этом оказывается справедливым критерий разрушения в виде

$$K_1 = K_{1c}. \quad (11)$$

Учитывая соотношения (10) и (11), получаем критерий разрушения (9) в вершине надреза в предположении квазихрупкого разрушения:

$$K_{1notch} = K_{1c} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{coh}}{\sigma} \right)^2 \frac{1}{K_t^2} \right]^{-1/2}. \quad (12)$$

Здесь, как и в критерии разрушения тела с трещиной, напряжения σ_{coh} определяются по формулам (1) и (2) в широком диапазоне изменения длины

надреза. Нормализованный коэффициент интенсивности напряжений (формула (12)) является уменьшающейся функцией теоретического коэффициента концентрации напряжений (рис. 2), в пределе стремящийся к вязкости разрушения $K_1/K_{1c} = 1$ тела с трещиной.

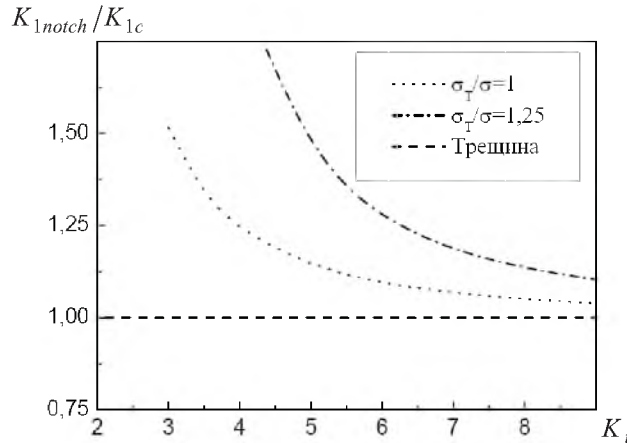


Рис. 2. Влияние концентрации напряжений на нормализованный коэффициент интенсивности напряжений K_{1notch}/K_{1c} тела с надрезом под действием однородной растягивающей нагрузки, приложенной на расстоянии от трещины (плоская деформация).

Обобщая критерий разрушения (12) на случай тела с надрезом произвольной длины посредством замены в нем критериального соотношения (11) соотношением [1–3]

$$K_1 = K_{1c} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{coh}} \right)^2}, \quad (13)$$

получаем

$$K_{1notch} = K_{1c} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{coh}} \right)^2} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{coh}}{\sigma} \right)^2 \frac{1}{K_t^2} \right]^{-1/2}. \quad (14)$$

Критерий разрушения (14) позволяет построить диаграммы трещиностойкости тел с надрезами (рис. 3). Кривая трещиностойкости тела с надрезом прогрессивно возрастает по мере уменьшения теоретического коэффициента концентрации напряжений K_t . При этом кривые трещиностойкости асимптотически стремятся к вертикальной оси $\sigma/\sigma_{coh} = 1/K_t$. Такой результат находится в соответствии с результатами, приведенными в работе [7].

Исследуем предельное состояние тела, изображенного на рис. 1, в условиях двухосного нагружения, полагая, что на расстоянии от надреза приложены растягивающие усилия $\sigma_y^\alpha = \sigma$ и $\sigma_x^\alpha = k\sigma$. Здесь коэффициент двухосности обозначен $k = \sigma_x^\alpha / \sigma_y^\alpha$.

Оставаясь в рамках вышеприведенной модели зоны предразрушения, можно записать соотношения для напряжений, действующих в когезионной зоне у вершины надреза, в следующем виде: $\sigma_y = \sigma_{coh}$, $\sigma_x = \sigma_y - \sigma + k\sigma$.

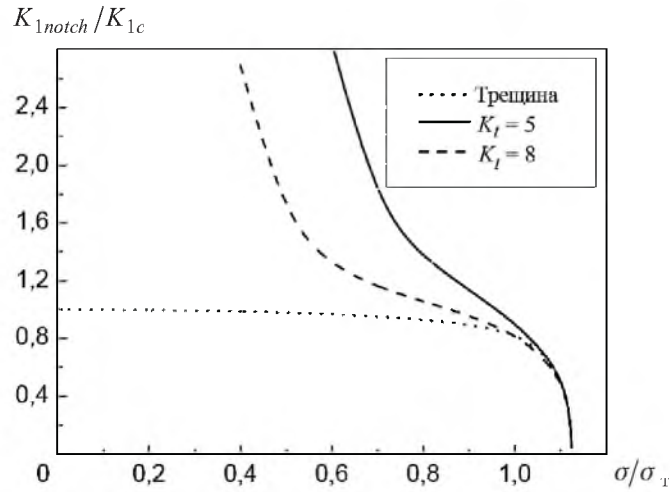


Рис. 3. Диаграммы трещиностойкости тела с надрезом под действием однородной растягивающей нагрузки, приложенной на расстоянии от надреза (плоская деформация).

