

Уравнения состояния теории упрочнения для неизотермических процессов деформирования

Н. К. Кучер

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Предложен вариант теории упрочнения для описания неизотермических процессов деформирования. Постулируется зависимость параметров уравнений состояния от напряжения и температуры. Влияние предыстории нагружения на изменение скорости ползучести учитывается с помощью скалярной функции поврежденности. Изложена методика конкретизации определяющих соотношений. Эффективность подхода проиллюстрирована при описании кривых ползучести хромоникелевой стали в достаточно широком диапазоне изменения напряжений и температуры.

Ключевые слова: неизотермические процессы деформирования, ползучесть, определяющие уравнения, модель длительного разрушения, поврежденность материала, конкретизация уравнений.

Введение. Актуальность исследований высокотемпературных процессов деформирования и разрушения при длительных воздействиях нагрузок определяется в первую очередь решением практических задач, которые возникают при создании паровых и газовых турбин, реактивных и ракетных двигателей, высокоскоростных самолетов, ядерных реакторов и т.п. Элементы конструкций работают в условиях нестационарного нагрева, приводящего к существенному изменению физико-механических свойств материалов и возникновению значительных градиентов температуры. Необходимость прогнозирования таких процессов деформирования и оценка несущей способности конструкций при нагружениях, наиболее близких к реальным условиям эксплуатации, стимулировали проведение широких экспериментальных исследований. При этом были разработаны многочисленные методики исследований и созданы необходимое экспериментальное оборудование и установки.

К настоящему времени накоплен большой объем экспериментальных данных о высокотемпературном деформировании и разрушении и представлены многочисленные описания полученных результатов. В частности, при таких режимах нагружения в конструкциях наблюдаются явления статической и циклической ползучести, имеют место релаксация напряжений и старение материалов, мало- и многоцикловая усталость, значительно усиливается воздействие скорости деформации на распределение напряжений в пространстве и времени, ухудшается структура деформируемой среды, отмечается существенное влияние на ползучесть микроструктуры, состояния поверхности и различных примесей в материале, а также зарождаются и развиваются микротрещины, поры, трещины и т.д.

Полученные экспериментальные данные способствовали более глубокому пониманию процессов деформирования и разрушения, открыли и позволили объяснить ряд новых качественных эффектов. Они являются исходной информацией для построения определяющих соотношений теорий

неупругого деформирования и моделей длительного разрушения материалов. На их основании формулируются исходные гипотезы моделей деформирования и разрушения, определяются параметры уравнений состояния и оценивается достоверность разработанных теорий. Наиболее полно результаты таких исследований описаны в монографиях [1–11], справочниках [12–14] и обзорах [15–18].

Анализ уравнений состояния для описания процессов ползучести материалов. В качестве основной характеристики в теории материалов принимается понятие деформации, в частности деформации ползучести. Как отмечалось в работе [15], “... под собственно деформациями ползучести обычно для конструкционных металлов и сплавов понимаются деформации, неограниченно развивающиеся во времени при достаточно высоких температурах”.

Ограничиваясь рассмотрением одномерного случая, полагаем, что полная деформация ε может быть записана в виде

$$\varepsilon = \psi(\sigma) + \varepsilon^c + \alpha_T(T - T_0), \quad (1)$$

где $\psi(\sigma)$ – мгновенная деформация, включающая упругую ε^e и пластическую ε^p составляющие; σ – напряжение; ε^c – деформация ползучести; α_T – коэффициент линейного теплового расширения материала; $\alpha_T(T - T_0)$ – температурная деформация.

При описании процессов ползучести наибольшее распространение в инженерной практике получили теории старения, течения и упрочнения. Их уравнения состояния могут быть представлены соотношениями

$$\varepsilon = \Phi_1(\sigma, T, t); \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon}^c = \Phi_2(\sigma, T, t); \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}^c = \Phi_3(\sigma, T, \varepsilon^c), \quad (4)$$

где t – время; Φ_1, Φ_2, Φ_3 – степенные или экспоненциальные функции; точка над символом обозначает дифференцирование по времени.

