

Устойчивость и несущая способность упругих подкрепленных цилиндрических оболочек

Г. Д. Гавриленко, В. И. Мацнер

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Разработан аналитический метод определения верхних критических нагрузок для упругих цилиндрических оболочек с перекрестным подкреплением. Используются уравнения равновесия в перемещениях. Получено аналитическое выражение для оценки критических напряжений в безмоментных оболочках. Предложен способ оценки нижнего предела несущей способности оболочек с применением метода уменьшенной жесткости. Результаты расчетов сравниваются с известными теоретическими и экспериментальными данными.

Ключевые слова: устойчивость подкрепленных оболочек, несущая способность, нижний предел, аналитический метод.

Введение. Основные способы расчета устойчивости подкрепленных оболочек предполагают использование аналитических или численных методов. Несомненным достоинством аналитических методов является то, что они позволяют по простым аналитическим выражениям проводить анализ критических нагрузок.

Используется простой подход, предполагающий докритическое состояние подкрепленной оболочки безмоментным и однородным. Известная методика с применением уравнений смешанной формы, анализ восьми случаев потери устойчивости, а также определение минимальной верхней критической нагрузки и сравнение теории с экспериментом описаны ранее [1].

В отличие от [1] в работе используются уравнения в перемещениях, уточняются критические нагрузки, соответствующие 17 различным случаям потери устойчивости. Проведено сравнение верхних критических нагрузок [1] с таковыми, полученными по предложенному методу. Приводится также оценка нижнего предела несущей способности подкрепленных оболочек, сопоставляемая с экспериментальными результатами. Этот подход использован в [2, 3].

Для рассмотренных оболочек основной формой потери устойчивости оказалась панельная, т.е. потеря устойчивости обшивки в панелях между стрингерами и шпангоутами.

Методика расчета. В настоящей работе методика [4] обобщается на исследование устойчивости цилиндрической оболочки, подкрепленной ребрами жесткости в двух направлениях (рис. 1). Деформации и кривизны срединной поверхности обшивки выражаются через компоненты перемещений следующим образом:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right), \quad \varepsilon_{x\theta} = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (1)$$

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_\theta = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right), \quad \chi_{x\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (2)$$

Возникающие при деформировании усилия N_x , N_θ , $N_{x\theta}$ и моменты M_x , M_θ , $M_{x\theta}$ связаны с деформациями и изменениями кривизн зависимостями

$$\begin{aligned} N_x &= K(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_\theta + \alpha_s \bar{\varepsilon}_x); & M_x &= D(\beta_x \chi_x + \mu \chi_\theta); \\ N_\theta &= K(\mu\varepsilon_x + \varepsilon_\theta + \alpha_r \bar{\varepsilon}_\theta); & M_\theta &= D(\mu \chi_x + \beta_\theta \chi_\theta); \\ N_{x\theta} &= (1 - \mu)K \varepsilon_{x\theta}/2; & M_{x\theta} &= D(1 - \mu)(\chi_{x\theta} + \beta_{x\theta} \bar{\chi}_{x\theta}). \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (1)–(3) приняты такие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_x &= 1 + \alpha_s; & \beta_x &= 1 + \beta_s; & \alpha_s &= E_s F_s / K l_s; & \beta_s &= E_s I_s / D l_s; \\ \alpha_\theta &= 1 + \alpha_r; & \beta_\theta &= 1 + \beta_r; & \alpha_r &= E_r F_r / K l_r; & \beta_r &= E_r I_r / D l_r; \\ \beta_{x\theta} &= \beta_{x\theta}^s + \beta_{x\theta}^r; & \beta_{x\theta}^s &= 6 I_{krs} / t^3 l_s; & \beta_{x\theta}^r &= 6 I_{krr} / t^3 l_r; \\ l_s &= 2\pi r / n_s; & l_r &= l / (n_r + 1); & K &= Et / (1 - \mu^2); & D &= Kt^2 / 12; \\ \bar{\varepsilon}_x &= \varepsilon_x - z_s \chi_x; & \bar{\varepsilon}_\theta &= \varepsilon_\theta - z_r \chi_\theta; & \bar{\chi}_{x\theta} &= \frac{\partial^2 w}{r \partial x \partial \theta}, \end{aligned}$$

n_s – число стрингеров; F_s , I_s , I_{krs} , z_s – соответственно площадь поперечного сечения, момент инерции, момент инерции при кручении и эксцентриситет s -го стрингера; l_s – расстояние между стрингерами; n_r , F_r , I_{krr} , z_r , l_r – аналогичные величины для шпангоутов; E , μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки; E_s , E_r – модули упругости соответственно материала стрингеров и шпангоутов.

