

## Наближений метод визначення максимальних рівнів деформаційного зміцнення металів при непропорційному малоцикловому навантаженні

**М. В. Бородій**

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

*За результатами аналізу діаграм деформування металічних матеріалів за статичного і циклічного деформування запропоновано наближений метод визначення максимальних рівнів деформаційного зміцнення при непропорційному малоцикловому навантаженні з контролем за деформацією. На основі кореляції між даними деформаційного зміцнення, визначеного зі статичної діаграми та циклічних діаграм при пропорційному і непропорційному деформуванні, побудовано наближену аналітичну залежність, що дозволяє прогнозувати максимальні рівні деформаційного зміцнення при непропорційному малоцикловому навантаженні.*

**Ключові слова:** статична і циклічна діаграми деформування, малоциклова втома, непропорційне деформування, деформаційне зміцнення.

**Вступ.** Під час експлуатації значна частина конструктивних елементів зазнає дії складних навантажень. Однак якщо навіть зовнішні навантаження є одновісними, в багатьох локальних зонах складних за геометрією конструкцій реалізується локальний багатовісний напружений стан. За такого стану, який близький до деформування з контролем за деформацією, при циклічному деформуванні в області пружно-пластичних деформацій багато матеріалів проявляють циклічну нестабільність, що виражається в додатковому циклічному деформаційному зміцненні. Рівень цього циклічного зміцнення та рівень амплітуди деформації є важливою характеристикою, що використовується в сучасних моделях прогнозування кінетики циклічної пластичності та довговічності. Для більшості таких моделей, що використовують енергетичні параметри пошкоджуваності на критичній площині або модифіковані деформаційні параметри [1], знання рівня деформаційного зміцнення для довільної траєкторії циклу є необхідною умовою адекватного прогнозування довговічності. У ряді робіт [2–6], де розглядається побудова моделей циклічної пластичності, запропоновано параметри непропорційності  $\Phi$ , які характеризують форму циклу і дозволяють з певною точністю встановлювати залежності між рівнем деформаційного зміцнення  $\sigma$  та формою траєкторії циклу. Для цього використовують наступний вираз:

$$\sigma(\Phi) = (\sigma^{\text{нпр}} - \sigma^{\text{пр}})\Phi + \sigma^{\text{пр}}, \quad (1)$$

де  $\sigma^{\text{пр}}$  і  $\sigma^{\text{нпр}}$  – відповідно базові максимальні значення еквівалентних напружень за циклічного пропорційного та непропорційного деформування.

Якщо використати відомий параметр, що характеризує ступінь додаткового зміцнення  $\alpha$  (його ще називають коефіцієнтом чутливості до непропорційності), то рівняння (1) можна переписати у вигляді

$$\sigma(\Phi) = (1 + \alpha \Phi) \sigma^{\text{пр}}, \quad (2)$$

де  $\alpha$  – параметр,

$$\alpha = \frac{\sigma^{\text{нпр}} - \sigma^{\text{пр}}}{\sigma^{\text{пр}}} = \frac{\sigma^{\text{нпр}}}{\sigma^{\text{пр}}} - 1. \quad (3)$$

При конкретизації залежностей (1) або (2) за базові значення використовують експериментальні дані деформаційного зміцнення, що отримані з двох базових дослідів, проведених для пропорційної циклічної траєкторії за розтягу–стиску або знакозмінного кручення та непропорційної траєкторії з постійним значенням інтенсивності деформацій (кругова траєкторія). У більшості випадків за однакового значення розмаху деформацій першій траєкторії відповідає найменший рівень циклічного зміцнення  $\sigma^{\text{пр}}$ , другій – найбільший  $\sigma^{\text{нпр}}$ , через що їх використовують як базові характеристики.