Каждая из указанных теорий может описывать только один из трех характерных участков кривой ползучести. Теории старения и упрочнения описывают неустановившуюся ползучесть, теория течения – только второй установившийся участок кривой ползучести. Главным их недостатком является игнорирование влияния предыстории нагружения на текущее напряженно-деформированное состояние материала, что подтверждается многочисленными экспериментальными данными. Заметим, что такое замечание справедливо также для других теорий, которые используют уравнения состояния дифференциального типа.

Возможности описания процессов ползучести и релаксации с помощью наследственной теории твердых тел (линейная и нелинейная теории вязко-

упругости) несколько шире [2]. Ее интегро-дифференциальные определяющие соотношения учитывают влияние истории нагружения на неупругое деформирование среды и качественно описывают механическое поведение реальных тел. Уравнения состояния оказались весьма удобными и достоверными при описании деформирования горных пород, бетона, полимерных материалов и армированных пластиков. Однако их использование для описания механического поведения конструкционных сталей и сплавов приводит к существенным погрешностям.

Наиболее общие законы деформирования описывают эндохронная теория пластичности [16, 19] и теория упругопластических процессов [20]. Первая из них учитывает влияние всей истории нагружения на процесс деформирования, вторая – только некоторой части. Однако недостаточная степень разработки, отсутствие необходимого математического программного обеспечения и значительная трудоемкость вычислительного процесса не позволяют использовать их в настоящее время при расчете конкретных конструктивных элементов.

Одним из наиболее перспективных, на наш взгляд, представляется подход, который обобщает соотношения (2)–(4) на основании концепции “скрытых” или “внутренних” переменных. При этом определяющие соотношения описывают механическое поведение достаточно широкого класса материалов и в то же время очень удобны и просты. Внутренние переменные позволяют учитывать влияние историй нагружения и температуры на текущее напряженно-деформированное состояние. В соответствии с гипотезой о параметрах состояния, термодинамическое состояние неупругих сред описывается тензором деформации, температурой, градиентом температуры и конечным или бесконечным набором внутренних переменных. Эти переменные подчиняются некоторой системе дифференциальных или интегро-дифференциальных эволюционных уравнений и могут быть скалярными, векторными или тензорными величинами [21].

Пренебрегая градиентом температуры и ограничиваясь одной внутренней переменной в уравнениях состояния общей термодинамической теории дифференциального типа, на основании представления (1) получаем

$$\dot{\varepsilon}^c = f_1(\sigma, \varepsilon^c, \omega, T); \quad (5)$$

$$\dot{\omega} = f_2(\sigma, \varepsilon^c, \omega, T), \quad (6)$$

где ω – внутренняя переменная скалярного типа; f_1, f_2 – функции, подлежащие определению.

В качестве внутренней переменной $\omega = \omega(t)$ используем скалярный параметр поврежденности материала, который принимает значения из диапазона $[0, 1]$ и равен нулю для исходного неповрежденного материала и единице в момент разрушения. Функция f_1 конкретизируется по результатам испытаний образцов на ползучесть при постоянном напряжении, f_2 – по кривым длительной прочности.

Наиболее известные варианты эволюционных уравнений были предложены Л. М. Качановым [22], Дж. Леметром и А. Пламтри [23], Ю. Н. Ра-

ботновым [1], а также С. А. Шестериковым и А. М. Локощенко [12, 15]. Их можно обобщить в виде соотношения

$$\frac{d\omega}{dt} = D \frac{\sigma^k}{(1-\omega^r)^k} \frac{\omega^\beta}{(1-\omega)^q}, \quad (7)$$

где D, k, r, q, β – некоторые постоянные величины.

Характерной особенностью эволюционных уравнений типа (7) является постоянство используемых параметров для всего диапазона напряжений при изотермических условиях нагружения. Модели с такими уравнениями поврежденности описывают деформирование и разрушение материалов на основе гипотезы о линейном суммировании повреждений, что существенно сужает область их применимости.

Возможности эволюционных уравнений (7), которые содержат три и более параметра, могут быть расширены при предположении зависимости одного из них от напряжения. Такие исследования выполнены В. П. Голубом и А. Д. Погребняком [10] при использовании предложенного ими критерия длительного рассеяния разрушения. В этом случае соотношение (7) будет описывать процессы накопления повреждений на основе нелинейной модели, что более точно соответствует многочисленным экспериментальным данным.