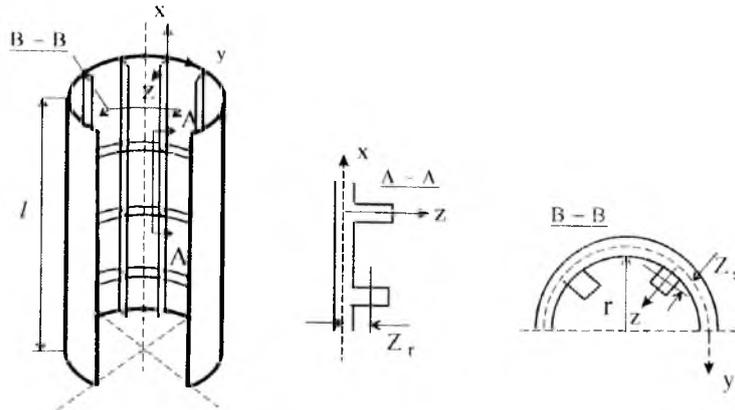


Рис. 1. Схема ребристой оболочки.

Оболочка подвержена равномерному продольному сжатию и в ней в безмоментном основном состоянии возникает продольное усилие

$$N_x^F = -\sigma t \alpha_1, \quad (4)$$

где σ – докритическое сжимающее нормальное напряжение; $\alpha_1 = 1 + \alpha_{1s}$; $\alpha_{1s} = F_s/tl_s$.

Потенциальную энергию рассматриваемой оболочки V запишем как сумму потенциальных энергий V_2 и A_2 :

$$V = V_2 + A_2, \quad (5)$$

где

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l [N_x \varepsilon_x + N_\theta \varepsilon_\theta + 2N_{x\theta} \varepsilon_{x\theta}] r d\theta dx + \\ + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l [M_x \chi_x + M_\theta \chi_\theta + (2M_{x\theta} \chi_{x\theta} + \beta_{x\theta} \bar{\chi}_{x\theta})] r d\theta dx; \quad (6)$$

$$A_2 = A_{2cl} \quad \text{или} \quad A_{2rsm} \quad (7)$$

(A_{2cl} – для задач об устойчивости; A_{2rsm} – для задач о несущей способности);

$$A_{2cl} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l [(N_x^F \varepsilon_x'' + n_x'' E_x^F) + (N_\theta^F \varepsilon_\theta'' + n_\theta'' E_\theta^F)] r d\theta dx; \quad (8)$$

$$A_{2rsm} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l [(N_x^F \varepsilon_x'' + n_x'' E_x^F) + N_\theta^F \varepsilon_\theta''] r d\theta dx \quad (9)$$

или

$$A_{2rsm} = A_{2cl} - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l n_\theta'' E_\theta^F r dx d\theta; \quad (10)$$

$$N_x^F = K(\alpha_x E_x^F + \mu E_\theta^F); \quad N_\theta^F = K(\mu E_x^F + \alpha_\theta E_\theta^F); \\ n_x'' = K(\alpha_x \varepsilon_x'' + \mu \varepsilon_\theta''); \quad n_\theta'' = K(\mu \varepsilon_x'' + \alpha_\theta \varepsilon_\theta''); \\ \varepsilon_x'' = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_\theta'' = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{r \partial \theta} \right)^2. \quad (11)$$

На основании формул (4) и (11) находим величины продольных и окружных деформаций:

$$(E_x^F, E_\theta^F) = -B_{11} \frac{\sigma}{E} \alpha_1 \{\alpha_\theta; -\mu\}, \quad (12)$$