Циклічні діаграми першої групи траєкторій (пропорційне деформування) представлено в літературних джерелах для досить широкого класу конструкційних матеріалів. Окрім того, багато провідних лабораторій і фірм постійно публікують відповідні бюлетені та атласи, наприклад, [7, 8], де наводяться нові експериментальні результати про циклічні властивості матеріалів за одновісного навантажування. Подібні дані можна відшукати і в електронних базах даних. Тому визначення параметра  $\sigma^{\text{пр}}$  не представляє особливих труднощів. Інша ситуація складається в разі необхідності отримання даних щодо параметра  $\sigma^{\text{нпр}}$ . Як виявилось, експериментальних даних (циклічних діаграм) стосовно непропорційного деформування, більш того, для траєкторії з максимальним рівнем зміцнення (кругова траєкторія) дуже мало. По-перше, це зумовлено тим, що реалізація таких експериментів пов'язана з підвищеними вимогами до експериментального обладнання і це збільшує їх вартість. По-друге, слід відзначити несистематизований характер проведення експериментів при непропорційному навантажуванні, оскільки вони поки що не регламентуються відповідними нормативними документами, на відміну від експериментів попередньої групи. За таких обставин можливість альтернативного отримання інформації про максимальні рівні зміцнення при непропорційному деформуванні (за результатами стандартних експериментів) ще тривалий час буде актуальною задачею для дослідників. У зв'язку з вищенаведеним метою даної роботи є перевірка на більш широкому експериментальному матеріалі запропонованого в [9] методу прогнозування максимальних рівнів деформаційного зміцнення за двовісного циклічного непропорційного деформування  $\sigma^{\text{нпр}}$  та встановлення можливих меж його застосування. Базовими характеристиками будуть служити найбільш поширені в літературних джерелах дані про стандартні механічні характеристики матеріалу та циклічні діаграми при пропорційному малоцикловому деформуванні.

**Схильність металів до додаткового зміцнення за непропорційного деформування.** Спроба оцінити схильність металів до додаткового деформаційного зміцнення, що спостерігається при непропорційному малоцикловому деформуванні, обговорювалася в роботі [10]. Підхід, що дозволяє

здійснити не лише якісну, але й кількісну оцінку такої схильності, представлено раніше [9], правда, дещо стисло. Цей підхід є цілком феноменологічним і стосується аналітичного визначення максимальних рівнів зміцнення для двовісних циклічних траєкторій, що отримані при комбінованому навантажуванні розтягом–стиском і знакозмінним крученням. Для визначення можливих меж застосування проаналізуємо його докладніше на більш широкому представницькому матеріалі.

Нагадаємо, що в [9] для побудови аналітичної залежності з метою прогнозування максимальних рівнів зміцнення було проаналізовано експериментальні дані, отримані для 11 різних за циклічними властивостями матеріалів (сталі X16H9M2 [11], 08X18H10T [12], 45 [13], SS304 [14], SS310 [15], SS316 [16], SS316L [17], SNCM630 [18] та сплави 800H [19], BT9 [12], AA6061 [14]). У нашому дослідженні крім вищенаведених проаналізуємо додатково експериментальні дані для сталей SS316 [20, 21], 1Cr18Ni9Ti [22], S460N, SS347, AA5083 [23], 45 [24, 25], 42CrMo [26], In 718 [27], AISI 1045 [28] і сплавів Д16 [25], 2CrNiMoV [11]. Розглянемо також деякі з 11 проаналізованих раніше матеріалів у більш ширшому діапазоні значень амплітуд деформацій за циклічного деформування.

В таблиці представлено механічні характеристики матеріалів і характеристики циклічних діаграм при пропорційному та непропорційному деформуванні розтягом–стиском і знакозмінним крученням за симетричного циклу навантажування. Там же наведено дані про ступінь додаткового деформаційного зміцнення, що спостерігається при статичному і циклічному навантажуванні. Ступінь деформаційного зміцнення за статичного навантажування виражено через безрозмірний параметр  $\beta$ , який визначається відношенням границі міцності матеріалу  $\sigma_B$  до границі текучості  $\sigma_T$ :

$$\beta = \frac{\sigma_B}{\sigma_T} - 1. \quad (4)$$

Ступінь додаткового деформаційного зміцнення за непропорційного циклічного деформування представлено безрозмірним параметром  $\alpha$ , що визначається за формулою (2). Нагадаємо, що він характеризує відношення деформаційного зміцнення за непропорційного циклічного деформування до деформаційного зміцнення за одновісного циклічного деформування.