Согласно теории упрочнения в качестве соотношения (5) может быть принято выражение

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = B \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n (\varepsilon^c)^{-\alpha} \exp(\delta \varepsilon^c), \quad (8)$$

где B, n, α, δ – некоторые постоянные характеристики материала, определяемые из аппроксимации кривых ползучести. Подход, использующий представления (7), (8), позволяет описать высокотемпературную ползучесть многих материалов и рекомендован для внедрения в инженерную практику [10, 12]. Однако, как показывают экспериментальные исследования [2, 3, 5, 9, 24], существует обширный класс материалов, для которых использование такого подхода приводит к значительным погрешностям или приемлемо для достаточно узкого диапазона напряжений. В таком случае полученное решение должно рассматриваться как первое приближение при расчете напряженно-деформированного состояния элементов конструкций.

Основные гипотезы и предположения. Для описания высокотемпературных процессов ползучести предполагается использовать уравнение состояния (8) теории упрочнения и эволюционное соотношение (7), постулируя зависимость всех параметров от напряжения и температуры. Значения этих параметров для фиксированной температуры должны определяться из каждой имеющейся в наличии кривой ползучести. Вид соотношения поврежденности определяет, являются ли параметры уравнения состояния функциями или функционалами напряжения и температуры. Отметим, что такое предположение соответствует многочисленным экспериментальным данным [1–15].

Методика конкретизации определяющих соотношений. В качестве исходного дифференциального уравнения для функции поврежденности ω выберем уравнение [23]

$$\frac{d\omega}{dt} = D \frac{\sigma^k}{(1-\omega)^s}, \quad (9)$$

где $s = k + q$. Заметим, что параметры D, k, q , согласно предположению, зависят от напряжения и температуры. При $\sigma = \text{const}, T = \text{const}$ соотношение (9) интегрируется в квадратурах. Тогда искомое решение имеет вид

$$\omega = 1 - [1 - (1+s)D\sigma^k t]^{1/(1+s)}. \quad (10)$$

В этом случае все параметры определяющих соотношений (8), (10) являются обычными функциями от напряжения и температуры. В других случаях, когда уравнение типа (7) не имеет аналитического решения, эти параметры будут функционалами от истории нагружения и температуры.

В момент разрушения при $t = t_R$ функция поврежденности ω равна единице. Тогда из представления (10) следует

$$t_R = \frac{1}{(1+s)D\sigma^k}. \quad (11)$$

Логарифмируя последнее соотношение, получаем уравнение длительной прочности в логарифмической системе координат:

$$\lg t_R = -k \lg \sigma - \lg(1+s)D. \quad (12)$$

Как отмечалось в работе [1], для всех известных материалов слагаемое $\lg(1+s)D$ в (12) зависит только от температуры и не зависит от напряжения, что существенно упрощает нахождение параметров определяющих соотношений. Выбирая зависимость параметра $k(\lg \sigma)$ в виде многочлена n -й степени, можно получить соотношение, которое позволит аппроксимировать кривую длительной прочности с необходимой степенью точности при фиксированном значении температуры. Методика определения параметров таких уравнений состояния для изотермических процессов деформирования изложена в [25].

В данной работе будем использовать известные достижения в прогнозировании длительной прочности Мэнсона–Хэферда [26]. Согласно параметрическому методу, семейство кривых длительной прочности для различных фиксированных значений температуры может быть “сжато” в одну кривую. В частности, если ограничиться полиномом четвертой степени относительно $\lg \sigma$, можно записать

$$\lg t_R = \lg t_a + [T + 273,15 - T_a][b_0 + b_1 \lg \sigma +$$

$$+ b_2(\lg \sigma)^2 + b_3(\lg \sigma)^3 + b_4(\lg \sigma)^4]. \quad (13)$$

Методика определения неизвестных параметров соотношения (13) хорошо описана в [26].