где

$$B_{11} = (1 - \mu^2) / (\alpha_x \alpha_\theta - \mu^2).$$

С учетом (3) и (11) энергии V_2 и A_2 представим в виде

$$V_2 = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \left\{ \varepsilon_x^2 + 2\mu \varepsilon_x \varepsilon_\theta + \varepsilon_\theta^2 + \frac{1-\mu}{2} \varepsilon_{x\theta}^2 + \alpha_s (\varepsilon_x - z_s \chi_x)^2 + \alpha_r (\varepsilon_\theta - z_r \chi_\theta)^2 + \right. \\ \left. + \frac{t^2}{12} [\beta_x \chi_x^2 + 2\mu \chi_x \chi_\theta + \beta_\theta \chi_\theta^2 + (1-\mu)(2\chi_{x\theta}^2 + \beta_{x\theta} \bar{\chi}_{x\theta}^2)] \right\} r dx d\theta; \quad (13)$$

$$A_{2cl} = -K \int_0^{2\pi} \int_0^l [N_x^F \varepsilon_x'' + N_\theta^F \varepsilon_\theta''] r dx d\theta; \quad (14)$$

$$A_{2rsm} = A_{2cl} - \frac{K}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l E_\theta^F (\mu \varepsilon_x'' + \alpha_\theta \varepsilon_\theta'') r dx d\theta. \quad (15)$$

Подставив выражения (1), (2) в (13), а (4), (11) и (12) – в (14), (15), получим

$$V_2 = \frac{K}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \left\{ \alpha_x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{2\mu}{r} \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) + \frac{\alpha_\theta}{r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{r \partial \theta} \right)^2 + \delta_s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - z_s \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\delta_r}{r^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[z_r \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - 2 \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w \right) \right] + \frac{t^2}{12} \left[\beta_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\beta_\theta}{r^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{(1-\mu)}{r^2} \left[2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \beta_{x\theta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)^2 \right] \right\} r dx d\theta; \quad (16)$$

$$A_{2cl} = -\frac{K}{2} \frac{\sigma}{E} (1-\mu^2) \alpha_1 \int_0^{2\pi} \int_0^l \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 r dx d\theta; \quad (17)$$

$$A_{2rsm} = A_{2cl} - \frac{K}{2} \frac{\sigma}{E} B_{11} \alpha_1 \int_0^{2\pi} \int_0^l \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \alpha_\theta \left(\frac{\partial w}{r \partial \theta} \right)^2 \right] \mu r dx d\theta, \quad (18)$$

где

$$\delta_s = z_s \alpha_s; \quad \delta_r = z_r \alpha_r.$$

Выражения для компонент перемещений, удовлетворяющих условия шарнирного опирания, выбираем в виде

$$\begin{aligned} u &= \cos \lambda x / r (u_1 \cos i_1 \theta + u_2 \sin i_2 \theta); \\ v &= \sin \lambda x / r (v_1 \sin i_1 \theta + v_2 \cos i_2 \theta); \\ w &= \sin \lambda x / r (w_1 \cos i_1 \theta + w_2 \sin i_2 \theta), \end{aligned} \quad (19)$$

где $u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$ – произвольные постоянные; $\lambda = j\pi r/l$; j – число полуволин по длине; i_1, i_2 – число окружных волн. Функции u_1, v_1, w_1 описывают изгиб ребер, u_2, v_2, w_2 – их кручение.

После подстановки выражения (19) в (16)–(18) и использования обычной процедуры энергетического метода находим решения для задач об устойчивости безмоментных оболочек:

$$\left(\frac{\sigma}{E}\right)_{cr} = \frac{1}{(A''_{33})_{cl}} \left[A_{33} + \frac{2A_{12}A_{13}A_{23} - A_{11}A_{23}^2 - A_{22}A_{13}^2}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right] \quad (20)$$

и о несущей способности этих оболочек:

$$\left(\frac{\sigma}{E}\right)_{rsm} = \frac{1}{(A''_{33})_{rsm}} \left[A_{33} + \frac{2A_{12}A_{13}A_{23} - A_{11}A_{23}^2 - A_{22}A_{13}^2}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \right], \quad (21)$$