В таблиці матеріали розташовано по мірі збільшення параметра  $\beta$ . Це дозволяє виявити чітку тенденцію: зі зростанням ступеня статичного зміцнення зростає ступінь додаткового циклічного зміцнення. Деякі відхилення, що зумовлені природним розкидом даних або об'єктивними обставинами, які будуть проаналізовані нижче, не порушують основну закономірність. Із великою ймовірністю можна стверджувати, що ступінь максимального додаткового циклічного зміцнення до 10% спостерігається для матеріалів, ступінь статичного зміцнення яких не перевищує 20%. Такі матеріали можна умовно віднести до категорії нечутливих або слабочутливих до додаткового циклічного зміцнення. Матеріали, для яких ступінь статичного зміцнення знаходиться в межах 20...100%, слід віднести до проміжної середньої категорії, що характеризується додатковим циклічним зміцненням до 35%. І нарешті,

матеріали, для яких ступінь статичного зміцнення більше 100%, слід вважати сильночутливими до додаткового деформаційного зміцнення або, іншими словами, до непропорційності циклу. Для цих матеріалів необхідно обов'язково враховувати фактор значного зміцнення, що негативно впливає на довговічність за малоциклової втоми [11, 15], а саме: спостерігається суттєве її зниження.

**Механічні характеристики та рівні деформаційного зміцнення за статичного і циклічного навантажування**

Матеріал	Механічні характеристики, ступінь зміцнення			Характеристики циклічних діаграм, ступінь зміцнення			
	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_B$ , МПа	$\beta$	$\epsilon_a$ , %	$\sigma^{пр}$ , МПа	$\sigma^{нпр}$ , МПа	$\alpha$
1	2	3	4	5	6	7	8
AA6061	320	350	0,090	0,250	184	200	0,087
				0,400	260	247	-0,052
				0,600	280	290	0,042
				0,900	293	318	0,087
42CrMo	868	955	0,100	0,470	554	623	0,124
				0,600	580	656	0,131
				1,200	644	729	0,131
BT9	865	973	0,120	0,700	-	-	0,080*
AISI 1045	505	585	0,160	-	-	-	0,110*
SNCM630	951	1103	0,160	0,600	751	-	0,050*
2CrNiMoV	600	710	0,180	0,300	-	-	0,060*
In 718	1172	1407	0,200	-	-	-	0,100*
S460N	500	643	0,290	0,104	172	215	0,250
				0,144	217	290	0,339
				0,173	244	321	0,315
				0,231	270	400	0,481
				0,250	270	350	0,296
Сталь 45 [24]	377	623	0,650	0,400	400	475	0,187
Сталь 45 [13]	352	599	0,700	0,470	404	354	-0,124
Д16	240	420	0,750	0,750	-	-	0,160*
Сталь 45 [25]	340	610	0,794	1,000	-	-	0,200*
1Cr18Ni9Ti	310	605	0,950	(0,200)	(350)	(365)	(0,043)
				0,300	448	501	0,116
				0,400	472	620	0,313
				1,000	570	703	0,230
AA5083	169	340	1,010	(0,231)	(161)	(164)	(0,018)
				0,346	221	246	0,113

1	2	3	4	5	6	7	8
SS316 [21]	260	530	1,040	0,200	281	349	0,242
				0,400	342	538	0,573
				0,600	388	600	0,546
X16H9M2	280	600	1,140	0,500	–	–	0,250*
08X18H10T	320	690	1,160	0,600	–	–	0,300*
SS347	250	590	1,360	0,231	226	338	0,495
				0,346	237	448	0,892
				0,577	252	607	1,411
SS316L	230	565	1,460	0,470	283	400	0,413
				0,600	300	440	0,466
				0,800	350	530	0,514
SS347	246	615	1,500	0,577	328	620	0,890
800H	200	530	1,520	0,100	250	355	0,420
				0,200	300	450	0,500
				0,300	320	500	0,562
				0,400	350	530	0,514
				0,600	375	540	0,440
SS316 [16]	230	600	1,610	0,200	290	490	0,689
SS316 [20]	230	600	1,610	0,530	340	580	0,706
				0,585	370	660	0,783
SS304	260	690	1,650	0,250	265	505	0,906
				0,400	315	620	0,968
SS310	195	560	1,870	0,200	260	–	1,040*

