

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.4

Рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов. Сообщение 3. Деформационные и энергетические критерии

В. Т. Трощенко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Рассматриваются методы ускоренного определения предела выносливости металлов и сплавов, основывающиеся на анализе закономерностей неупругого деформирования, деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения, а также методы прогнозирования долговечности с использованием этих критериев.

Ключевые слова: предел выносливости, ускоренный метод, деформационные и энергетические критерии, прогнозирование долговечности.

Введение. Деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения металлов и сплавов базируются на анализе либо неупругих деформаций и энергии неупругого деформирования, либо полных деформаций и энергии деформирования, частью которых являются неупругие деформации и энергии. Это позволяет заключить, что в основе критериев лежат закономерности рассеянного усталостного повреждения.

Цель разработки указанных критериев – установить зависимость между этими критериями и числом циклов до разрушения с учетом среднего напряжения цикла, многоосного пропорционального и непропорционального нагружения, концентрации напряжений, режима нагружения и т.п., основываясь на характеристиках, полученных при одноосном стационарном нагружении.

Особое место при рассмотрении деформационных и энергетических критериев усталостного разрушения занимают критерии, с помощью которых можно определять предел выносливости без проведения полного цикла испытаний для построения кривой усталости. Методы, позволяющие определять предел выносливости без полномасштабных испытаний, получили название ускоренных методов.

С учетом результатов исследований [1–5] на рис. 1 представлена кривая усталости металлов и сплавов в координатах напряжение – число циклов до разрушения в широком диапазоне чисел циклов до разрушения, где стадия *I* соответствует усталостному разрушению, при котором главную роль играют процессы на поверхности, стадия *III* – разрушению, при котором главную роль играют внутренние дефекты (включения, поры и т.п.), стадия *II* – пределу выносливости, когда усталостное разрушение определяется поверхностными процессами, стадия *IV* – пределу выносливости, когда усталостное разрушение связано с внутренними дефектами.

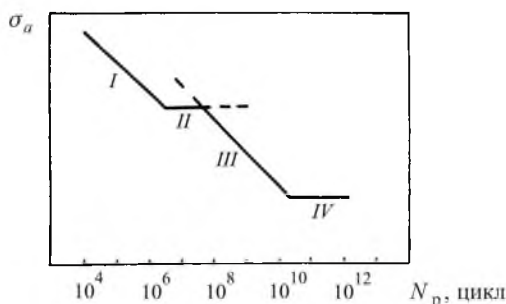


Рис. 1. Схематическое представление кривой усталости в координатах $\sigma_a - N_p$ в широком диапазоне чисел циклов до разрушения.

Из рис. 1 следует, во-первых, что предельная амплитуда напряжений уменьшается и при увеличении числа циклов нагружения $> 10^7$ цикл, во-вторых, переход кривой усталости от стадии I к стадии III сопровождается разрывом кривой усталости, который не всегда можно четко определить, особенно при испытании небольшого количества образцов, в-третьих, предел выносливости на стадии IV не всегда наблюдается, на что обращалось внимание в работах [3, 4]. Разрывы на кривых усталости алюминиевых сплавов и сталей отмечались также в области напряжений, соответствующих $10^5 \dots 10^6$ цикл до разрушения [6–8].

Известные из литературных источников экспериментальные результаты исследования усталости и неупругости металлов и сплавов получены при числе циклов до разрушения менее 10^8 цикл и в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1, относятся к усталости, определяемой в первую очередь поверхностными процессами.

Результаты, представленные на рис. 1, не позволяют говорить о пределе выносливости как характеристике, которая определяет максимальные напряжения, ниже которых не может быть усталостного разрушения при любом числе циклов нагружения.

Очевидно, предел выносливости следует рассматривать в качестве напряжений, которые характеризуют либо снижение интенсивности уменьшения предельных напряжений с увеличением числа циклов нагружения, либо переход от одного механизма разрушения к другому и т.п., либо конкретное число циклов до разрушения.

В данном сообщении рассматриваются методы ускоренного определения предела выносливости металлов и сплавов, базирующиеся на анализе закономерностей неупругого деформирования, деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения, а также методы прогнозирования долговечности на основе деформационных и энергетических критериев с учетом различных факторов.

Методы ускоренного определения предела выносливости. Методы ускоренного определения предела выносливости с учетом неупругости металлов и сплавов основываются, как правило, на анализе изменения характеристик неупругости (неупругая деформация, энергия неупругого деформирования, температура образца, его прогиб, демпфирующая способность и т.п.) при увеличении циклических напряжений.

Одним из методов ускоренного определения предела выносливости является метод Лера [9]. Согласно последнему образец из исследуемого материала подвергается циклическому нагружению при чистом круговом изгибе в условиях постоянного увеличения переменной нагрузки. В процессе нагружения измеряются прогиб образца y (на рис. 2 кривая 1), крутящий момент $M_{кр}$ (кривая 2), расходуемая мощность W (кривая 3) и температура образца T (кривая 4). Предел выносливости в соответствии с этим методом определяется как среднее абсцисс точек, в которых пересекаются касательные к ветвям каждой кривой.

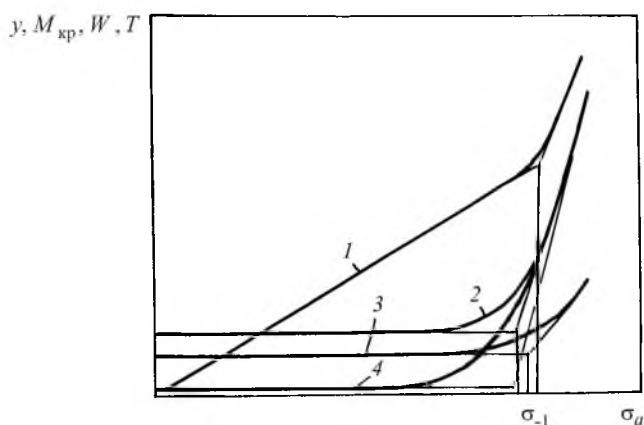


Рис. 2. Схематическое представление ускоренного определения предела выносливости материалов по Леру.

Недостатки этого метода, как и других аналогичных методов, заключаются в следующем: во-первых, измеряются характеристики, осредненные по неоднородно напряженному объему материала, в то время как ответственными за разрушение являются максимально напряженные объемы материала; во-вторых, в качестве характеристики используются номинальные, а не истинные напряжения; в-третьих, не регламентируется характер увеличения нагрузки, обеспечивающий получение характеристик на стадии стабилизации процесса неупругого деформирования; в-четвертых, не учитываются особенности неупругого деформирования различных классов материалов; в-пятых, неясно, пределу выносливости на какой базе соответствуют результаты, если явно выраженный предел выносливости отсутствует.

Попытки разработать методы ускоренного определения предела выносливости на основе измерения нагрева образцов, их прогиба, демпфирующей способности и т.п. предпринимались в работах [1–18 и др.].

В последнее время [19–21] предпринимались попытки обосновать метод ускоренного определения предела выносливости исходя из анализа нагрева образцов в процессе циклического деформирования с использованием современной бесконтактной аппаратуры для измерения температуры в локальных участках поверхности исследуемого образца. Было показано, что, основываясь на результатах таких измерений, можно по изменению температуры образца при увеличении напряжений определить предел выносливости углеродистых сталей на базе 10^7 цикл при осевом нагружении

гладких образцов и образцов с концентраторами напряжений. К сожалению, в работах [19–21] исследовалось ограниченное количество материалов, что не позволяет оценить универсальность метода.

Возможность ускоренного определения предела выносливости на основе анализа циклических неупругих деформаций рассматривалась в [22–29].

В работе [22] по результатам исследования алюминия, меди, углеродистых и аустенитной сталей установлено, что амплитуда неупругой деформации, соответствующая пределу выносливости на базе 10^7 цикл, изменяется от $3 \cdot 10^{-5}$ мм/мм для углеродистой стали до $1,2 \cdot 10^{-4}$ мм/мм для аустенитной стали. Кроме того, сделан вывод о возможности ускоренного определения предела выносливости исследуемых материалов с использованием характерных величин неупругих деформаций.

В работе [23] анализировалась связь между циклическими пределами текучести $\sigma_{0,2}^n$ и пределами выносливости σ_R легированных и углеродистых сталей. В результате показано, что для циклически разупрочняющихся и циклически стабильных сталей имеет место соотношение

$$\sigma_R = 0,872 \sigma_{0,2}^n,$$

для циклически упрочняющихся сталей –

$$\sigma_R = 0,690 \sigma_{0,2}^n.$$

Комплексное исследование возможности ускоренного определения предела выносливости металлов и сплавов с использованием циклических неупругих деформаций выполнено ранее [24–29].

Результаты исследования большой группы различных металлов и сплавов при многоцикловом нагружении при растяжении–сжатии и кручении тонкостенных образцов, некоторые из которых приведены на рис. 3, показали, что кривые многоциклового усталости соответствуют напряжениям перехода от упругого к неупругому деформированию на циклической диаграмме деформирования, в то же время величины неупругих деформаций, соответствующие пределу выносливости на базе 10^7 цикл, для различных материалов могут существенно отличаться, неупругие деформации $\gamma_{ан}$, соответствующие пределу выносливости при кручении, существенно выше, чем неупругие деформации $\varepsilon_{ан}$ при растяжении–сжатии для одних и тех же материалов.

Классификация материалов по величине неупругой деформации при растяжении–сжатии, соответствующей пределу выносливости на базе 10^7 цикл, дана в сообщении 1.