где

$$\begin{cases} A_{11} = \alpha_x \lambda^2 + \frac{1-\mu}{2} i^2; & A_{12} = -i\lambda \frac{1+\mu}{2}; & A_{13} = \lambda(\mu - \alpha_s \bar{z}_s \lambda^2); \\ A_{22} = \frac{1-\mu}{2} \lambda^2 + c_\theta i^2 + \frac{1}{a} [i^2 \beta_\theta + 2(1-\mu)\lambda^2]; \\ A_{23} = -i - \frac{i}{a} (\beta_\theta i^2 + (2-\mu)\lambda^2) - i\alpha_r (1 - \bar{z}_r)(1 - i^2 \bar{z}_r); \\ A_{33} = 1 + \frac{1}{a} \left[\beta_x \lambda^4 + \beta_\theta i^4 + 2\lambda^2 i^2 \left(1 + \frac{1-\mu}{2} \beta_{x\theta} \right) \right] + \\ \quad + \alpha_s \bar{z}_s^2 \lambda^4 + \alpha_r (1 - \bar{z}_r i^2)^2; \\ (A''_{33})_{cl} = (1 - \mu^2) \alpha_1 \lambda^2; \\ (A''_{33})_{rsm} = (A''_{33})_{cl} + \frac{1}{2} B_{11} \alpha_1 (\lambda^2 \mu + i^2 \alpha_\theta \mu); \\ \bar{z}_s = z_s / r; \quad \bar{z}_r = z_r / r; \quad c_\theta = 1 + \alpha_r (1 - \bar{z}_r)^2; \quad a = 12r^2 / t^2. \end{cases} \quad (22)$$

Зависимости (20), (21) позволяют получить решения как для оболочек, подкрепленных ребрами в двух направлениях, так и для оболочек, подкрепленных ребрами в одном направлении.

Если в (22) положить $\alpha_2 = 1$, $\alpha_r = 0$, $c_\theta = 1$, $\beta_\theta = 1$, получим решения (20) и (21) для стрингерной оболочки с новыми коэффициентами:

$$\left\{ \begin{aligned} A_{11} &= \alpha_x \lambda^2 + \frac{1-\mu}{2} i^2; & A_{12} &= -i\lambda \frac{1+\mu}{2}; & A_{13} &= \lambda(\mu - \alpha_s \bar{z}_s \lambda^2); \\ A_{22} &= \frac{1-\mu}{2} \lambda^2 + i^2 + \frac{1}{a} [i^2 + 2(1-\mu)\lambda^2]; \\ A_{23} &= -i - \frac{i}{a} (i^2 + (2-\mu)\lambda^2); \\ A_{33} &= 1 + \frac{1}{a} \left[\beta_x \lambda^4 + i^4 + 2\lambda^2 i^2 \left(1 + \frac{1-\mu}{2} \beta_{x\theta}^s \right) \right] + \alpha_s \bar{z}_s^2 \lambda^4; \\ (A''_{33})_{cl} &= (1-\mu^2)\alpha_1 \lambda^2; & (A''_{33})_{rsm} &= (A''_{33})_{cl} + \frac{1}{2} B_{11} \alpha_1 \mu (\mu \lambda^2 + i^2); \\ \bar{z}_s &= z_s / r; & \beta_{x\theta} &= \beta_{x\theta}^s; & B_{11} &= (1-\mu^2) / (\alpha_x - \mu^2). \end{aligned} \right. \quad (23)$$

Если в (22) положить $\alpha_s = 0$, $\alpha_x = 1$, $\beta_x = 1$, получим коэффициенты и решение для оболочки, подкрепленной шпангоутами:

$$\left\{ \begin{aligned} A_{11} &= \lambda^2 + \frac{1-\mu}{2} i^2; & A_{12} &= -i\lambda \frac{1+\mu}{2}; & A_{13} &= \lambda \mu; \\ A_{22} &= \frac{1-\mu}{2} \lambda^2 + c_\theta i^2 + \frac{1}{a} [i^2 \beta_\theta + 2(1-\mu)\lambda^2]; \\ A_{23} &= -i - \frac{i}{a} (\beta_\theta i^2 + (2-\mu)\lambda^2) + i\alpha_r (1 - \bar{z}_r) (1 - i^2 \bar{z}_r); \\ A_{33} &= 1 + \frac{1}{a} \left[\lambda^4 + \beta_\theta i^4 + 2\lambda^2 i^2 \left(1 + \frac{1-\mu}{2} \beta_{x\theta}^r \right) \right] + \alpha_r (1 - \bar{z}_r i^2)^2; \\ (A''_{33})_{cl} &= (1-\mu^2)\lambda^2; \\ (A''_{33})_{rsm} &= (A''_{33})_{cl} + \frac{1}{2} B_{11} [\lambda^2 \mu (\mu + i^2 \alpha_\theta)]; \\ \bar{z}_r &= z_r / r; & c_\theta &= 1 + \alpha_r (1 - \bar{z}_r)^2; & \beta_{x\theta} &= \beta_{x\theta}^r; \\ B_{11} &= (1-\mu^2) / (\alpha_\theta - \mu^2). \end{aligned} \right. \quad (24)$$

Теоретические результаты и сравнение их с экспериментальными.