**Примітка.** Зірочкою позначено ступінь зміцнення безпосередньо за даними літературних джерел.

#### Прогнозування додаткового циклічного зміцнення і його аналіз.

Оскільки між ступенями зміцнення за статичного і циклічного навантажування спостерігається чітка кореляційна залежність, представляє інтерес отримати її аналітичний запис. Обробка експериментальних даних для різних класів металічних матеріалів дозволила визначитися з характером цієї залежності. Розглядалися різні варіанти, але найбільш прийнятним є лінійний закон у разі подання даних у напівлогарифмічних координатах (рис. 1). Вперше [9] в аналітичному виді ця залежність записана так:

$$\lg|\alpha| = 0,705\beta - 1,22. \quad (5)$$

Коефіцієнти виразу (5) отримано шляхом апроксимації методом найменших квадратів експериментальних даних групи матеріалів [11–19], які досліджувалися раніше [9]. На рис. 1 залежність (5) зображено суцільною

лінією. Там же точками показано ступені додаткового зміцнення, визначеного за експериментальними даними (таблиця). При цьому не нанесено експериментальні дані, наведені в таблиці в дужках, оскільки вони не вкладаються в розумні межі похибки. Спроба аналізу такої невідповідності дозволила знайти просте пояснення. Виявляється, що ці експериментальні дані отримано при циклічному деформуванні за рівнів амплітуд деформацій, які є виключно пружними, при цьому практично відсутня пластична складова, що відповідає області багатоциклової втоми. За таких обставин ефект додаткового циклічного зміцнення при непропорційному деформуванні майже не проявляється.

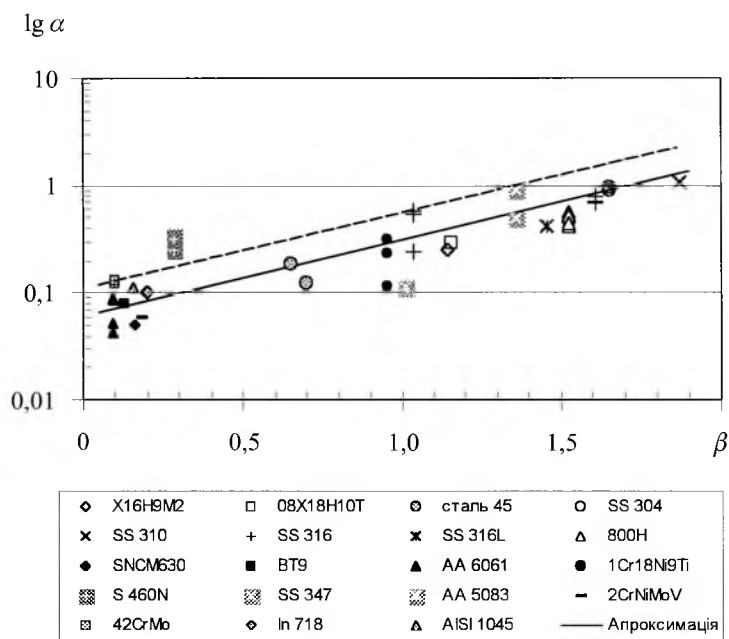


Рис. 1. Залежність між статичним і циклічним зміцненням.

На основі вищезазначеного отримаємо перше важливе обмеження у разі використання залежності (5). При визначенні максимальних рівнів зміцнення залежність (5) можна вважати справедливою для циклічного деформування з рівнями амплітуд пластичних деформацій, що перевищують умовну нижню межу, яка приблизно складає  $\varepsilon_a^p = 0,02\%$ . Для алюмінієвого сплаву AA 5083 значна відмінність експериментального значення параметра  $\alpha$  від прогнозованого для  $\varepsilon_a = 0,345\%$  може бути пояснена саме цією обставиною, оскільки в нашому випадку значення  $\varepsilon_a^p = 0,021\%$ , що дуже близьке до наведеної вище нижньої межі. Зі збільшенням амплітуди деформації слід очікувати і деякого росту параметра  $\alpha$ . Очевидно, що вираз (5) є наближенням, оскільки не враховує залежність ступеня циклічного зміцнення від рівня амплітуди деформації циклу. Так, із даних таблиці видно, що для деяких матеріалів, наприклад для сталей 1Cr18Ni9Ti та SS 347, відмічається значне коливання параметра  $\alpha$  в залежності від рівня амплітуди деформації циклу. Мабуть, існує і верхня межа використання виразу (5) в залежності від