Сравнивая представления (12) и (13), получаем

$$k = -[T + 273,15 - T_a][b_1 + b_2 \lg(\sigma) + b_3(\lg \sigma)^2 + b_4(\lg \sigma)^3]; \quad (14)$$

$$\lg[(1+s)D] = -\lg t_a - b_0[T + 273,15 - T_a]. \quad (15)$$

Для конкретизации функций $D = D(\sigma, T)$, $q = q(\sigma, T)$ с учетом (15) необходимо использовать еще одно уравнение. Воспользуемся энергетическим критерием длительного рассеянного разрушения [10], который можно представить следующим образом:

$$\int_0^1 \omega(\tau) d\tau \int_0^{\varepsilon_b} \varphi_0(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{\varepsilon_\sigma}^{\varepsilon_b} [\varphi_0(\varepsilon) - \sigma] d\varepsilon, \quad (16)$$

где $\varphi_0(\varepsilon)$ определяет мгновенную диаграмму деформирования для фиксированного значения температуры; ε_b , ε_σ – деформации, соответствующие пределу прочности материала и заданному значению напряжения σ на диаграмме мгновенного деформирования; $\tau = t/t_R$ – безразмерное время. Решение уравнения (16) имеет вид [10]

$$q = \frac{\int_0^{\varepsilon_b} \varphi_0(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_\sigma}^{\varepsilon_b} [\varphi_0(\varepsilon) - \sigma] d\varepsilon} - [2 + k]. \quad (17)$$

Таким образом, соотношения (14), (15) и (17) полностью определяют искомые параметры уравнения поврежденности Дж. Леметра. Представление (17) позволяет вычислить значения параметра q , если известны мгновенные диаграммы деформирования $\varphi_0(\varepsilon)$ для различных фиксированных значений температуры из исследуемого диапазона. Затем определенные значения параметров могут быть аппроксимированы с помощью сглаживающей аппроксимации поверхностей [27].

Возможности определения параметров уравнения (8) для неизотермических процессов изложены в работе [25]. Отметим, что их значения для различных фиксированных величин температуры и напряжения могут быть вычислены численным методом последовательных приближений [12] или методом наименьших квадратов с учетом значений параметров α , $B\sigma^n$, определенных из соотношения (8), для начальных участков кривых ползучести [25]. Полученные значения параметров затем также аппроксимируем посредством сглаживающей аппроксимации поверхностей [27].

Соответствие уравнений состояния экспериментальным данным.

Для иллюстрации применимости предложенных определяющих соотношений при описании деформирования материалов воспользуемся результатами испытаний стали 21Cr–32Ni–Ti–Al на ползучесть [28]. Возможности аппроксимации кривых длительной прочности с помощью соотношения (13) показаны на рис. 1, где точками обозначены экспериментальные значения долговечности при заданном постоянном напряжении, сплошными линиями – численное решение задачи. Как видно, наблюдается достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных во всем исследуемом диапазоне температур и напряжений. Расчеты выполнены при следующих значениях параметров: $\lg t_a = 9,314026$; $T_a = 660$; $b_0 = -0,0798004$; $b_1 = -0,184036$; $b_2 = -0,273888$; $b_3 = -0,214493$; $b_4 = -6,350648 \cdot 10^{-2}$, которые определены при обработке результатов испытаний 32 образцов [28].