Для плоской деформации компонента напряжений $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$, для плоского напряженного состояния $\sigma_z = 0$. Воспользовавшись критерием текучести Мизеса, нетрудно показать, что для условий плоской деформации

$$\frac{\sigma_{coh}}{\sigma_T} = \left(\frac{1-k}{2}\right) \frac{\sigma}{\sigma_T} + \sqrt{\frac{1}{4}(1-k)^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^2 - \frac{(1-k)^2(1+\nu^2-\nu)(\sigma/\sigma_T)^2 - 1}{(1-2\nu)^2}}, \quad (15)$$

для условий плоского напряженного состояния

$$\frac{\sigma_{coh}}{\sigma_T} = \left(\frac{1-k}{2}\right) \frac{\sigma}{\sigma_T} + \sqrt{1 - \frac{3}{4}(1-k)^2 \left(\frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^2}. \quad (16)$$

Очевидно, что выражение для критерия разрушения (14), основанного на осреднении напряжений $\sigma_y(r)$, сохраняется также для тела в условиях двухосного нагружения. Изменяются в этом критерии лишь когезионные напряжения (15) и (16). Из приведенных результатов (рис. 3 и 4) следует, что диаграммы трещиностойкости тела с надрезом в условиях двухосного нагружения смещаются вправо по отношению к аналогичным диаграммам трещиностойкости тела, нагруженного однородными растягивающими усилиями, приложенными перпендикулярно плоскости надреза на расстоянии от него. Аналогичная тенденция смещения диаграмм трещиностойкости при двухосном нагружении отмечена для тел с трещинами [8].

Таким образом, для построения диаграмм трещиностойкости тел с надрезом использованы модель зоны предразрушения у вершины трещины и локальный критерий разрушения. Полученные результаты свидетельствуют, что диаграммы трещиностойкости в значительной степени зависят от теоретического коэффициента концентрации напряжений и коэффициента двух-

осности. Показано, что критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине надреза является уменьшающейся функцией теоретического коэффициента концентрации напряжений, стремящейся к вязкости разрушения тела с трещиной в условиях квазихрупкого разрушения.

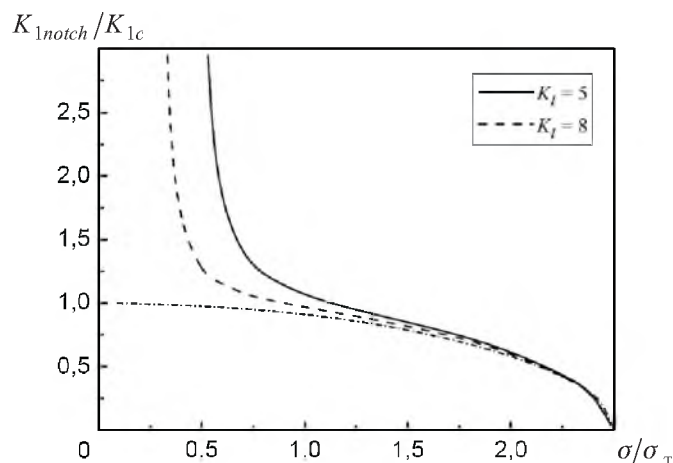


Рис. 4. Диаграммы трещиностойкости тела с надрезом в условиях двухосного растяжения $k = 1$ (плоская деформация). (Штрихпунктирной линией показана диаграмма трещиностойкости тела с трещиной.)

Резюме

Для опису діаграм тріщиностійкості тіл із надрізами використано модель когезійної зони біля вершини надрізу і критерій осереднення напружень у цій зоні. Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень та коефіцієнт двовісності суттєво впливають на вигляд діаграми тріщиностійкості. Критичний коефіцієнт інтенсивності напружень у вершині надрізу є зменшуючою функцією теоретичного коефіцієнта концентрації напружень.

1. *Matvienko Yu. G.* Local fracture criterion to describe failure assessment diagrams for a body with a crack/notch // *Int. J. Fract.* – 2003. – **124**. – P. 107 – 112.
2. *Matvienko Yu. G.* Erratum: Local fracture criterion to describe failure assessment diagrams for a body with a crack/notch // *Ibid.* – 2005. – **131**. – P. 309.
3. *Матвиенко Ю. Г.* Диаграммы трещиностойкости тел с надрезами и трещинами // *Пробл. машиностроения и надежности машин.* – 2004. – № 3. – С. 53 – 57.
4. *Matvienko Yu. G.* On the cohesive zone model for a finite crack // *Int. J. Fract.* – 1999. – **98**. – P. L53 – L58.
5. *Новожилов В. В.* О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // *Прикл. математика и механика.* – 1969. – **33**, № 2. – С. 212 – 222.

6. *Creager M. and Paris P. C.* Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking // *Int. J. Fract.* – 1967. – **3**. – P. 247 – 252.
7. *Smith E.* Fracture initiation at the root of a blunt flaw: description in terms of failure assessment curves // *Int. J. Press. Vess. Piping.* – 1999. – **76**. – P. 799 – 800.
8. *Shao Q. and Tan D. M.* Failure assessment diagram under biaxial loading // *Struct. Safety.* – 1993. – **12**. – P. 113 – 121.

Поступила 04. 11. 2005