рівня амплітуди циклічних деформацій. За експериментальними даними, що наводяться у цій роботі, її можна визначити на рівні  $\varepsilon_a = 1\%$ .

Таким чином, “коливання” параметра  $\alpha$  в залежності від амплітуди деформації мають місце, проте, для більшості матеріалів вони не значні і ними можна знехтувати (у межах інженерної точності) у порівнянні з тією перевагою, яка відкривається для дослідника – прогнозування деформаційного зміцнення досить простим способом. Але необхідно пам’ятати, що таке прогнозування можна розглядати як певне перше наближення.

На рис. 2,а представлено графік оцінки ефективності прогнозування додаткового зміцнення на основі порівняння розрахункових  $\alpha^{\text{розрах}} (5)$  і експериментальних  $\alpha^{\text{експ}} (3)$  параметрів додаткового зміцнення. Складається враження про їх незадовільну відповідність. Однак, слід пам’ятати, що ми порівнюємо відносні величини. Так, наприклад, якщо додаткове зміцнення складає 20 МПа, то похибка прогнозування на рівні 100% дасть значення додаткового зміцнення 40 МПа. Враховуючи, що додаткове зміцнення відраховується від певного базового рівня напружень, яке зазвичай для більшості матеріалів знаходиться в діапазоні 250...700 МПа, то похибка абсолютних значень зміцнення може складати одиниці відсотків. Для ілюстрації цього на рис. 2,б аналізуються ті ж результати, але в абсолютних величинах. Максимальні рівні зміцнення визначалися з наступного виразу:

$$\sigma^{\text{нпр}} = (1 + \alpha)\sigma^{\text{пр}}, \quad (6)$$

де в залежності від того, який параметр визначався, відповідно використовувалися значення  $\alpha^{\text{розрах}}$  або  $\alpha^{\text{експ}}$ .

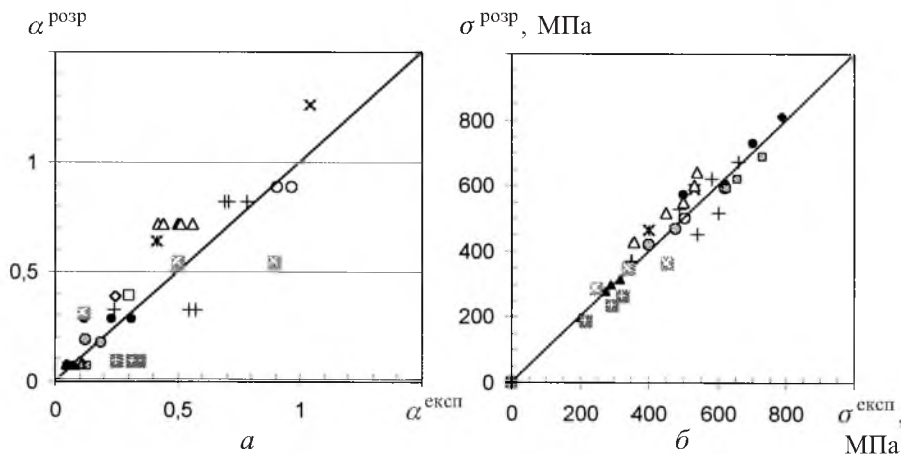


Рис. 2. Порівняння розрахункових і експериментальних значень параметра додаткового зміцнення  $\alpha$  (а) з абсолютними значеннями деформаційного зміцнення (б). (Позначення такі, як і на рис. 1.)