Ранее [24, 25] был выполнен анализ пределов выносливости на базе 10^7 цикл и циклических пределов упругости в условиях растяжения–сжатия при различных допусках δ на неупругую деформацию: $0,5 \cdot 10^{-5}$, $1 \cdot 10^{-5}$, $2 \cdot 10^{-5}$ и $15 \cdot 10^{-5}$ мм/мм.

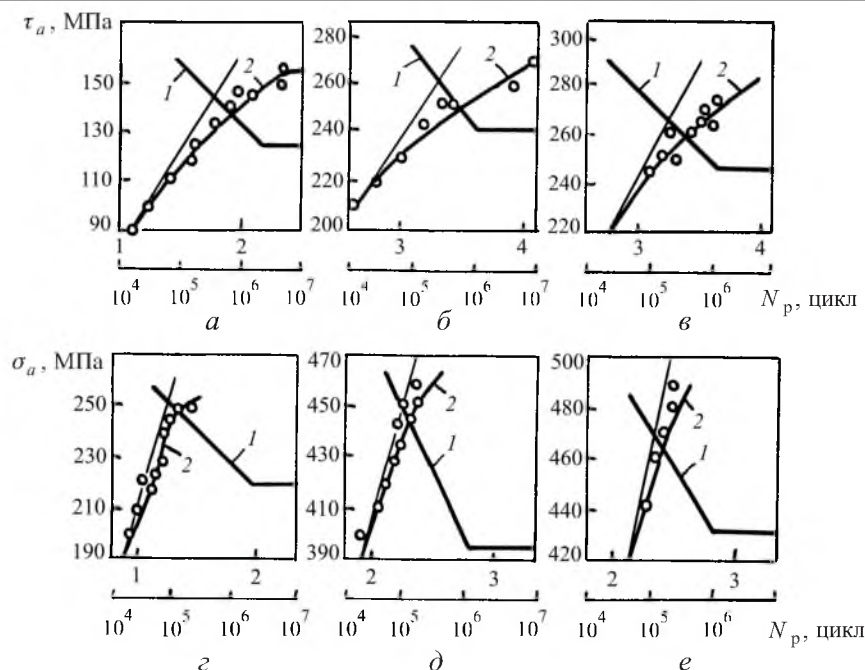


Рис. 3. Кривые усталости (1) и циклические диаграммы деформирования (2) сталей 45 (а, з), 12ХН3А (б, д) и 40Х (в, е): а-в – кручение; з-е – растяжение-сжатие.

На рис. 4,а приведено сравнение результатов исследования соответствия между пределами выносливости при растяжении-сжатии на базе 10^7 цикл и циклическими пределами упругости $\sigma_{0,001}^H$ при допуске на неупругую деформацию $1 \cdot 10^{-5}$ мм/мм для углеродистых и легированных сталей (1), аустенитных сталей (2), жаропрочных сталей и сплавов (3) и сплавов на основе меди (4). Видно, что хорошее соответствие наблюдается лишь для части исследованных материалов, в первую очередь для некоторых углеродистых сталей. Гораздо лучшее соответствие имеет место в случае, если для различных классов металлов и сплавов определять циклические пределы упругости при соответствующих этому классу материалов допусках δ на неупругую деформацию (рис. 4,б).

На рис. 4,б представлены данные сравнения, полученные в предположении, что для углеродистых и легированных сталей без физического предела текучести, меди и алюминия в отожженном состоянии $\delta = 2 \cdot 10^{-5}$ мм/мм (1), для пластичных аустенитных сталей и сталей, имеющих физический предел текучести, $\delta = 15 \cdot 10^{-5}$ мм/мм (2), для технической чистой меди в состоянии поставки и сплавов на ее основе $\delta = 0,5 \cdot 10^{-5}$ мм/мм (4).

Такой подход позволяет также находить пределы выносливости при базах испытания, отличающихся от 10^7 цикл, путем соответствующей корректировки допусков на неупругую деформацию при определении пределов упругости.

С учетом приведенных выше результатов был обоснован метод ускоренного определения предела выносливости по данным испытания одного

образца (в случае необходимости осреднения результатов испытания нескольких образцов). В соответствии с этим методом образец подвергается возрастающей циклической нагрузке по определенной программе с построением в реальном масштабе времени циклической диаграммы деформирования, по которой определяется циклический предел упругости, равный искомому пределу выносливости для данного класса материалов, при соответствующей величине допуска на неупругую деформацию [24, 25].

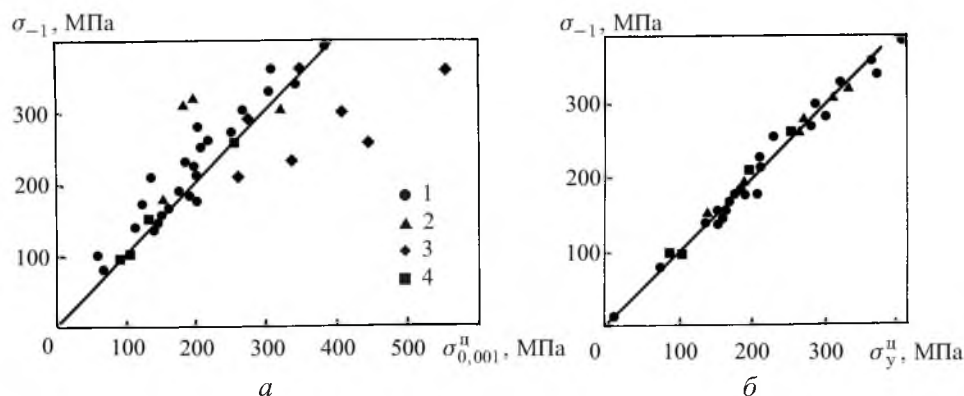


Рис. 4. Данные сравнения пределов выносливости на базе 10^7 цикл и циклических пределов упругости материалов различных классов при едином (а) и дифференцированных (б) допусках на остаточную деформацию.

Аналогичная методика может быть использована также при ускоренном определении предела выносливости в условиях неоднородного и двухосного напряженного состояния [24, 25].

Рассеяние величин пределов упругости углеродистой стали, полученное по результатам испытания нескольких образцов, анализировалось в работе [30], в результате чего было показано, что оно характеризует рассеяние пределов выносливости исследуемого материала.

Ранее [26, 31] установлено, что на основе рассмотренных выше деформационных критериев можно определить предел выносливости на базе 10^7 цикл, используя начальный участок многоциклового кривой усталости в координатах $\sigma_a - \lg N_p$.

Деформационные критерии. Систематические исследования деформационных критериев усталостного разрушения металлов и сплавов начались в 50-х годах прошлого столетия в связи с исследованиями их малоциклового усталости.

Одними из первых в этой области были работы Мэнсона [32] и Коффина [33], в которых устанавливалась взаимосвязь между неупругой деформацией за цикл $\Delta \epsilon_n$ и числом циклов до разрушения N_p .

Зависимость, предложенная Коффином, имеет вид

$$N_p^m \Delta \epsilon_n = A, \quad (1)$$

где m и A – постоянные.

В работе [34] установлено, что $m = 0,5$, $A = \varepsilon_f / 2$, где ε_f – истинная деформация разрушения. В дальнейшем было предложено большое количество трактовок величин m и A , входящих в уравнение (1).

При сдвиге зависимость (1) может быть представлена в виде

$$N_p^{m_0} \Delta\gamma_n = A_0, \quad (2)$$

где $\Delta\gamma_n$ – размах неупругой деформации при сдвиге; m_0 и A_0 – постоянные.

Уравнения (1) и (2) использовались при описании закономерностей усталостного разрушения как при мало-, так и многоциклового усталости.

Так, в работах [24, 25] была показана возможность использования уравнения (1) для прогнозирования долговечности при многоциклового усталости различных металлов и сплавов с учетом влияния градиента напряжений и других факторов при условии обоснованного выбора постоянных m и A , которые для исследованных материалов изменялись в пределах 0,25...1,15 и 18,7...0,01 соответственно.

Поскольку в области многоциклового усталости величина неупругой деформации мала и ее трудно определить с достаточной точностью существующими методами исследования, в качестве критерия усталостного разрушения рассматривают полные деформации.

В то же время можно отметить, что процессы, приводящие к усталостному разрушению металлов и сплавов, определяются в первую очередь неупругими деформациями и энергией неупругого деформирования.

Одними из первых, кто предложил связывать число циклов до разрушения с амплитудой полной деформации, были Мэнсон [35] и Морроу [36].

Предложенная Морроу [36] зависимость, которая в дальнейшем получила название зависимость Басквина–Мэнсона–Коффина [32, 33, 37], имеет вид

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{an} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_p)^b + \varepsilon'_f (2N_p)^c, \quad (3)$$

где первый член представляет собой зависимость между амплитудой упругой деформации ε_{ae} и числом циклов до разрушения N_p в соответствии с формулой Басквина [37], второй член – зависимость между амплитудой неупругой деформации ε_{an} и числом циклов до разрушения N_p в соответствии с формулой Мэнсона–Коффина [32, 33]; σ'_f , ε'_f – коэффициенты усталостной прочности и пластичности соответственно; b и c – постоянные; E – модуль упругости.

При сдвиге зависимость (3) имеет вид

$$\gamma_a = \gamma_{ae} + \gamma_{an} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_p)^{b_0} + \gamma'_f (2N_p)^{c_0}, \quad (4)$$

где τ'_f , γ'_f – коэффициенты усталостной прочности и пластичности при сдвиге соответственно; G – модуль сдвига; b_0 и c_0 – постоянные.