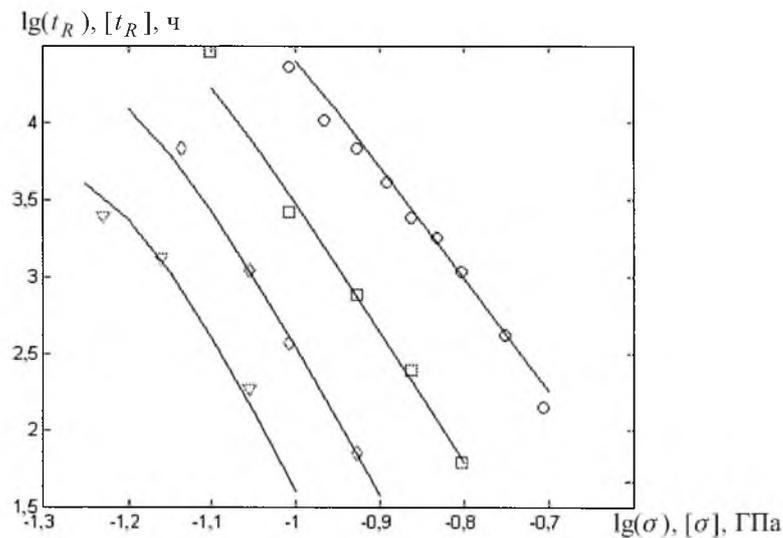


Рис. 1. Аппроксимация зависимостей длительной прочности стали 21Cr–32Ni–Ti–Al с помощью уравнений Мэнсона–Хэферда для различных фиксированных значений температуры: \circ – $T = 650^\circ\text{C}$; \square – $T = 700^\circ\text{C}$; \diamond – $T = 750^\circ\text{C}$; ∇ – $T = 800^\circ\text{C}$.

Определение напряжений в ГПа связано с трудностями дальнейших вычислений степенных и экспоненциальных функций для достаточно больших значений аргументов согласно представлениям (10)–(12).

На рис. 2 приведена зависимость величины $k = k(\sigma, T)$ от напряжения и температуры для рассматриваемых диапазонов их изменения. Параметр k при постоянном напряжении линейно зависит от температуры, при постоянной температуре – нелинейно от напряжения. Произведение $(1+s)D$ является показательной функцией, зависящей только от температуры. Его легко можно вычислить при потенцировании соотношения (15).

Ввиду отсутствия информации о мгновенных диаграммах деформирования исследуемой стали значение параметра q примем равным единице. Анализ представленных экспериментальных кривых ползучести [28] $\varepsilon^c - t$ для различных фиксированных значений температуры показал, что для их

описания достаточно использовать простые соотношения (8), полагая $\alpha = 0$, $\delta = 0$. Тогда решение уравнений (8), (10) примет вид

$$\varepsilon^c = \frac{B\sigma^{n-k}}{D(2+k-n)} \left\{ 1 - [1 - (2+k)D\sigma^k t]^{\frac{2+k-n}{2+k}} \right\}. \quad (18)$$

Для удобства анализа соотношения (18) введем следующие обозначения:

$$A(\sigma, T) = \frac{B\sigma^{n-k}}{D(2+k-n)}, \quad z(\sigma, T) = \frac{2+k-n}{2+k}. \quad (19)$$

Параметр $A(\sigma, T)$ можно трактовать как максимальную накопленную деформацию ползучести в момент разрушения. В большинстве случаев при постоянной температуре параметр $A(\sigma, T)$ – монотонно возрастающая функция относительно напряжения σ , хотя для ряда материалов условие монотонности может и не выполняться [12, 24].

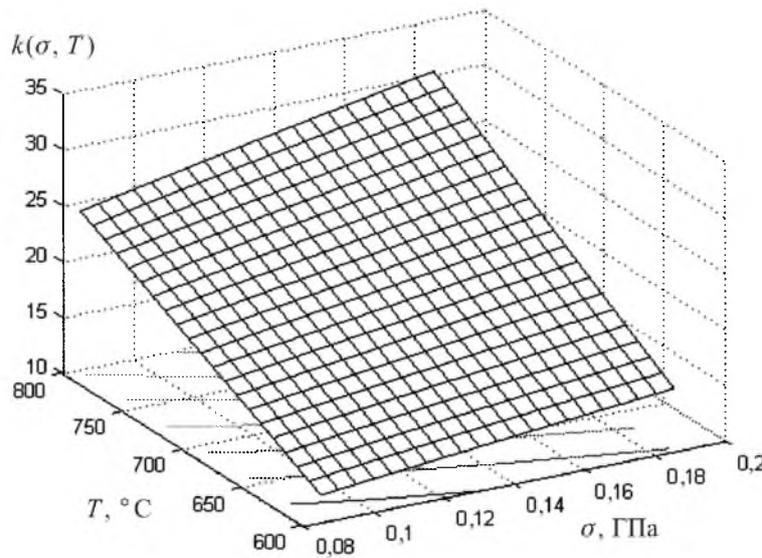


Рис. 2. Изменение параметра $k(\sigma, T)$ в зависимости от напряжения σ и температуры T .