Таке подання даних значно покращує сприйняття результатів. Для більшості матеріалів, що аналізувалися, похибка прогнозування не перевищує  $\pm 10\%$ . Проте, для деяких із них, таких, як сталі S360N, SS347, SS316 [21],

зазначений метод прогнозування виявився не достатньо ефективним. Для цих сталей максимальна похибка відповідно склала 26, 36 і 15%.

Щодо реальних інженерних розрахунків, враховуючи можливу похибку прогнозування, можна скористатись більш консервативною оцінкою (на рис. 1 штрихова лінія), що відповідає збільшенню параметра  $\alpha$  на 30%. Очевидно, що цим ми значно переоцінюємо рівень додаткового зміцнення для великого класу матеріалів, але це іде в запас міцності конструкції.

Циклічні властивості сталі 45 [13] суттєво відрізняються від решти матеріалів, що розглядалися. Рівень деформаційного зміцнення цієї сталі при пропорційному деформуванні виявився вищим за рівень зміцнення при непропорційному деформуванні. Тоді за формулою (3) ми отримуємо параметр зміцнення  $\alpha$  від'ємного значення. Для врахування цього аспекту в лінійній залежності (5) параметр  $\alpha$  береться по модулю. Саме цей момент є незначним уточненням виразу для прогнозування максимальних рівнів зміцнення [9]. У зв'язку з останньою модифікацією виникає додаткове питання: з яким знаком необхідно використовувати параметр  $\alpha$  при прогнозуванні деформаційного зміцнення за формулою (6)? Мабуть, відповідь можна дістати лише при проведенні спеціалізованих металографічних досліджень структури матеріалу при врахуванні особливостей технології його виготовлення. Однак можна стверджувати, що у переважній більшості випадків параметр  $\alpha$  є додатнім.

## Висновки

1. Установлено кореляційну залежність між стандартними характеристиками матеріалу і ступенем додаткового зміцнення при непропорційному циклічному деформуванні.

2. Уперше запропоновано аналітичний вираз для описування цієї залежності. Показано придатність її використання для інженерних розрахунків.

## Резюме

Исходя из анализа диаграм деформирования металлических материалов при статическом и циклическом деформировании предложен приближенный метод определения максимальных уровней деформационного упрочнения при непропорциональном малоцикловом нагружении с контролем по деформации. На основе корреляции между данными деформационного упрочнения, определяемого из статической диаграммы и циклических диаграмм при пропорциональном и непропорциональном деформировании, построена приближенная аналитическая зависимость, позволяющая прогнозировать максимальные уровни деформационного упрочнения при непропорциональном малоцикловом нагружении.

1. Macha E. A review of energy-based multiaxial fatigue failure criteria // Arch. Mech. Eng. – 2001. – **68**, No. 1. – P. 71 – 101.
2. McDowell D. L. Simple experimentally motivated cyclic plasticity model // J. Eng. Mech. – 1987. – **113**, No. 3. – P. 387 – 397.