По предложенной методике выполнены расчеты двух партий оболочек, приведенных ранее [1]. К первой партии относились оболочки с переменным числом продольных ребер ($n_s = 24, 32, 40, 48$) и одинаковым числом кольцевых ($n_r = 4$). Оболочки имели следующие безразмерные параметры: $l/r = 2,08$; $r/t = 400$; $t = 0,3$ мм; внешние продольные ребра (уголки сечением $2,5 \times 2,5 \times 0,3$ мм) и внутренние кольцевые ребра (уголки сечением $5 \times 2,5 \times 0,3$ мм). Вторая партия оболочек ($l/r = 2,25$, $r/t = 400$, $t = 0,5$ мм) состояла из девяти кольцевых ребер и переменного числа продольных ($n_s = 16, 32, 48$,

64). Подкрепляющие ребра уголкового поперечного сечения имели размеры: продольные $4 \times 3,5 \times 0,5$ мм и кольцевые $4 \times 8 \times 0,5$ мм. Продольные ребра прикреплялись широкой полкой с внешней стороны оболочки, кольцевые – узкой полкой с внутренней стороны. Толщина стенки оболочки $t = 0,5$ мм. Все соединения выполнены с помощью точечной электросварки. Модуль упругости материала E (алюминиевый сплав АМгбМ) принимался равным $6,8 \cdot 10^4$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$.

Рассмотрены 17 вариантов расчета, соответствующих различным формам потери устойчивости. Для этого введена следующая их классификация. В специально разработанной программе расчета ORT_GMS для описания основных характеристик использовались признаки P_i , где i изменяется от 1 до 6. Первые три (P_1, P_2, P_3) признака гарантируют учет жесткости стрингеров при растяжении–сжатии, изгибе, крутильной жесткости, вторые три (P_4, P_5, P_6) – аналогичные величины для шпангоутов. Если любой из признаков равен нулю, значит, соответствующая величина не участвует в расчете.

Исследованы следующие случаи потери устойчивости. Общий: все стрингеры и шпангоуты работают на растяжение–сжатие, изгиб и кручение и восемь частных случаев, каждый из которых имеет свой подслучай.

Первый: стрингеры работают на растяжение–сжатие и изгибаются, шпангоуты работают аналогично общему случаю; первый подслучай отличается от первого случая тем, что не учитывается жесткость стрингеров и шпангоутов при растяжении–сжатии.

Второй: стрингеры только закручиваются, шпангоуты учитываются аналогично общему случаю; второй подслучай отличается от второго случая тем, что в нем не учитывается жесткость шпангоутов при растяжении–сжатии.

Третий: стрингеры работают как в общем случае, а в шпангоутах не учитывается жесткость при кручении; третий подслучай отличается от третьего случая тем, что дополнительно не учитывается жесткость стрингеров и шпангоутов при растяжении–сжатии.

Четвертый: стрингеры работают как в общем случае, шпангоуты работают только на кручение; четвертый подслучай аналогичен четвертому случаю, но в нем не учитывается жесткость стрингеров при растяжении–сжатии.

Пятый: стрингеры работают на растяжение–сжатие и изгиб, шпангоуты только на кручение; пятый подслучай аналогичен пятому случаю, но в нем не учитывается жесткость стрингеров при растяжении–сжатии.

Шестой: стрингеры только закручиваются, шпангоуты работают на растяжение–сжатие и изгиб; шестой подслучай аналогичен шестому случаю, но в нем не учитывается жесткость шпангоутов при растяжении–сжатии.

Седьмой: стрингеры и шпангоуты работают на растяжение–сжатие и изгиб; седьмой подслучай аналогичен седьмому случаю, но в нем не учитывается жесткость при растяжении–сжатии как стрингеров, так и шпангоутов.