Зависимости максимальной накопленной деформации образцов $A(\sigma, T)$ от величины действующего напряжения при фиксированных значениях температуры представлены на рис. 3. Для аппроксимации максимальной деформации ползучести использовали квадратичную функцию. Как видно, повышение температуры эксплуатации приводит к увеличению накопленной деформации ползучести в момент разрушения. Несколько нелогичный характер поведения параметра A при температуре 800°C и напряжениях, больших $0,12$ ГПа, может быть обусловлен недостаточным количеством испытанных образцов и естественным разбросом экспериментальных данных.

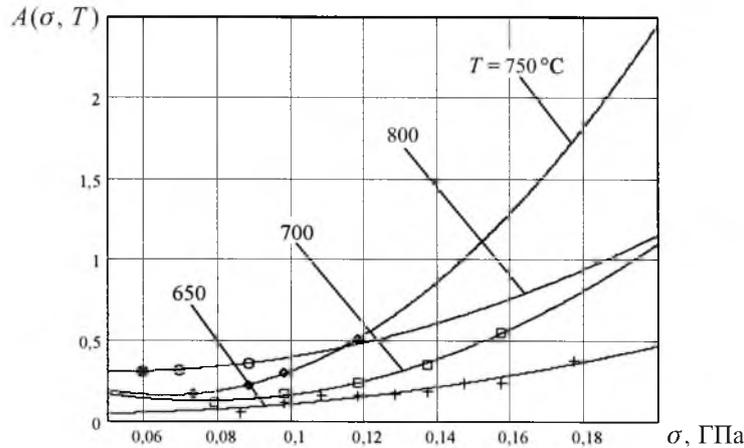


Рис. 3. Изменение параметра $A(\sigma, T)$ в зависимости от величины напряжения при различных фиксированных значениях температуры.

Значения параметра z для различных фиксированных значений температуры и напряжений вычислим с помощью метода наименьших квадратов. Минимизируя сумму среднеквадратичных отклонений по времени в реперных точках кривых ползучести, получаем нелинейное уравнение, решение которого и определяет искомую величину. Анализ среднеквадратичных отклонений по времени t , а не по деформации ползучести ε^c связан с формой ее представления. Как следует из (18), деформация ползучести ε^c может быть вычислена при условии $1 - (2 + k)D\sigma^k t \geq 0$. Тогда при усредненном значении параметра k согласно соотношению (14) многие экспериментальные точки на кривой ползучести, для которых не выполняется данное неравенство, не могут быть учтены в расчетах.

Пусть ε_i^c , t_i – значения деформации и времени в i -й точке экспериментальной кривой ползучести, p – общее количество точек. Приравняв частную производную по z к нулю, от суммы среднеквадратичных отклонений согласно (18) получаем

$$\sum_{i=1}^p \left[1 - (2 + k)D\sigma^k t_i - \left(1 - \frac{\varepsilon_i^c}{A} \right)^z \right] \left(1 - \frac{\varepsilon_i^c}{A} \right)^z \ln \left(1 - \frac{\varepsilon_i^c}{A} \right) = 0. \quad (20)$$

Результаты выполненных расчетов приведены на рис. 4, при аппроксимации величины $z(\sigma)$ ограничивались линейной функцией.

На рис. 5 представлены расчетные и экспериментальные зависимости деформаций ползучести стали 21Cr–32Ni–Ti–Al от времени при различных фиксированных значениях напряжений и температуры, полученные при использовании уравнения (18). Как видно, имеет место хорошее их соответствие во всем рассматриваемом диапазоне напряжений и температуры. Отметим, что распределение деформаций во времени ограничивается величиной 5%, как это приведено в [28].

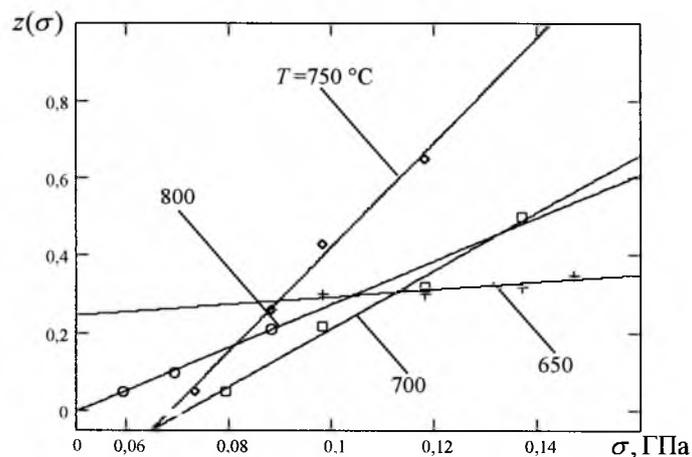


Рис. 4. Зависимость параметра $z(\sigma)$ от величины напряжения при различных фиксированных значениях температуры.