Примеры зависимости между амплитудами полной ε_a , упругой ε_{ae} и неупругой ε_{an} деформациями и числом циклов до разрушения N_p приведены на рис. 5 [38]. Как видно, в области малоциклового усталости неупругие деформации выше, чем упругие, при многоциклового усталости преобладают упругие деформации. Число циклов, соответствующее равенству упругих и неупругих деформаций N_t , может быть названо переходным числом циклов, которое для различных металлов и сплавов колеблется в пределах $10^2 \dots 5 \cdot 10^4$ [39–41]. Как было показано в работах [39–41], наклон кривой в координатах $\lg \Delta \varepsilon_n - \lg N_p$ не всегда остается постоянным во всем диапазоне числа циклов до разрушения. Так, в [39] установлено, что для некоторых сталей, алюминиевых и никелевых сплавов показатель степени c при увеличении числа циклов до разрушения изменяется от $-0,45 \dots -0,66$ до $-1,12 \dots -2,00$. Кроме того, число циклов, соответствующее изменению наклона кривой в координатах $\lg \Delta \varepsilon_n - \lg N_p$, близко к N_t .

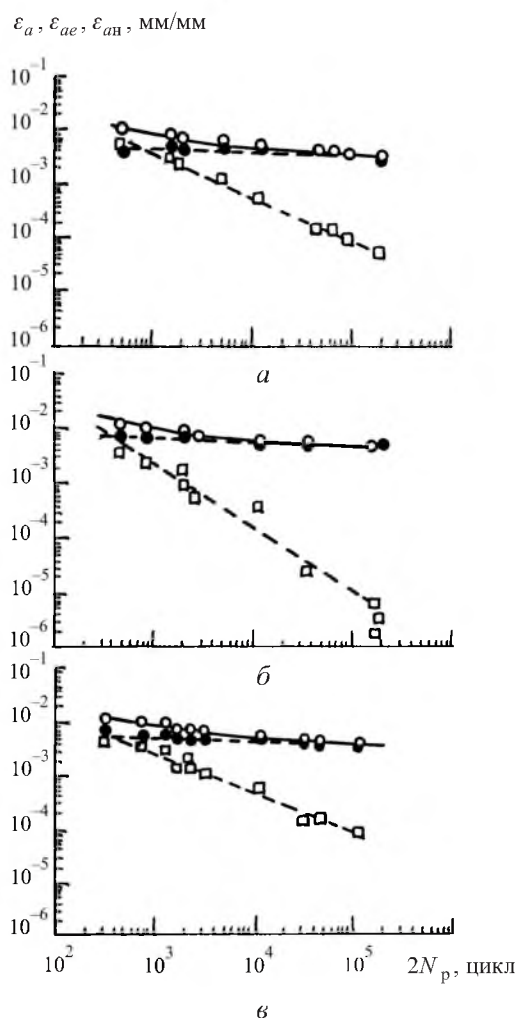


Рис. 5. Зависимость деформаций от числа циклов до разрушения для легированной стали при $\sigma_T = 1041$ (а), 1354 (б) и 678 МПа (в): $\circ - \varepsilon_a$; $\square - \varepsilon_{an}$; $\bullet - \varepsilon_{ae}$.

При анализе деформационных критериев усталостного разрушения важную роль играют циклические диаграммы деформирования, связывающие амплитуды деформаций и напряжений. Для описания таких диаграмм используется зависимость Рамберга–Осгуда [42]:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n'} \quad (5)$$

при осевом нагружении;

$$\gamma_a = \frac{\Delta\tau}{2G} + \left(\frac{\Delta\tau}{2K'_0}\right)^{1/n'_0} \quad (6)$$

при сдвиге.

Здесь $\Delta\sigma$ и $\Delta\tau$ – размахи циклических напряжений при осевом нагружении и сдвиге; n' и n'_0 – коэффициенты деформационного упрочнения; K' и K'_0 – параметры соответственно при осевом нагружении и сдвиге.

Как показывает анализ данных, приведенных в литературных источниках, коэффициент деформационного упрочнения n' для различных металлов и сплавов изменяется в основном в пределах 0,05...0,2.

Между параметрами, используемыми в представленных выше зависимостях, имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} n' &= b/c, & K' &= \sigma'_f / (\varepsilon'_f)^{n'}, & m &= -c; \\ n'_0 &= b_0/c_0, & K'_0 &= \tau'_f / (\gamma'_f)^{n'_0}, & m_0 &= -c_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Известно большое количество экспериментальных данных по численным значениям рассмотренных выше параметров для разных металлов и сплавов [38, 43–47 и др.].

Многими авторами предпринимались попытки обобщить результаты исследования величин σ'_f , ε'_f , b и c и представить их в функции от механических характеристик материалов при статическом и циклическом нагружении и т.п.

В работе [46] выполнен анализ взаимосвязи между величинами σ'_f и ε'_f , истинными разрушающими напряжениями σ_f и пластическими деформациями ε_f по результатам испытаний при многоциклового усталости. Показано, что для углеродистых и малолегированных сталей $\sigma'_f = (0,92...1,15)\sigma_f$; $\varepsilon'_f = (0,35...1,0)\varepsilon_f$; $b = -0,12$; $c = -0,6$.

В работе [43] выполнен анализ величин σ'_f , ε'_f , b , c и E (3) по результатам исследования 724 сталей, 81 алюминиевого, 15 титановых и 9 никелевых сплавов, а также 16 чугунов.

Данные такого анализа в виде средних значений анализировавшихся параметров при напряжениях σ_a , соответствовавших 10^3 цикл до разрушения, приведены в табл. 1. При анализе результатов табл. 1 следует учитывать большое рассеяние рассмотренных величин даже для отдельных групп материалов, а также зависимость (в некоторых случаях) этих результатов от числа циклов до разрушения, при которых проводился анализ. С учетом

этого данные табл. 1 могут быть использованы лишь для приближенной оценки числа циклов до разрушения.

Соотношение исследуемых параметров при осевом нагружении и сдвиге рассматривалось, в частности, в работе [44]. Были предложены следующие зависимости:

$$\gamma'_{f'} = (1,5 \dots 1,7) \varepsilon'_{f'}; \quad \tau'_{f'} = \sigma'_{f'} / (1,70 \dots 2,00); \quad b_0 \cong b; \quad c \cong c_0.$$

Таким образом, располагая значениями параметров, входящих в зависимости (3) и (4), можно построить кривые усталости в координатах $\varepsilon_a - N_p$ и $\gamma_a - N_p$. Значения напряжений, соответствующие рассчитанным деформациям, можно найти с использованием зависимостей (5) и (6). С помощью критериев (3) и (4) можно прогнозировать долговечности гладких образцов при симметричных циклах одноосного нагружения.

Т а б л и ц а 1

Параметры уравнения Басквина–Мэнсона–Коффина для различных материалов

Материалы	σ_a	$\sigma'_{f'}$	$\varepsilon'_{f'}$	b	c	$E \cdot 10^{-5}$, МПа
Стали	$0,76 \sigma_B$	$1,5 \sigma_B$	0,45	-0,09	-0,59	2,05
Сплавы						
алюминиевые	$0,82 \sigma_B$	$1,9 \sigma_B$	0,28	-0,11	-0,66	0,71
титановые	$0,89 \sigma_B$	$1,9 \sigma_B$	0,50	-0,10	-0,69	1,08
никелевые	$0,76 \sigma_B$	$1,4 \sigma_B$	0,15	-0,08	-0,59	2,11
Чугуны	$0,65 \sigma_B$	$1,2 \sigma_B$	0,04	-0,08	-0,52	1,40

Примечание. σ_B – предел прочности материалов.

В последнее время большое внимание уделяется разработке деформационных критериев усталостного разрушения металлов и сплавов на основе критериев (3) и (4) с учетом среднего напряжения цикла [38, 48–52 и др.], многоосности напряженного состояния при пропорциональном и непропорциональном нагружении [51, 53–56 и др.], неоднородности напряженного состояния [57–59 и др.], концентрации напряжений [47, 57, 58, 60] и т.п.

В табл. 2 приведены деформационные критерии, некоторые из которых (поз. 19–21, 27) основаны на рассмотрении энергии деформирования, усталостного разрушения металлов и сплавов при одно- и многоосном пропорциональном и непропорциональном нагружении. Левая часть представленных зависимостей, как правило, определяет, собственно, критерий усталостного разрушения, который во многих случаях инвариантен к асимметрии цикла нагружения, сложному напряженному состоянию, режиму нагружения и т.п., правая часть – связь между величиной критерия и числом циклов до разрушения или зарождения усталостной трещины, которая установлена с использованием параметров, полученных при одноосном симметричном нагружении.

При одноосном нагружении в качестве критериев усталостного разрушения рассматриваются неупругие деформации за цикл (в табл. 2 поз. 1–3), полные деформации за цикл (поз. 4–12) и произведения полных амплитуд деформаций и максимальных напряжений цикла (поз. 13) и т.п.