3. Беналлал А., Марки Д. Определяющие уравнения упруговязкопластичности для непропорционального циклического нагружения // Теорет. основы инж. расчетов. – 1988. – № 3. – С. 68 – 76.
4. Дунг С., Соси Д. Ф. Разработка определяющей модели для описания поведения металлов в условиях непропорционального циклического нагружения // Сов. машиностроение. Сер. Б. – 1991. – № 5. – С. 17 – 27.
5. *Trampezynski W. and Mroz Z.* Anisotropic hardening model and its application to cyclic loading // *Int. J. Plasticity.* – 1992. – 8. – P. 925 – 946.
6. Бородий М. В. К вопросу об определении коэффициента непропорциональности цикла // Пробл. прочности. – 1995. – № 5-6. – С. 29 – 38.
7. Каталог данных по механическим свойствам и расчетным характеристикам конструкционных материалов в области малоциклового усталости. – М.: Ин-т машиноведения, 1990. – 400 с.
8. *NRIM Fatigue Data Sheet.* – Tokyo National Research Institute for Metals, 1978. – 2004.
9. *Borodii M. V. and Strizhalo V. O.* Hardening and lifetime prediction under biaxial low-cycle fatigue // *Proc. 7th Int. Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture.* – Berlin, 2004. – P. 279 – 284.
10. Шукаєв С. М. Про зв'язок енергії дефекту упаковки з деформаційним зміцненням та довговічністю металів і сплавів при непропорційному малоцикловому навантаженні // Наук. вісті Нац. техн. ун-ту України "Київський політехнічний інститут". – 2000. – № 5. – С. 97 – 102.
11. *Kazantsev A. G. and Makhutov N. A.* Low-cycle fatigue of anisotropic steel under nonproportional loading // *Proc. 5th Int. Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture.* – Cracow, 1997. – I. – P. 125 – 139.
12. *Shukayev S. N.* Criteria for limiting condition of metal alloy under biaxial low-cycle fatigue // *Proc. 5th Int. Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture.* – Cracow, 1997. – I. – P. 207 – 220.
13. *Chen X, Xu Sh. Y., and Hung D. X.* Critical plane-strain energy density criterion of multiaxial low-cycle fatigue life // *Proc. 7th Int. Fatigue Cong.* – Beijing, 1999. – I. – P. 959 – 964.
14. *Iton T., Nakata T., Sakane M., and Ohnami M.* Nonproportional low-cycle fatigue of 6061 aluminium alloy under 14 strain paths // *Proc. 5th Int. Conf. Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture.* – Cracow, 1997. – I. – P. 173 – 187.
15. Дунг С., Соси Д. Ф., Робертсон И. Дислокационная субструктура и упрочнение при непропорциональном нагружении // Сов. машиностроение. Сер. Б. – 1991. – № 4. – С. 32 – 43.
16. *Tanaka E., Murakami S., and Ooka M.* Effects of strain path shapes on nonproportional cyclic plasticity // *J. Mech. Phys. Sol.* – 1985. – 33. – P. 559 – 575.
17. *He G. O., Chen Ch. Shu., and Gao Q.* Nonproportional low-cycle fatigue under multiaxial loading for 316L stainless steel // *Proc. 7th Int. Fatigue Cong.* – Beijing, 1999. – I. – P. 917 – 922.

18. Han C., Chen X., and Kim K. S. Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading // Int. J. Fatigue. – 2002. – **24**. – P. 913 – 922.
19. Portella P. D. and Osterle W. Mechanical behavior and microstructural evaluation of alloy 800H under biaxial cyclic loading // Proc. 7th Int. Fatigue Cong. – 1999. – **II**. – P. 911 – 916.
20. Benallal A. and Marquis D. An experimental investigation of cyclic hardening of 316 stainless steel under complex multiaxial loadings // Trans. 9th SMIRT. – 1987. – **L**. – P. 385 – 393.
21. Ohashi Y., Tanaka E., and Ooka M. Plastic deformation behavior of type 316 stainless steel subject to out-of-phase strain loading // J. Eng. Mater. Tech. – 1985. – No. 4. – P. 286 – 292.
22. Chen X., An K., and Kim K. S. Low-cycle fatigue of 1Cr–18Ni–9Ti stainless steel and related weld metal under axial, torsional and 90° out-of-phase loading // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2004. – **27**. – P. 439 – 448.
23. Hoffmeyer J. Anrisslebensdauervorhersage bei mehrachsiger Beanspruchung auf Basis des Kurzrissskonzepts: Dissertation. – Darmstadt, 2005. – 25 S.
24. Shang D. G., Wang D. J., and Yao W. X. A simple approach to the description of multiaxial cyclic stress-strain relationship // Int. J. Fatigue. – 2000. – **22**. – P. 251 – 256.
25. Зубчанинов В. Г., Охлопков Н. Л. Упрочнение конструкционных материалов при сложном деформировании по замкнутым плоским траекториям // Пробл. прочности. – 1997. – № 3. – С. 19 – 29.
26. Chen X., Gao Q., and Sun X.-F. Low-cycle fatigue under nonproportional loading // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1996. – **19**, No. 7. – P. 839 – 854.
27. Socie D. F. Multiaxial fatigue damage models // ASME J. Eng. Mater. Tech. – 1987. – **109**. – P. 293 – 298.
28. Fatemi A. and Socie D. F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading // Fatigue Eng. Mater. Struct. – 1988. – **14**. – P. 149 – 165.

Поступила 21. 02. 2005