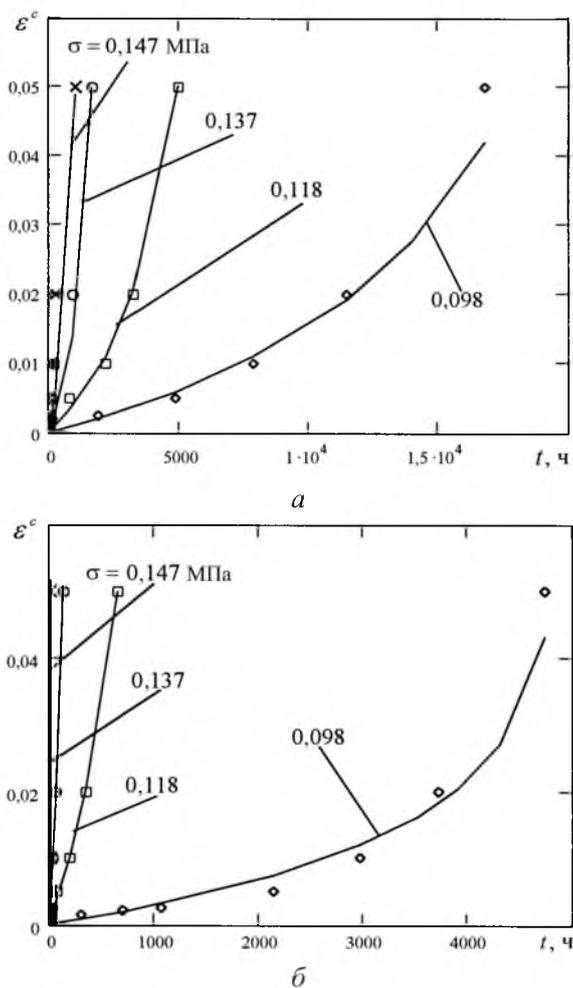


Рис. 5. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) зависимости деформаций ползучести стали 21Cr-32Ni-Ti-Al от времени при $T = 650^{\circ}\text{C}$ (а) и 750°C (б).

Заключение. Предложенный вариант теории упрочнения, учитывающий зависимость параметров уравнений состояния от напряжения и температуры, позволяет описать высокотемпературные процессы ползучести наиболее широкого класса материалов. Использование скалярной функции поврежденности дает возможность учитывать влияние истории нагружения на распределение напряжений в пространстве и времени. Гипотеза о зависимости параметров эволюционного уравнения от напряжения и температуры переводит рассматриваемую модель в класс нелинейных моделей накопления повреждений, что соответствует многочисленным экспериментальным данным. С помощью методики конкретизации определяющих соотношений можно оценить области применимости более простых моделей деформированного твердого тела, когда один или несколько параметров уравнений состояния являются константами материала. Предлагаемые определяющие уравнения достаточно просты и их использование в существующих вычислительных комплексах для расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций не вызывает трудностей. Для этого достаточно заменить используемые константы материала соответствующими функциями.

Резюме

Запропоновано варіант теорії зміцнення для опису неізотермічних процесів деформування. Постулюється залежність параметрів рівняння стану від напруження і температури. Вплив передісторії навантаження на зміну швидкості повзучості ураховується за допомогою скалярної функції пошкоджуваності. Викладено методику конкретизації визначальних співвідношень. Ефективність підходу проілюстровано при опису кривих повзучості хромонікелевої сталі в достатньо широкому діапазоні зміни напружень і температури.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
3. *Писаренко Г. С., Руденко В. Н., Третьяченко Г. Н., Троценко В. Т.* Прочность материалов при высоких температурах. – Киев: Наук. думка, 1966. – 795 с.
4. *Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях: В 2 т. / Под ред. Г. С. Писаренко.* – Киев: Наук. думка, 1980. – Т. 1. – 536 с.; Т. 2. – 771 с.
5. *Гольденблат И. И., Бажанов В. Л., Копнов В. А.* Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
6. *Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. – 3-е изд. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
7. *Лепин Г. Ф.* Ползучесть материалов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 344 с.