Т а б л и ц а 2

Деформационные критерии усталостного разрушения

№ позиции	Критерий	Принятые обозначения	Литературный источник
1	2	3	4
Одноосное нагружение			
1	$\Delta \varepsilon_{\text{н}} = MN_{\text{п}}^Z$	$\Delta \varepsilon_{\text{н}}$ – размах неупругой деформации; M, Z – постоянные	[32]
2	$(N_{\text{п}})^m \Delta \varepsilon_{\text{н}} = A$	A и m – постоянные	[33, 65]
3	$(N_{\text{п}} \nu^{k-1})^\beta \Delta \varepsilon_{\text{н}} = A$	ν – частота нагружения; k, β и A – постоянные	[66]
4	$\Delta \varepsilon = \frac{0,5 \varepsilon_f}{N_{\text{п}}^m} + \frac{2 \sigma_R}{E}$	σ_R – предел выносливости; E – модуль упругости; m – постоянная	[67]
5	$\Delta \varepsilon = MN^Z + \frac{G}{E} N^\gamma$	M, G, Z, γ – постоянные; E – модуль упругости	[35, 68]
6	$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \varepsilon_t} = \left(\frac{N_{\text{п}}}{N_t} \right)^b + \left(\frac{N_{\text{п}}}{N_t} \right)^c;$ $\Delta \varepsilon_t = 2(\varepsilon'_f)^{b/(b-c)} \left(\frac{\sigma'_f}{E} \right)^{c/(c-b)};$ $N_t = \frac{1}{2} \left(\frac{E \varepsilon'_f}{\sigma'_f} \right)^{1/(b-c)}$	$\Delta \varepsilon_t$ и N_t – размах полной деформации и число циклов до разрушения, соответствующие условию $\Delta \varepsilon_e = \Delta \varepsilon_{\text{н}}$; b и c – постоянные	[68, 69]
7	$\Delta \varepsilon = 3,5 \frac{\sigma_{\text{в}}}{E} N_{\text{п}}^{-0,12} + D^{0,6} N_{\text{п}}^{-0,6}$	$\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности; $D = 1/(1-\psi)$; ψ – относительное сужение поперечного сечения. По результатам обобщения данных испытания 29 материалов	[70]
8	$\Delta \varepsilon = 1,17 \left(\frac{\sigma_{\text{в}}}{E} \right)^{0,832} N_{\text{п}}^{-0,09} + 0,0266 \varepsilon_f^{0,155} \left(\frac{\sigma_{\text{в}}}{E} \right)^{-0,53}$	По результатам испытания среднеуглеродистой малолегированной стали	[71]

1	2	3	4
9	$\varepsilon_a = \varepsilon'_f (2N_p)^c + \frac{\sigma_b - \sigma_m}{\sigma_b E} \sigma'_f (2N_p)^b$	σ_m – среднее напряжение цикла	[48]
10	$\sigma_{\max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_p)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_p)^{b+c}$	σ_{\max} – максимальное напряжение цикла	[50]
11	$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_p)^b + \varepsilon'_f (2N_p)^c$	—	[49]
12	$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}\right) (2N_p)^b + \varepsilon'_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_b}\right)^{c/b} (2N_p)^c$	—	[38, 72]
13	$\begin{aligned} \sigma_{\max} \varepsilon_a &= 36,0(N_p)^{-0,236}; \\ \frac{\sigma_{\max} \varepsilon_a}{\sigma_T} &= 0,042(N_p)^{-0,256}; \\ \frac{\sigma_{\max} \varepsilon_a}{\sigma_b} &= 0,325(N_p)^{-0,242} \end{aligned}$	$\sigma_{\max} \varepsilon_a$ – в МПа; σ_T – предел текучести; σ_b – предел прочности	[38]
Многоосное, пропорциональное и непропорциональное нагружение			
14	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + \varepsilon_n = f(N_p)$ Модификация критерия, предложенная в работе [60]: $\frac{\gamma_{\max}}{2} + \varepsilon_n = 1,75\varepsilon'_f (2N_p)^c + 1,65\left(\frac{\sigma'_f}{E}\right) (2N_p)^b$	$f(N_p)$ – функция числа циклов до разрушения; $\Delta\gamma_{\max}$ – размах деформации сдвига в критической плоскости; ε_n – нормальная деформация в этой плоскости	[53]
15	$\frac{\gamma^*}{2} + C\varepsilon_n = f(N_p)$	$\gamma^* = \varepsilon_z - \varepsilon_r$; $\varepsilon_n^* = \varepsilon_z - \varepsilon_r/2$; $\varepsilon_z, \varepsilon_r$ – продольные и окружные деформации; C – постоянная	[55, 73]
16	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n^* = f(N_p)$	$\Delta\varepsilon_n^*$ – размах нормальной деформации в плоскости $\Delta\gamma_{\max}$, определяемый в соответствии с [30]	[54]

продолжение табл. 2

1	2	3	4
17	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left[1 + K \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_T} \right] = \frac{\tau'_f}{G} (2N_p)^{b_0} + \gamma'_f (2N_p)^{c_0}$	$\sigma_{n,\max}$ – максимальные нормальные напряжения на площадке $\Delta\gamma_{\max}$; σ_T – предел текучести; K – постоянная	[74]
18	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_{II}}{2} + \frac{\sigma_{n,m}}{E} = 1.65 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_3)^b + 1.75 \varepsilon'_f (2N_3)^c$	$\Delta\varepsilon_{II}$ – размах нормальной деформации в плоскости $\Delta\gamma_{\max}$; $\sigma_{n,m}$ – среднее нормальное напряжение на площадке γ_{\max} ; N_3 – число циклов до зарождения трещины	[47, 51]
19	$\frac{\Delta\gamma_{12}}{2} + \frac{\Delta\sigma_{12}}{2} + \frac{\varepsilon_{22}}{2} + \frac{\Delta\sigma_{22}}{2} = f(N_p)$	$\Delta\gamma_{12}$ и $\Delta\sigma_{12}$ – размахи сдвиговых деформаций и напряжений в критической плоскости; $\Delta\varepsilon_{22}$, $\Delta\sigma_{22}$ – размахи нормальных деформаций и напряжений в этой плоскости	[56]
20	$\frac{\Delta\gamma_{12}}{2} + \frac{\Delta\sigma_{12}}{2} \left[\frac{1}{1 - \sigma_{12\max}/\tau'_f} + \frac{1}{1 - \sigma_{22\max}/\tau'_f} \right] = f(N_p)$	$\sigma_{12\max}$ и $\sigma_{22\max}$ – максимальные абсолютные значения касательных и нормальных напряжений в критической плоскости	[75]
21	$\frac{1}{(\sigma'_f \varepsilon'_f)} (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n) + \frac{1}{(\tau'_f \gamma'_f)} \left[\Delta\tau_{\max} \Delta \left(\frac{\gamma_{\max}}{2} \right) \right] = f(N_p);$ $\frac{1}{(\sigma'_f \varepsilon'_f)} (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n) + \frac{(1 + \sigma_{n,m}/\sigma'_f)}{(\tau'_f \gamma'_f)} \left[\Delta\tau_{\max} \Delta \left(\frac{\gamma_{\max}}{2} \right) \right] = f(N_p)$	$\Delta\tau_{\max}$ и $\Delta \left(\frac{\gamma_{\max}}{2} \right)$ – размахи максимальных касательных напряжений и деформаций сдвига, найденные с использованием кругов Мора; $\Delta\sigma_n$ и $\Delta\varepsilon_n$ – размахи нормальных напряжений и деформаций в плоскости $\Delta\gamma_{\max}$	[76]
22	$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + S\varepsilon_n^* = [1 + \nu_e + S(1 - \nu_e)] \frac{\sigma'_f - 2\sigma_{n,m}}{E} (2N_p)^b + [1 - \nu_p + S(1 - \nu_p)] \varepsilon'_f (2N_p)^c$	ν_e и ν_p – упругий и пластический коэффициенты Пуассона	[77, 78]
23	$\Delta\varepsilon_{1,\max} \Delta\sigma_1 + \Delta\gamma_1 \Delta\tau_1 = 4 \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_p)^{2b} + 4\sigma'_f \varepsilon'_f (2N_p)^{b+c}$	$\Delta\sigma_1$, $\Delta\gamma_1$, $\Delta\tau_1$ – размахи нормальных и касательных напряжений и деформаций сдвига в критической плоскости, которая определяется максимальным размахом осевой деформации $\Delta\varepsilon_{1\max}$	[79]

1	2	3	4
24	$[\varepsilon_n^{*2} + 1/3(\Delta\gamma_{\max/2})^2]^{1/2} = \sigma'_f/E \cdot (2N_p)^b + \varepsilon'_f(2N_p)^c -$ <p>непропорциональное нагружение;</p> $\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_p)^b + \varepsilon'_f(2N_p)^c -$ <p>пропорциональное нагружение</p>	ε_n^* – нормальная деформация, определяемая по формуле $\varepsilon_n^* = 1/2\varepsilon_n[1 + \cos(\xi + \eta)]$ <p>с учетом сдвига фаз [44]</p>	[80]
25	$\frac{\Delta\bar{\varepsilon}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E^*} (2N_p)^b + \varepsilon'_f(2N_p)^c -$ осевое нагружение; $\frac{\Delta\bar{\varepsilon}}{2} = \frac{\tau'_f}{\sqrt{3}G} (2N_p)^{b_0} + \gamma'_f\sqrt{3}(2N_p)^{c_0} -$ кручение	$\Delta\bar{\varepsilon}$ – размах эквивалентных деформаций. При осевом нагружении $\bar{\sigma} = \sigma$; $\varepsilon = (1 + \nu)\bar{\varepsilon}^e/3 + \varepsilon^p$ (ε^e – упругая деформация, ε^p – пластическая деформация). При кручении $\bar{\sigma} = \tau\sqrt{3}$; $\bar{\varepsilon} = \gamma/\sqrt{3}$; $E^* = \frac{3E}{2(1 + \nu)}$	[44]
26	$\gamma^* + \varepsilon_n^* + \frac{\sigma_{n,m}^*}{E} = 1,44 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_3)^b + 1,60\varepsilon'_f(2N_3)^c$	N_3 – число циклов до зарождения трещины; γ^* – амплитуда деформации сдвига [37]; ε_n^* – амплитуда нормальной деформации в критической плоскости; $\sigma_{n,m}^*$ – нормальное среднее напряжение в критической плоскости	[47] Модификация критерия [51]
27	$\frac{\Delta\gamma_{12}}{2} \frac{\Delta\sigma_{12}}{2} + k_1 \frac{\Delta\varepsilon_{22}}{2} \frac{\Delta\sigma_{22}}{2} =$ $= \tau_f'^2/G(2N_3)^{2b_0} + \tau'_f\gamma'_f(2N_3)^{b_0+c_0}$	$k_1 = \gamma'_f \sigma_a^2 / \varepsilon'_f \tau'_f$	[81] Модификация критерия [56]
28	$\frac{\tau'_f\gamma'_f}{\sigma'_f\varepsilon'_f} (\Delta\sigma_n\Delta\varepsilon_n) + \left(1 + \frac{\sigma_{n,m}}{\sigma'_f}\right) \left[\Delta\tau_{\max} \left(\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2}\right)\right] =$ $= 2 \frac{\tau_f'^2}{G} (2N_3)^{2b_0} + 2\tau'_f\gamma'_f(2N_3)^{b_0+c_0}$	$\Delta\tau_{\max}$ и $\Delta(\gamma_{\max}/2)$ – размахи максимальных касательных напряжений и деформаций сдвига, найденные с использованием кругов Мора	[47] Модификация критерия [51]

Деформационные критерии усталостного разрушения при многоосном нагружении базируются в основном на концепции критической плоскости, в соответствии с которой усталостное разрушение развивается в плоскости с максимальными сдвиговыми (или нормальными) деформациями, именуемой критической плоскостью.