Восьмой: стрингеры и шпангоуты только закручиваются; в восьмом подслучае учитываются только ограничения на вид деформации.

Получается 17 возможных вариантов расчета, для которых определяются безразмерные величины P_{cr}/P_{cl} – параметр верхней критической нагрузки, отнесенной к $P_{cl} = 0,605EFt/r$ (F – площадь торцевого сечения оболочки), и P_{rsm}/P_{cl} – нижний предел критической нагрузки, определенный по методу уменьшенной жесткости.

Такая классификация выбрана не случайно, а с целью сохранения преемственности, так как описание общего случая и восьми подслучаев принадлежит И. Я. Амиро [1]. Отличие между описанием И. Я. Амиро и нашим состоит в том, что он использовал уравнения смешанной формы, а мы – уравнения в перемещениях. Поскольку в [1] не учитывается работа стрингеров и шпангоутов на растяжение–сжатие, то число частных случаев в ней вдвое меньше.

Результаты расчетов и экспериментальные данные работы [1] представлены в таблице для первой и второй партий оболочек.

Минимальные параметры критических нагрузок из возможных 17 вариантов в основном соответствуют панельной форме потери устойчивости (восьмой основной случай) для всех рассмотренных оболочек.

Данные экспериментальных и теоретических исследований

Число ребер		Критические напряжения						$\frac{\sigma_e}{\sigma_{cl}}$	$\Delta_{up}, \%$	$\Delta_l, \%$
		Эксперимент		Безразмерные теоретические значения						
n_r	n_s	$\sigma_e, \text{МПа}$	$\Delta_{max}, \%$	Вид деформации	$\frac{\sigma_{rsm}}{\sigma_{cl}}$	$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cl}}$	$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{cl}}$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Для первой партии оболочек										
4	24	48,0 58,2 61,2	21,5	Четвертый подслучай	0,754	1,02	1,03	0,47 0,57 0,59	117 80 73	[60,4] (74,0) [32,3] (43,0) [27,8] (38,0)
4	32	70,4 75,5 80,6	12,6	Панельная форма (8)	0,601	1,05	1,08	0,68 0,73 0,78	54,4 43,8 34,6	[-11,6] (-18,0) [-17,7] (-22,0) [-22,9] (-26,0)
4	40	80,6 84,7 85,7	6	То же	0,744	1,10	1,17	0,78 0,82 0,83	41,0 34,1 32,5	[-4,6] (-9,8) [-9,2] (-14,0) [-10,4] (-15,0)
4	48	83,7 88,8 90,8	7,8	» »	0,978	1,29	1,40	0,81 0,86 0,88	59,2 50,0 46,6	[20,7] (9,3) [13,7] (3,0) [11,1] (0,7)
Для второй партии оболочек										
9	16	69,0 89,5 89,5	23	Панельная форма (8)	0,848	1,05	1,09	0,67 0,87 0,87	57 21 21	[26,5] (21,0) [-2,5] (-6,8) [-2,5] (-6,8)
9	32	77,0 78,4 100,0	22	То же	0,857	1,06	1,13	0,75 0,76 0,97	41 40 9	[14,3] (8,2) [12,8] (6,4) [-11,6] (16,0)

продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9	48	87,9 103,0 103,0	14,7	То же	0,993	1,33	1,26	0,85 1,00 1,00	56 33 33	[16,8] (4,3) [-0,7] (-11,0) [-0,7] (-11,0)
9	64	118,5 118,5 122,1	3	» »	1,63	2,07	1,29	1,15 1,15 1,18	80 80 75	[41,7] (19,0) [41,7] (19,0) [38,1] (16,0)

Примечание: σ_e – критические напряжения, полученные экспериментально; Δ_{\max} – разброс минимальных и максимальных экспериментальных величин (по отношению к максимальным); σ_{rsm}/σ_{cl} – безразмерные величины параметров нижних критических нагрузок, определенные по методу уменьшенной жесткости; σ_{cr}/σ_{cl} – параметры верхних критических нагрузок, найденные по предложенной методике; $\sigma_{\min}/\sigma_{cl}$ – аналогичные параметры, взятые из работы [1]; для гладкой оболочки $\sigma_{cl} = 0,605Et/r$; Δ_{up} – расхождения между σ_{cr}/σ_{cl} и σ_e/σ_{cl} по отношению к σ_e/σ_{cl} ; Δ_l – расхождения между σ_{rsm}/σ_{cl} и σ_e/σ_{cl} по отношению к экспериментальным величинам; цифры в квадратных скобках соответствуют восьмому случаю, в круглых – восьмому подслучаю.