8. *Odqvist F. K. G.* Mathematical theory of creep and creep rupture. – 2nd ed. – Oxford, Clarendon Press, 1974. – 315 p.
9. *Гарофало Ф.* Законы ползучести и длительной прочности металлов и сплавов. – М.: Металлургия, 1968. – 304 с.
10. *Голуб В. П., Погребняк А. Д.* Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1994. – 228 с.
11. *Миллер К.* Ползучесть и разрушение / Пер. с англ. – М.: Металлургия, 1986. – 120 с.
12. *Закономерности ползучести и длительной прочности.* Справочник / Под общ. ред. С. А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 102 с.
13. *Либерман Л. Я., Пейсихис М. И.* Свойства сталей и сплавов, применяемых в котлотурбостроении. В 3 ч. – Л.: ЦКТИ, 1966. – Ч. 1, вып. 16. – 219 с.; Ч. 2. – 244 с.; 1967. – Ч. 3. – 180 с.
14. *Троценко В. Т., Красовский А. Я., Покровский В. В. и др.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие в 2 ч. / Отв. ред. В. Т. Троценко. – Киев: Наук. думка, 1993. – Ч. 1. – 288 с.; 1994. – Ч. 2. – 704 с.
15. *Шестериков С. А., Локощенко А. М.* Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер.: Механика деформируемого твердого тела. – 1980. – **13**. – С. 3 – 104.
16. *Васин Р. А.* Определяющие соотношения теории пластичности // Там же. – 1990. – **21**. – С. 3 – 55.
17. *Голуб В. П.* Экспериментальное исследование высокотемпературных процессов ползучести, усталости и поврежденности. I. Методы исследований // Прикл. механика. – 2001. – **37**, № 4. – С. 3 – 38.
18. *Голуб В. П.* Экспериментальное исследование высокотемпературных процессов ползучести, усталости и поврежденности. II. Основные закономерности // Там же. – 2001. – **37**, № 5. – С. 3 – 43.
19. *Valanis K. C.* Fundamental consequences of a new intrinsic time measure. Plasticity as a limit of the endochronic theory // Arch. Mech. Stos. – 1980. – **32**, No. 2. – P. 171 – 191.
20. *Ильюшин А. А.* Механика сплошной среды. – 2-е изд. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. – 287 с.
21. *Карнаухов В. Г.* Связанные задачи термовязкоупругости. – Киев: Наук. думка, 1982. – 260 с.
22. *Качанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1958. – № 8. – С. 26 – 31.
23. *Леметр Дж., Пламтри А.* Применение понятия поврежденности для расчета разрушения в условиях одновременной усталости и ползучести // Теорет. основы инж. расчетов. – 1971. – **101**, № 3. – С. 124 – 134.
24. *Ковпак В. И.* Прогнозирование жаропрочности металлических материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – 240 с.
25. *Кучер Н. К.* Вариант теории упрочнения, учитывающий зависимость параметров уравнений состояния от напряжения и температуры // Пробл. прочности. – 2005. – № 2. – С. 19 – 27.

26. Мэнсон, Энсайн. Успехи за последнюю четверть века в развитии методов корреляции и экстраполяции результатов испытаний на длительную прочность // Теорет. основы инж. расчетов. Сер. Д. – 1979. – № 4. – С. 9 – 18.
27. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. – М.: СОЛОН, 2003. – 576 с.
28. Data sheets on the elevated-temperature stress relaxation properties of iron based 21Cr–32Ni–Ti–Al alloy for corrosion-resisting and heat-resisting superalloy bar (NCF 800H-B) // NRIM Creep Data Sheet. – 1999. – No. 47. – P. 1 – 25.

Поступила 05. 07. 2004