Интенсивность усталостного повреждения определяется комбинацией сдвиговых и нормальных деформаций, а также других компонент деформаций и напряжений в критической плоскости.

В большинстве работ в качестве критической плоскости рассматривается плоскость с максимальными деформациями сдвига.

Один из первых таких критериев разрушения (в табл. 2 поз. 14) был сформулирован Брауном и Миллером [53].

В приведенных в табл. 2 критериях в основном рассматривается число циклов до разрушения N_p и только в некоторых из них (поз. 18, 26–28) – число циклов до зарождения усталостной трещины N_2 .

Гипотезы суммирования усталостного повреждения при нерегулярных режимах нагружения, основанные на деформационных критериях, проанализированы в работе [61].

Известно большое количество работ, в которых обосновывается возможность прогнозирования долговечности металлов и сплавов с учетом многоосности нагружения, режима нагружения, концентрации напряжений и т.п. [47, 57, 60, 61, 62, 63–79 и др.] с использованием деформационных критериев. Анализ этих результатов показывает, что в настоящее время трудно отдать однозначное предпочтение тому или иному критерию.

В зависимости от свойств исследуемого материала, условий нагружения, объема и достоверности используемой при анализе дополнительной информации хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными долговечностями наблюдается при применении различных критериев.

В качестве примера на рис. 6 приведены данные сравнения экспериментально найденных $(N_p)_э$ и расчетных $(N_p)_р$ долговечностей легированных сталей при многоосном нерегулярном нагружении [62, 63], полученные с использованием критериев Смита, Ватсона и Топшера [50], Фатемии и Соси [74], а также Ванга и Брауна [77].

В работе [62] было получено, что экспериментальные результаты не соответствуют ни одному из указанных критериев, в то время как в работе [63] для большинства исследованных случаев установлено удовлетворительное соответствие между расчетными и экспериментальными результатами при использовании этих же критериев.

В последнее время появляются новые работы, в которых предпринимаются попытки усовершенствовать деформационные критерии усталостного разрушения путем более полного учета факторов, оказывающих влияние на процесс усталостного разрушения металлов и сплавов.

Энергетические критерии. Энергетические критерии усталостного разрушения исследовались в работах [24, 25, 82–105 и др.].

В качестве критериев усталостного разрушения используются или энергия неупругого деформирования за цикл [85–87 и др.], или полная энергия деформирования за цикл, состоящая из упругой и неупругой составляющих

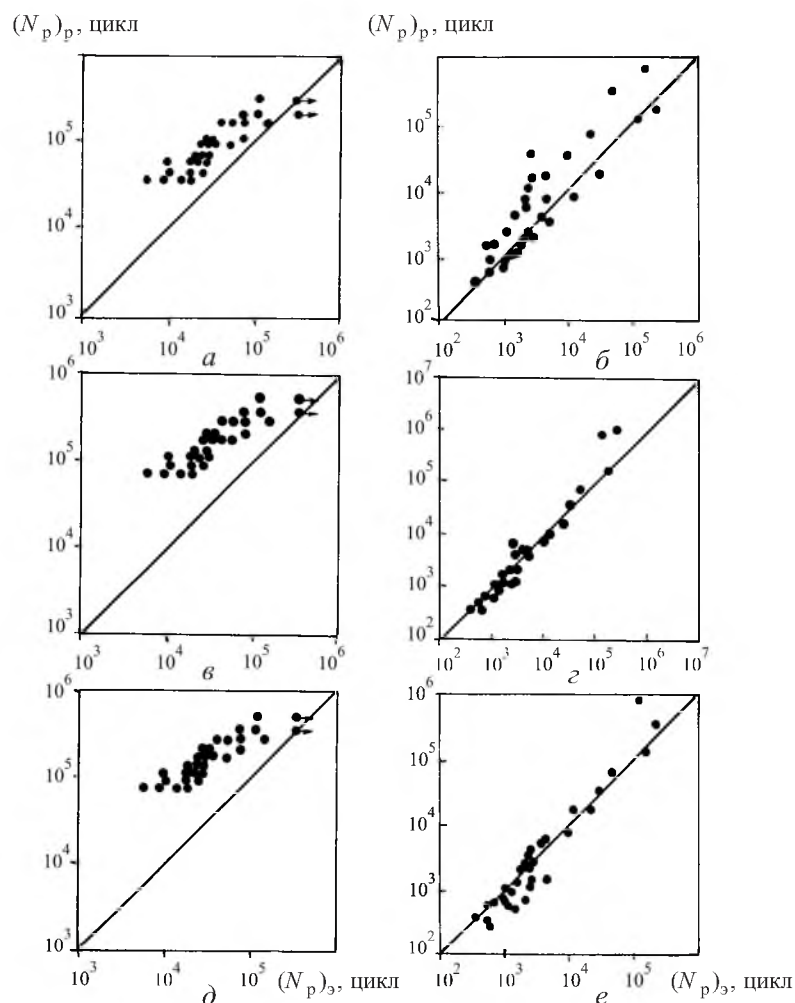


Рис. 6. Сравнение экспериментальных и расчетных долговечностей, полученных с использованием критериев Смита, Ватсона и Топпера [50] (*а, б*), Фатем и Соси [74] (*в, з*), а также Ванга и Брауна (*д, е*) [77], в соответствии с работами [62] (*а, в, д*) и [63] (*б, з, е*).

[47, 75, 83 и др.], или суммарная энергия неупругого деформирования за число циклов до разрушения [82, 84, 89–93 и др.].

Форма петли гистерезиса и ее площадь, которая при одноосном нагружении равна энергии неупругого деформирования за цикл, подробно рассмотрены в сообщении 1.

При линейном напряженном состоянии энергетические критерии, основывающиеся на учете энергии неупругой деформации за цикл, подобны критерию (1) при условии замены в нем неупругих деформаций энергией неупругого деформирования.

В последнее время при развитии таких критериев основное внимание уделяется учету сложного напряженного состояния.

При многоосном нагружении зависимость между энергией неупругого деформирования и числом циклов до разрушения может быть представлена в виде

$$(N_p)^{m_1} W_H^* = A_1, \quad (8)$$

где W_H^* – эффективная энергия неупругого деформирования; m_1 и A_1 – постоянные.

В соответствии с работами [85–87] эффективная энергия неупругого деформирования за цикл при многоосном нагружении будет равна

$$W_H^* = 2^{K(TF_s-1)} W_H, \quad (9)$$

где K – постоянная в соответствии с уравнением, приведенным в табл. 2, поз. 17; TF_s – параметр трехосности,

$$TF_s = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{s_{\text{экв}}}; \quad (10)$$

$W_H = \Delta W$ – энергия неупругого деформирования за цикл при одноосном нагружении ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; $s_{\text{экв}}$ – эквивалентные напряжения [85]).

Как было показано в работе [85], для каждого напряженного состояния можно найти свою величину TF_s . Так, при кручении – $TF_s = 0$, при одноосном растяжении–сжатии – $TF_s = 1$, при пропорциональном равном двухосном нагружении – $TF_s = 2$ и т.д.

Анализ соответствия экспериментальных результатов критерию (8) (рис. 7) при исследовании различных сталей и сплавов при осевом нагружении, кручении и других видах пропорционального и непропорционального нагружения при мало- и многоцикловом нагружении выполнен в работе [85]. Установлено, что при различных режимах нагружения экспериментальные данные располагаются вблизи прямых, которые соответствуют результатам при одноосном нагружении.

По аналогии с уравнением (3) зависимость между полной энергией за цикл W_t , состоящей из упругой W_e и неупругой W_H составляющих, и числом циклов до разрушения можно записать в виде [85]

$$W_t = W_H + W_e = A_1 N_p^\alpha + B_1 N_p^\beta, \quad (11)$$

где постоянные A_1, B_1, α и β определяются по результатам испытания при одноосном нагружении.