На рис. 2,а представлены зависимости σ_{cr}/σ_{cl} от n_s для оболочек первой партии. Сплошная линия соответствует расчету по предложенной методике, пунктирная линия построена по данным работы [1]. Для восьмого случая потери устойчивости эти линии практически совпадают. Штриховая линия соответствует восьмому подслучаю, в котором не учитывалась крутильная жесткость ребер, форма деформации та же, что и в восьмом, основном случае. Расчетные данные (штриховая линия) ближе всего расположены к экспериментальным (нанесены в виде точек), но численные значения оказываются значительно выше последних и не могут быть использованы в расчетах.

Рис. 2,б иллюстрирует зависимость σ_{rsm}/σ_{cl} от n_s для этих же оболочек (сплошная линия). Расчетные данные [1] (пунктирная линия) расположены значительно выше экспериментальных. Сплошная линия определяет нижний предел критических нагрузок и оказывается заметно ближе к результатам эксперимента. Штриховая линия (восьмой подслучай) также может использоваться для оценки нижнего предела критических нагрузок.

Зависимости σ_{cr}/σ_{cl} от n_s для оболочек второй партии приведены на рис. 2,в. Для 16 и 32 стрингеров сплошная и пунктирная линии расположены близко одна к другой. Величины параметров для 48 и 64 стрингеров вышли за пределы упругих деформаций. В работе [1] это учитывалось косвенно и поэтому расчетные данные (пунктирная линия) оказались ближе к экспериментальным. Штриховая линия (восьмой, основной случай) также резко отклонилась от экспериментальных точек. Поэтому эти кривые нельзя использовать для оценки экспериментальных величин, хотя штриховая линия близка к данным для 16 и 32 стрингеров.

Рис. 2,г иллюстрирует зависимость σ_{rsm}/σ_{cl} от n_s (сплошная линия для восьмого случая, штриховая – для восьмого подслучая). Величины нижних пределов (штриховая линия) располагаются значительно ближе к экспе-

риментальным данным, чем полученные по методике [1] (пунктирная линия). Величины параметров σ_{rsm}/σ_{cl} для 64 стрингеров выходят за пределы упругих деформаций, что показано в работе [1], и предложенная методика может давать погрешность, поскольку в ней это не учитывается.