В предположении, что эквивалентные напряжения равны $\Delta\sigma/2$, в [85] получено

$$\begin{aligned} A_1 &= 2^{b+c+2} \sigma_f' \varepsilon_f' \left(\frac{c-b}{c+b} \right), & \alpha &= b+c; \\ B_1 &= \frac{2^{2b+1} (1+\mu) \sigma_f'^2}{2E}, & \beta &= 2b, \end{aligned} \quad (12)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

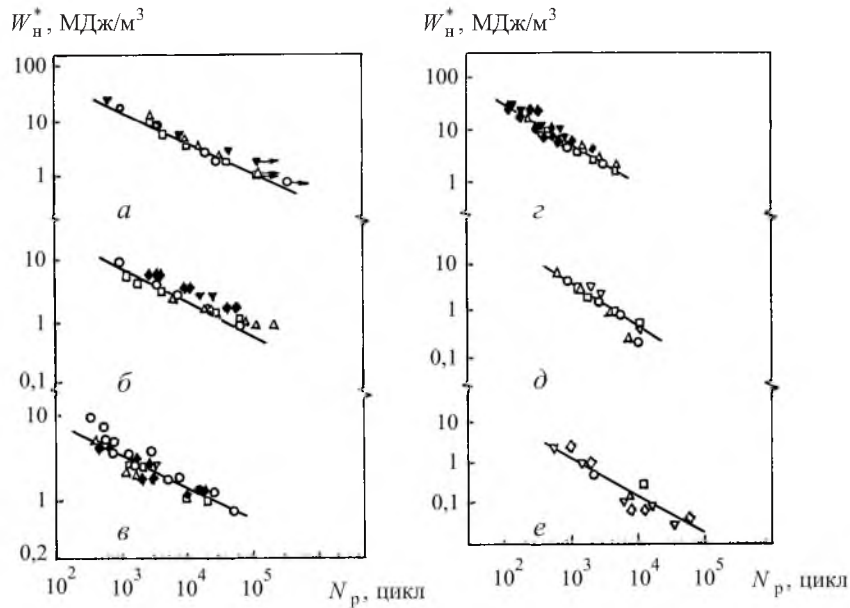


Рис. 7. Зависимость W_n^* от числа циклов до разрушения N_p для никелевого сплава (а), легированных сталей (б, з, д), аустенитной стали (е) и алюминиевого сплава (е).

Зависимости между упругой и неупругой составляющими энергии за цикл и числом циклов до разрушения с учетом средних нормальных напряжений цикла $\sigma_{n,m}$ получены в [99] в виде

$$W_e = \frac{(\sigma'_f - \sigma_{n,m})}{2E} (2N_p)^{2b};$$

$$W_n = 4(\sigma'_f - \sigma_{n,m}) \varepsilon'_f \frac{c-b}{c+b} (2N_p)^{b+c}.$$
(13)

В работах [83, 102] была обоснована возможность использования в качестве энергетического критерия разрушения при многоцикловом пропорциональном и непропорциональном одно- и двухосном нагружении удельной энергии нормальной деформации за цикл и на основе этого установлена зависимость

$$W_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{2E} (2N_p)^{2b} + 0,5 \varepsilon'_f \sigma'_f (2N_p)^{b+c}.$$
(14)

Суммарная энергия неупругого деформирования увеличивается с ростом числа циклов до разрушения, т.е. с уменьшением циклических напряжений. Это свидетельствует о том, что не вся энергия, рассеиваемая в материале в процессе циклического нагружения, связана с усталостным повреждением.

Очевидно, впервые такая закономерность была обнаружена в работе [82], в которой предложена следующая зависимость между суммарной энергией W_p и числом циклов до разрушения N_p :

$$W_p = \sum_{i=1}^{N_p} \Delta W_i = C + DN_p, \quad (15)$$

где ΔW_i – энергия неупругого деформирования за цикл; C и D – постоянные.

Зависимости между числом циклов до разрушения и суммарной рассеянной энергией исследовались во многих работах [83, 84, 88–91 и др.]. При этом были получены аналогичные результаты.

Детальный анализ зависимостей $W_p = f(N_p)$, предложенных различными авторами, был выполнен в работе [83].

При анализе взаимосвязи между суммарной рассеянной энергией и числом циклов до разрушения важно сформулировать критерий разрушения, инвариантный к числу циклов до разрушения.

В качестве таких критериев рассматривались следующие зависимости [84, 92, 93, 105]:

$$\sum_{i=1}^{N_p} \Delta W_i = \text{const}; \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} (\Delta W_i - \Delta W_R) = \text{const}; \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} \left[\Delta W_i - \Delta W_R \left(\frac{\Delta W_i}{\Delta W_R} \right)^\alpha \right] = \text{const}, \quad (18)$$

где ΔW_R – энергия неупругого деформирования за цикл при напряжениях, равных пределу выносливости; α – постоянная, изменяемая в пределах 0,7...1,0.

Детальный анализ соответствия экспериментальных данных в области многоциклового усталости критериям (16)–(18) выполнен ранее [24]. Результаты этого анализа приведены на рис. 8, где по оси ординат отложена величина критериев (16), (17), (18), по оси абсцисс – $\lg N_p$.

Как видно, с увеличением числа циклов до разрушения суммарная рассеянная энергия возрастает, в области многоциклового усталости она существенно превышает энергию разрушения при статическом нагружении, энергия, определяемая критерием (18) [84], остается постоянной в широком диапазоне числа циклов до разрушения.

Энергетические критерии усталостного разрушения использовались при прогнозировании числа циклов до разрушения с учетом вида и режима нагружения, а также других факторов [83, 99, 101–103, 106 и др.].

Заключение. Наиболее обоснованным методом ускоренного определения предела выносливости с использованием характеристик неупругости является его определение по величине циклического предела упругости,

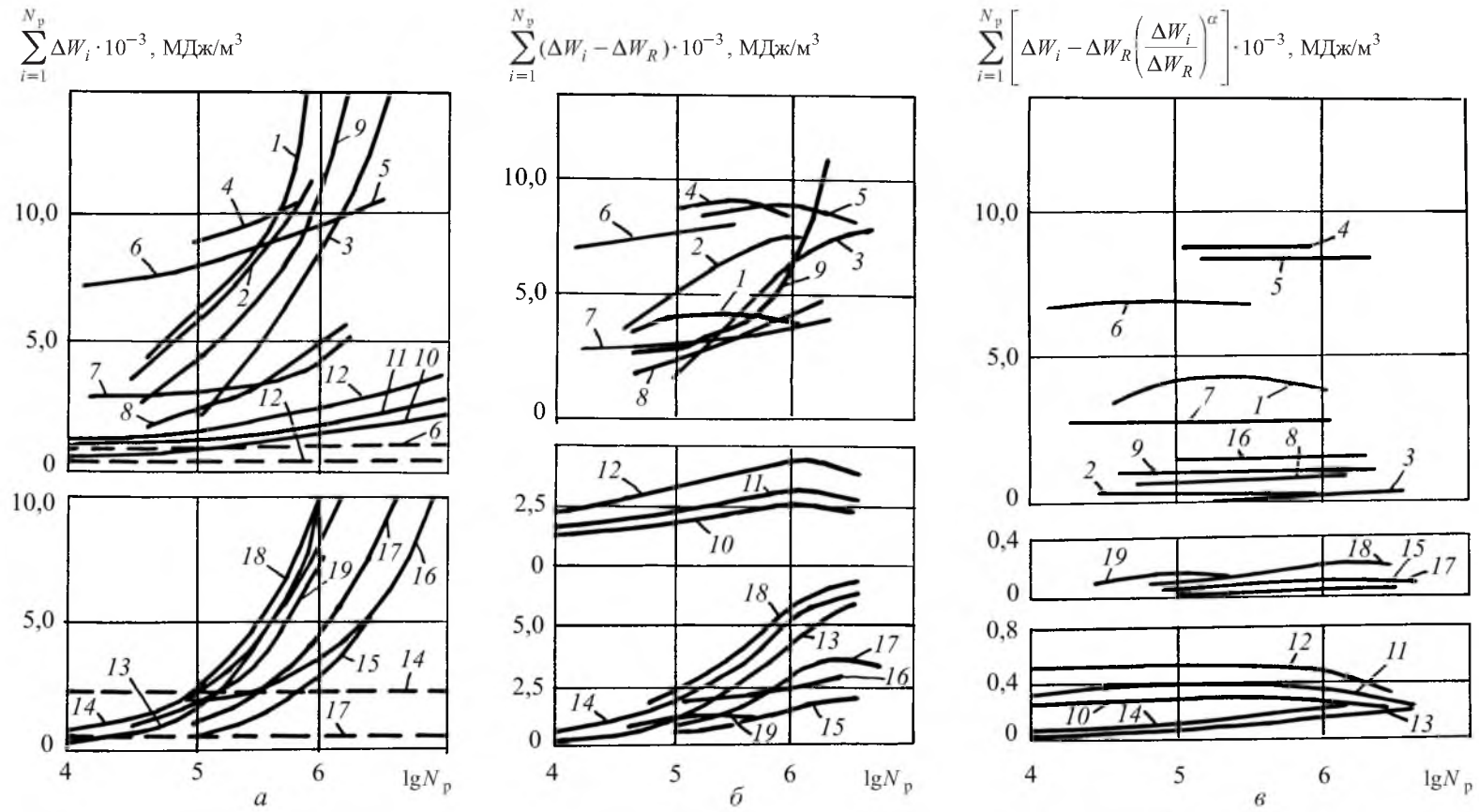


Рис. 8. Зависимость суммарной рассеянной энергии неупругого деформирования в соответствии с критериями (16) – а, (17) – б и (18) – в от числа циклов до разрушения: 1, 2, 4–6, 10–19 – углеродистые стали; 3, 7, 8 – хромистые стали; 9 – аустенитная сталь. (Штриховые линии – величины энергии разрушения при статическом нагружении.)

полученного при допуске на остаточную деформации, характерном для рассматриваемого класса материалов и числа циклов до разрушения.

Деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения металлов и сплавов, основывающиеся на характеристиках неупругости (неупругая деформация и энергия неупругого деформирования за цикл) или учитывающие эти характеристики в составе полных деформаций и энергий деформирования, позволяют разработать методы прогнозирования усталостной долговечности с учетом среднего напряжения цикла, многоосного пропорционального и непропорционального нагружения, режима нагружения, концентрации напряжений и других факторов.

В последнее время этому направлению исследований уделяется большое внимание.

Резюме

Розглянуто методи прискореного визначення границі витривалості металів і сплавів, що базуються на аналізі закономірностей їх непружного деформування, деформаційні й енергетичні критерії руйнування від утомленості, а також методи прогнозування довговічності за допомогою цих критеріїв.

1. *Mughrabi H.* On multi-stage fatigue life diagrams and the relevant life-controlling mechanisms in ultrahigh-cycle fatigue // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2002. – No. 8/9. – P. 755 – 769.
2. *Nishijima S. and Kanazawa K.* Stepwise $S-N$ curve and fish-eye failure in gigacycle regime // *Ibid.* – 1999. – **22**. – P. 601 – 607.
3. *Bathias C.* Gigacyclic fatigue of high strength steels: prediction and mechanisms // *Fracture Mechanics: Applications and Challenges (Invited Papers Presented at 13 Europ. Conf. on Fracture, ECF 13)*. – Elsevier, 2000. – **26**. – P. 163 – 161.
4. *Murakami Y., Nomoto T., and Ueda T.* Factors influencing the super long fatigue failure in steels // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1999. – **22**. – P. 581 – 590.
5. *Ochi Y, Mutsumura T., Masaki K., and Yoshida S.* High-cycle rotating bending fatigue property in very long-life regime of high-strength steel // *Ibid.* – 2002. – **25**, No. 8/9. – P. 823 – 830.
6. *Шабалин В. И.* О разрыве в кривых усталости дуралюмина // *Докл. АН СССР*. – 1958. – **122**, № 4. – С. 600 – 602.
7. *Терентьев В. Ф.* Усталостная прочность металлов и сплавов. – М.: Интермет инжиниринг, 2002. – 287 с.
8. *Williams T. R. and Shurmer C. R.* Effect of temperature on the discontinuity in the fatigue curve of a stainless steels // *Nature*. – 1965. – **208**. – P. 379.
9. *Lehr E.* The endurance limit, its importance in practice and its rapid determination by means of new testing machines // *Glaser's Ann. Gew.* – 1926. – **99**, No. 1184. – P. 109 – 114.

10. *Stromeyer C. E.* The determination of fatigue limits under alternating stress conditions // *Proc. Roy. Soc. (A)*. – 1914. – **90**. – P. 411 – 425.
11. *Олейник Н. В., Скляр С. П.* Ускоренные испытания на усталость. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с.
12. *Васинюк И. М., Самгин В. А.* Об ускоренном определении предела выносливости материалов // *Пробл. прочности*. – 1972. – № 6. – С. 141 – 145.
13. *Кузьменко В. А., Кульбаиный П. Ф., Хамаза Л. А. и др.* О возможности ускоренных испытаний материалов на выносливость при высоких частотах нагружения // *Ускоренные методы испытаний на надежность технических систем*. – М.: Изд-во стандартов, 1972. – 160 с.
14. *Олдырев П. П.* Новый метод ускоренных испытаний композитных материалов на многоцикловую усталость // *Завод. лаб.* – 1980. – № 9. – С. 847 – 852.
15. *Harry R., Jouhert F., and Goma A.* Measuring the actual endurance limit of one specimen using a nondestructive method // *Trans. ASME J. Eng. Mater. Tech.* – 1981. – No. 1. – P. 71 – 76.
16. *Почтенный Е. К.* Тепловой эффект при циклическом симметричном нагружении деталей // *Циклическая прочность металлов*. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – С. 227 – 232.
17. *Plenard E.* Damping capacity of cast iron // *Foundry Trade J.* – 1966. – **121**, No. 2603. – P. 541 – 549.
18. *Biallas G., Piotrowski A., and Eifler D.* Cyclic stress–strain, stress–temperature, and stress–electrical resistance response of NiCaMo alloyed sintered steel // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1995. – **18**, No. 5. – P. 605 – 615.
19. *Fargione G., Geraci A., La Rosa G., and Risitano A.* Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method // *Int. J. Fatigue*. – 2002. – **24**, No. 1. – P. 11 – 19.
20. *G. La Rosa and Risitano A.* Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components // *Ibid.* – 2000. – **22**, No. 1. – P. 63 – 73.
21. *Cura F., Curti G., and Sesana R.* A new iteration method for thermographic determination of fatigue limit in steels // *Ibid.* – 2005. – **27**, No. 4. – P. 452 – 459.
22. *Lukas P., Klesnil M., and Polak J.* High cycle fatigue life of metals // *Mater. Sci. Eng.* – 1974. – **15**. – P. 239 – 245.
23. *Tanaka K., Nishijima S., Matsuoka T., et al.* Low- and high-cycle fatigue properties of various steels specified in JIS for machine structural use // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1981. – **4**, No. 1. – P. 97 – 108.
24. *Троценко В. Т.* Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев. Наук. думка, 1981. – 343 с.

25. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 174 с.
26. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Исследование неупругих циклических деформаций и усталости металлов // Пробл. прочности. – 1976. – № 6. – С. 3 – 9.
27. Трощенко В. Т. Усталость и неупругость металлов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 267 с.
28. Troshchenko V. T. Interrelation between inelasticity and high-cycle fatigue of metals. Advances in Fracture Research // Proc. of the Ninth Int. Conf. on Fracture (ICF-9). – Sydney, 1997. – 3. – P. 1261 – 1273.
29. Troshchenko V. T. High-cycle fatigue and inelasticity of metals // Multiaxial Fatigue and Design (ESIS 21), A. Pineau, G. Gailletaud, and T. E. Lindley (Eds.). – London, 1996. – P. 335 – 348.
30. Коваль Ю. И., Митченко Е. И. Ускоренная оценка параметров распределения предела выносливости // Пробл. прочности. – 1984. – № 1. – С. 15 – 19.
31. Трощенко В. Т. Метод ускоренного определения предела усталости металлов // Прикл. механика. – 1967. – 3, вып. 5. – С. 50 – 54.
32. Manson S. S. Behavior of materials under conditions of thermal stress // Heat Trans. Symp. Univ. of Michigan Eng. Res. Inst. – 1953. – P. 9 – 75.
33. Coffin L. F. A study of the effects of cyclic thermal stresses in ductile metals // Trans ASME. – 1954. – 76. – P. 931 – 950.
34. Tavarnelli J. F. and Coffin L. F. Experimental support for generalized equation predicting low cycle fatigue // J. Basic Eng. – 1962. – Dec. – P. 533 – 541.
35. Manson S. S. Cyclic Life of Ductile Materials. Pt 19. Thermal Stresses in Design. – 1960. – P. 139 – 144.
36. Morroy J. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals // ASTM STP 378. – P. 45 – 87.
37. Basquin O. H. The exponential law of endurance test // ASTM Proc. – 1910. – 10. – P. 625 – 630.
38. Chih-Kuand Lin and Chi-Chin Chu. Mean Stress effects an low-cycle fatigue for a precipitation-hardening martensitic stainless steel in different tempers // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2000. – 23. – P. 545 – 553.
39. Radhakrishnan V. M. On bilinearity of the Coffin–Manson low-cycle fatigue relationship // Int. J. Fatigue. – 1992. – 14, No. 5. – P. 305 – 311.
40. Srivatsan T. S. Mechanisms of damage in high-temperature, low cycle fatigue of on aluminum alloy // Ibid. – 1988. – 10, No. 2. – P. 91 – 99.
41. Handfield L. and Dickson J. I. The low-cycle fatigue and cyclic behavior of zirconium // Advanced Fracture Research. – Pergamon Press. – Vol. 3. – P. 1411 – 1418.

42. *Ramberg W. and Osgood W. R.* Description of curves by three parameters // NACA Technical Note N 902. – 1943.
43. *Meggiolaro M. A. and Castro J. T. P.* Statistical evaluation of strain–life fatigue crack initiation predictions // *Int. J. Fatigue.* – 2004. – **26**, No. 5. – P. 463 – 476.
44. *Kim K. S., Chen X., Han C., and Lee Y. W.* Estimation methods for properties of steels under axial and torsional loading // *Ibid.* – 2002. – **24**, No. 7. – P. 783 – 793.
45. *Lukas P., Klesnil M., and Polak J.* High cycle fatigue life of metals // *Mater. Sci. Eng.* – 1974. – **15**. – P. 239 – 245.
46. *Klesnil M. and Lukas P.* *Fatigue of Metallic Materials.* – Prague: Academia, 1980. – 239 p.
47. *Yi-Ming Jen and Wei-Wei Wang.* Crack initiation life prediction for solid cylinders with transverse, circular holes under in-phase and out-of-phase multiaxial loading // *Int. J. Fatigue.* – 2005. – **27**, No. 5. – P. 527 – 539.
48. *Manson S. S.* Inversion of the strain–life and strain–stress relationships for use in metal fatigue analysis // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1979. – **1**, No. 1. – P. 37 – 57.
49. *Morrow J.* *Fatigue properties in metal* // *Fatigue Design Handbook. Advances in Engineering.* – Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1968. – P. 21 – 29.
50. *Smith K. N., Watson P., and Topper T. N.* A stress–strain function for the fatigue of metals // *J. Mater.* – 1970. – **5**. – P. 767 – 778.
51. *Socil D. F.* Multiaxial fatigue damage models // *Trans ASME J. Eng. Mater Technol.* – 1987. – **109**. – P. 293 – 298.
52. *Karadan M. and Stephens R. I.* The influence of high *R*-ratio on unnotched fatigue behavior of 1045 steel with three different heat treatments // *Int. J. Fatigue.* – 2003. – **25**, No. 3. – P. 191 – 200.
53. *Brown M. W. and Miller K. J.* A theory for fatigue failure under multiaxial stress–strain conditions // *Proc. Inst. Mech. Eng.* – 1973. – **187**, No. 65. – P. 745 – 755.
54. *Kandil F. A., Brown M. W., and Miller K. J.* Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures // *Book 270.* – London: The Metals Society, 1982. – P. 203 – 210.
55. *Shatil G., Smith D. J., and Ellison E. G.* High strain biaxial fatigue of structural steel // *Fatigue Fract. Mater. Struct.* – 1994. – **17**, No. 2. – P. 159 – 170.
56. *Glinka G., Shen G., and Plumtree A.* A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the fracture plane // *Ibid.* – 1995. – **18**, No. 1. – P. 37 – 46.
57. *Naik R. A., Lanning D. B., Nicholas T., and Kolemeyer A. R.* A critical plane gradient approach for prediction of notched HCF life // *Int. J. Fatigue.* – 2005. – **27**, No. 5. – P. 481 – 492.