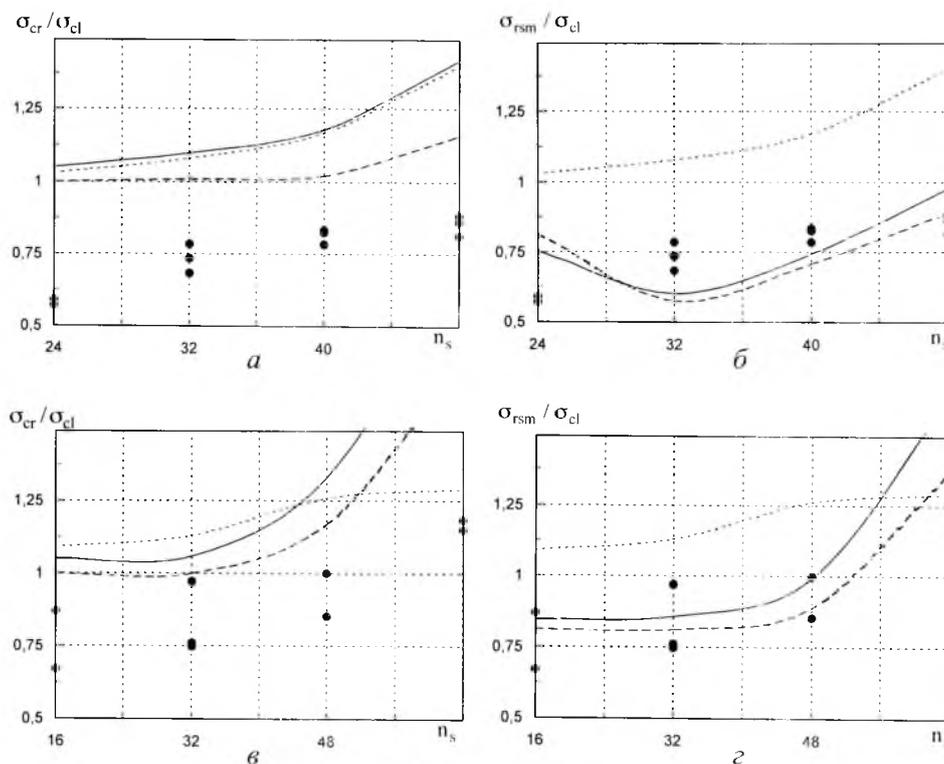


Рис. 2. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) зависимости безразмерных параметров σ_{cr}/σ_{cl} – верхних и σ_{rsm}/σ_{cl} – нижних критических нагрузок от числа стрингеров n_s для первой (а, б) и второй (в, г) партий оболочек.

Результаты можно уточнить с помощью методики численного расчета [5, 6], а поверочный расчет выполнить по методике, описанной ранее [7].

Заключение. Предложенный метод расчета позволяет оценить верхние значения параметров критических нагрузок, определяемых по известному классическому подходу для идеальных безмоментных оболочек. Из их числа выделяется минимальное значение параметра и соответствующая форма потери устойчивости (с известными i и j и соответствующим случаем потери устойчивости). Эти величины, как известно, всегда очень завышены по сравнению с экспериментальными результатами и, строго говоря, их следует с большой осторожностью сравнивать лишь с экспериментальными максимальными значениями для соответствующей оболочки, а не со всеми, что снижает процент различия между результатами расчета и эксперимента, но положение существенно не улучшает. Вызвано это тем, что в реальных оболочках всегда имеют место начальные несовершенства, которые не учитываются в безмоментной схеме расчета.

Настоящий подход существенно улучшает соответствие между расчетными данными и экспериментальными. Он связан с использованием метода уменьшенной жесткости, который позволяет априори дать приближенную оценку нижних пределов критических нагрузок для реальных оболочек. Полученные результаты можно уточнить, если учитывать моментное докритическое состояние (даже без учета конкретных несовершенств), что снизит, как известно, результаты расчета для идеальных оболочек на 10...15%.

Описан простой прием оценки нижних пределов критических нагрузок в реальных оболочках, характеризующих их несущую способность на стадии упругого деформирования. Его можно использовать на стадии концептуального проектирования тонкостенных конструкций.

Резюме

Розроблено аналітичний метод визначення верхніх критичних навантажень для пружних циліндричних оболонок із перехресним підкріпленням. Використовуються рівняння рівноваги в переміщеннях. Отримано аналітичний вираз для оцінки критичних напружень у безмоментних оболонках. Запропоновано підхід до оцінки нижньої границі несучої здатності оболонок із застосуванням методу зменшеної жорсткості. Результати розрахунків порівнюються з відомими теоретичними та експериментальними даними.

1. *Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Поляков П. С.* Ребристые цилиндрические оболочки. – Киев: Наук. думка, 1987. – 245 с.
2. *Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И., Ситник А. С.* Устойчивость оболочек, по форме близких к цилиндрическим // Пробл. прочности. – 2003. – № 3. – С. 30 – 44.
3. *Gavrilenko G. D.* Numerical and analytical approaches to the stability analysis of imperfect shells // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, No. 9. – P. 1029 – 1045.
4. *Gavrilenko G. D. and Matsner V. I.* The stability and load-carrying capacity of cylindrical shells with axisymmetrical dents // Ibid. – 2002. – **38**, No. 7. – P. 861 – 870.
5. *Гавриленко Г. Д.* Устойчивость ребристых цилиндрических оболочек при неоднородном напряженно-деформированном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1989. – 176 с.
6. *Gavrilenko G. D.* Stability of cylindrical shells with local imperfections // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, No. 12. – P. 1496 – 1500.
7. *Гавриленко Г. Д.* Устойчивость ребристых оболочек несовершенной формы. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1999. – 190 с.

Поступила 05. 08. 2004