58. *Papadopoulos I. V. and Panoskaltsis V. P.* Gradient-dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion // *Multiaxial Fatigue and Design (ESIS 21)*. – London: Mechanical Engineering Publications, 1966. – P. 349 – 364.
59. *Meclafin D. and Fatemi A.* Torsional deformation and fatigue of hardened steel in eluding mean stress and stress gradient effects // *Int. J. Fatigue*. – 2004. – **26**, No. 7. – P. 773 – 784.
60. *Tipton S. M. and Nelson D. V.* Advances in multiaxial fatigue prediction for components with stress concentrations // *Ibid.* – 1997. – **19**, No. 6. – P. 503 – 515.
61. *Fatemi A. and Yang L.* Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for homogeneous materials // *Ibid.* – 1998. – **20**, No. 1. – P. 9 – 34.
62. *Banvillet A., Lagoda T., Macha E., et al.* Fatigue life under non-Gaussian random loading from various models // *Ibid.* – 2004. – **26**, No. 4. – P. 349 – 363.
63. *Han C., Cgen X., and Kim K. S.* Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading // *Int. J. Fatigue*. – 2002. – **24**, No. 9. – P. 913 – 922.
64. *Varvani-Farahani A. and Topper T. H.* Closure-free biaxial fatigue crack rate and life prediction under various biaxiality ratios in SAE 1045 steel // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1999. – **22**, No. 8. – P. 697 – 710.
65. *Coffin L. F. and Tavernelli J.* The cyclic straining and fatigue of metals // *Trans AIME*. – 1959. – **215**. – P. 794 – 807.
66. *Coffin L. F.* The effect of high vacuum on the low cycle fatigue law // *Met. Trans.* – 1972. – **3**. – P. 1772 – 1788.
67. *Langer B. F.* Correspondence to members ASEE Boiler and Pressure Vessel Committee. – Spec. Com. Rewies Code Stress Basic, Task Group on Fatigue, 1959.
68. *Manson S. S. and Muralidharan U.* A single expression formula for inverting strain–life and stress–strain relationships // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1987. – **9**, No. 5. – P. 343 – 356.
69. *Manson S. S.* Predictive analysis of metal fatigue in the high-cycle life range // *Methods of Predicting Materials Life in Fatigue (ASME)*. – 1979. – P. 145 – 183.
70. *Manson S. S.* Fatigue: A complex subject – some simple approximations // *Exp. Mech.* – 1965. – **5**, No. 7. – P. 193 – 226.
71. *Sarma V. S. and Padmanabhan K. A.* Low cycle fatigue behavior of a medium carbon microalloyed steel // *Int. J. Fatigue*. – 1997. – **19**, No. 2. – P. 135 – 146.
72. *Manson S. S. and Halford G. R.* Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage // *Int. J. Fract.* – 1981. – **17**. – P. 169 – 172.
73. *Lohr R. D. and Ellisan E. G.* A simple theory for low cycle multiaxial fatigue // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1980. – **3**. – P. 1 – 17.

74. *Fatemi A. and Socie D. F.* A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out of phase loading // *Ibid.* – 1988. – **11**. – P. 149 – 165.
75. *Glinka G., Wang G., and Plamtree A.* Mean stress effects in multiaxial fatigue // *Ibid.* – 1995. – **18**, No. 7/8. – P. 755 – 764.
76. *Varvani-Farahani A.* A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions // *Int. J. Fatigue.* – 2000. – **22**. – P. 295 – 305.
77. *Wang C. H. and Brown M. W.* A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1993. – **16**. – P. 1285 – 1298.
78. *Wang C. H. and Brown M. W.* Multiaxial random load fatigue: life prediction techniques and experiments // *Multiaxial Fatigue and Design (ESIS 21)*. – London: Mechanical Engineering Publications, 1996. – P. 513 – 527.
79. *Chen X., Xu S., and Huang D.* Critical plane-strain energy density criterion of multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1999. – **22**. – P. 679 – 686.
80. *Shang De-Guang and Wang De-Jun.* A new multiaxial fatigue damage model based on the critical plane approach // *Int. J. Fatigue.* – 1998. – **20**, No. 3. – P. 295 – 305.
81. *Pan W. F., Hang C. Y., and Chen L. L.* Fatigue life estimation under multiaxial loading // *Ibid.* – 1999. – **21**. – P. 3 – 10.
82. *Inglis N. P.* Hysteresis and fatigue of Wöhler rotating cantilever specimen // *The Metallurgist.* – 1927. – Feb. – P. 23 – 27.
83. *Lagoda T.* Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading. Pt. I. The model elaboration // *Int. J. Fatigue.* – 2001. – **23**. – P. 467 – 480.
84. *Троценко В. Т.* Критерии усталостной прочности металлов и сплавов, основанные на учете рассеяния энергии // *Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем.* – Киев: Наук. думка, 1966. – С. 168 – 177.
85. *Park J. and Nelson D.* Evaluation of an energy based approach and a critical plane approach for predicting constant amplitude multiaxial fatigue life // *Int. J. Fatigue.* – 2000. – **22**, No. 1. – P. 23 – 39.
86. *Marloff R. H., Lonson R. L., and Wilson W. K.* Biaxial low-cycle fatigue of Cr–Mo–V steel at 538°C by use triaxiality factors // *Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853.* – 1985. – P. 637 – 650.
87. *Davis E. A. and Connelly F. M.* Stress distribution and plastic deformation in rotating cylinders of strain-hardening material // *Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech.* – 1959. – **26**. – P. 25 – 30.
88. *Benham P. P.* Torsional strain-cycling fatigue of copper at low endurance // *J. Institute Metals.* – 1962. – **91**. – P. 404 – 407.
89. *Feltner C. E. and Morrow J. D.* Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture // *ASME J. Basic Eng.* – 1961. – No. 1. – P. 15 – 22.

90. Halford G. R. The energy required for fatigue // J. Mater. – 1966. – **1**, No. 1. – P. 3 – 18.
91. Benham P. P. and Ford H. Low endurance fatigue of a mild steel and an aluminum alloy // J. Mech. Eng. Sci. – 1961. – **3**, No. 2. – P. 119 – 132.
92. Гольцев Д. И. Об условиях прочности при переменных нагрузках и сложном напряженном состоянии // Вопросы динамики и динамической прочности. – Рига: Из-во АН Латв. ССР, 1953.
93. Hanstock R. F. Damping capacity strain hardening and fatigue // Proc. Phys. Soc. – 1997. – **59**. – P. 275 – 287.
94. Троценко В. Т., Афонин А. И., Хамаза Л. А. Исследование энергетических критериев усталостного разрушения некоторых металлов при низкой и высоких частотах нагружения // Пробл. прочности. – 1973. – № 6. – С. 3 – 7.
95. Романов А. Н. Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении // Там же. – 1974. – № 1. – С. 3 – 18.
96. Троценко В. Т., Фомичев П. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Там же. – 1993. – № 1. – С. 3 – 10.
97. Baviilet A., Palin-Lac T., and Lasserre S. A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion // Int. J. Fatigue. – 2003. – **25**, No. 8. – P. 755 – 769.
98. Pandey K. N. and Chand S. An energy based fatigue crack growth model // Ibid. – P. 771 – 778.
99. Lee B. L., Kim K. S., and Nam K. M. Fatigue analysis under variable amplitude loading using energy parameters // Ibid. – No. 7. – P. 621 – 631.
100. Casiak G. and Pawliczek R. Application at an energy model for fatigue life prediction of construction steels under bending, torsion, and synchronous bending and torsion // Ibid. – No. 12. – P. 1339 – 1346.
101. Duyi Y. and Zhenlin W. A new approach to low-cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue // Ibid. – 2001. – **23**, No. 8. – P. 679 – 687.
102. Lagoda T., Macha E., and Bedkowski W. A critical plane approach based on energy concepts: application to biaxial random tension–compression high-cycle fatigue regime // Ibid. – 1999. – **21**, No. 5. – P. 431 – 443.
103. Lachowicz C. T. Calculation of the elastic plastic strain energy density under cyclic and random loading // Ibid. – 2001. – **23**, No. 7. – P. 643 – 652.
104. Ye D., Matsuoka S., Suzuki N., and Maeda Y. Further investigation of Neuber's rule and the equivalent strain energy density (ESED) method // Ibid. – 2004. – **26**, No. 5. – P. 447 – 455.
105. Miner M. A. Cumulative damage in fatigue // Trans. ASME. – 1945. – **65**. – A159.
106. Матвеев В. В. К обоснованию энергетических критериев многоциклового усталостного разрушения металлов // Пробл. прочности. – 1995. – № 5-6. – С. 18 – 28.

Поступила 10. 05. 2005